

从DRO轨道至环月圆轨道的转移轨道设计

张乐¹, 樊县林¹, 梅昌明², 杨仕祺¹, 梁武²

(1. 中国电子科技集团公司第二十八研究所, 南京 210023; 2. 长沙翔宇信息科技有限公司, 长沙 410000)

摘要: 针对DRO轨道至环月圆轨道的转移轨道设计问题, 提出一种适合工程应用的精度高且计算高效可靠的轨道设计方法。首先基于高精度动力学模型, 定量计算分析了变轨速度增量、变轨时刻的DRO轨道相位和DRO轨道月心距对转移轨道的影响; 将高精度定量计算结果作为预制经验数据, 结合解析计算方法, 实现了转移轨道设计参数迭代初值的高精度计算, 进而实现转移轨道设计问题的高效求解。算例验证表明, 提出的轨道设计方法高效可靠, 可在数秒内完成计算; 给出的定量分析结果, 以及转移轨道设计方法可为工程应用提供技术参考。

关键词: DRO轨道; 环月圆轨道; 转移轨道; 地月系统

中图分类号: V4

文献标识码: A

文章编号: 2096-9287(2026)01-0069-10

DOI: 10.3724/j.issn.2096-9287.2025.20250126

引用格式: 张乐, 樊县林, 梅昌明, 等. 从DRO轨道至环月圆轨道的转移轨道设计[J]. 深空探测学报(中英文), 2026, 13(1): 69-78.

Reference format: ZHANG L, FAN X L, MEI C M, et al. Design of transfer orbit from DRO to lunar circular orbit[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2026, 13(1): 69-78.

引言

DRO (Distant Retrograde Orbit) 远距离逆行轨道是一种圆型限制性三体动力学模型假设下的周期轨道。实际问题中DRO轨道飞行器的受力虽然远比圆型限制性三体动力学模型复杂, 但其周期性和稳定性仍然可以一定程度保持, 因此在地月空间以及月球以远深空探索应用中, 具有独特应用价值^[1-4]。除了相关的理论研究, 中国“嫦娥五号”在完成月壤取样返回任务后, 轨道器在2022年1月进入DRO轨道并运行一年半时间, 成为第一个进入该轨道的人造卫星; 美国“阿尔忒弥斯1号”(Artemis 1) 任务猎户座飞船, 也于2022年11月通过月球借力的方式短暂进入DRO轨道, 之后离开DRO轨道通过月球借力返回地球; 2024年3月中国发射了DRO-A/B卫星, 于2024年8月成功入轨并完成双星分离。

本文针对DRO轨道至环月圆轨道的转移轨道设计问题开展研究。DRO轨道相关的转移轨道研究, 主要包括DRO轨道和近地轨道之间的转移轨道的研究^[5-9], DRO轨道和NRHO (准直线晕轨道) 之间的转移轨道研究^[10-13], 从DRO轨道飞往火星或小行星的转移轨道研究^[14-17]等。DRO轨道和近月轨道之间的转移轨道研究相对较少, 文献^[18]针对从环月轨道转移至DRO轨道的

问题开展了计算分析, 文献^[19-20]针对DRO轨道转移至环月圆轨道的问题, 采用圆型限制性三体动力学模型和圆型限制性四体动力学模型, 对不同的目标环月轨道进行了转移轨道特性的定量计算分析。采用圆型限制性三体动力学模型或圆型限制性四体动力学模型虽然具有理论分析简洁、清晰的优势, 但动力学模型与实际受力情况相差较大, 在工程应用中, 由于轨道的初值敏感性, 即使用作迭代初值, 其计算结果往往也难以直接应用。此外, 文献^[19-20]中迭代初值计算采用不依赖经验信息的遍历计算的方式获取, 或通过不依赖经验信息的智能算法求解, 目标环月轨道信息仅作为终端约束, 经验信息利用不充分, 难以满足实际工程应用中计算高效可靠的要求。

本文首先基于高精度动力学模型对DRO轨道至环月圆轨道的转移轨道特性进行定量计算分析, 在此基础上结合解析计算, 提出转移轨道设计参数迭代初值的高精度求解方法, 以及迭代计算方法, 最后进行算例验证。

1 动力学模型及坐标系和角度定义

1.1 动力学模型

给出圆型限制性三体动力学模型和高精度动力学

模型条件下的动力学方程, 并进行差异分析。

记飞行器的月心距矢量为 \mathbf{r} , 月心J2000坐标系中, 圆型限制性三体动力学模型条件下的动力学方程为

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a}_{\text{cm}} + \mathbf{a}_{\text{e}} + \mathbf{a}_{\text{t}} \quad (1)$$

其中: \mathbf{a}_{cm} 为月球引力加速度项, 采用点质量模型; \mathbf{a}_{e} 为地球引力加速度项, 采用点质量模型; \mathbf{a}_{t} 为推力加速度项(采用瞬时冲量假设, 将推力加速度影响折算成变轨速度增量影响)。

高精度动力学模型条件下的动力学方程为

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a}_{\text{cm}} + \mathbf{a}_{\text{nsm}} + \mathbf{a}_{\text{e}} + \mathbf{a}_{\text{s}} + \mathbf{a}_{\text{r}} + \mathbf{a}_{\text{t}} \quad (2)$$

其中: \mathbf{a}_{cm} 为月球中心引力加速度项; \mathbf{a}_{nsm} 为月球非球形摄动加速度项, 采用LP165P模型, 其中球谐系数的阶数和级数均取为21; \mathbf{a}_{e} 为地球引力摄动加速度项, 采用点质量模型, 地球位置计算基于DE430历表; \mathbf{a}_{s} 为太阳引力摄动加速度项, 采用点质量模型, 位置计算基于DE430历表; \mathbf{a}_{r} 为光压摄动加速度项, 采用圆柱光压模型, 光压系数1, 光压等效面积 2.0 m^2 , 总重 500 kg ; \mathbf{a}_{t} 为推力加速度项(采用瞬时冲量假设, 将推力加速度影响折算成变轨速度增量影响)。

相对于圆型限制性三体动力学模型, 高精度动力学模型不仅增加了月球非球形摄动项 \mathbf{a}_{nsm} 、太阳引力摄动项 \mathbf{a}_{s} 和太阳光压摄动项 \mathbf{a}_{r} , 月球和地球公转轨道偏心率的影响, 也通过基于DE430历表的日地位置计算得以体现, 大幅提高了计算精度。

相同初始位置、速度条件下, 两种动力学模型计算的DRO至环月轨道的转移轨道差异, 如图1所示。

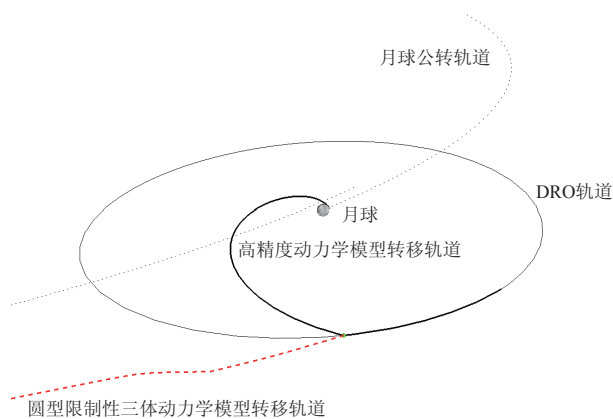


图1 采用两种动力学模型计算的转移轨道对比

Fig. 1 Comparison of transfer orbits calculated by two dynamic models

图中, 粗实线为采用高精度动力学模型计算的转移轨道, 粗虚线为同等初始条件下采用圆型限制性三体动力学模型计算的转移轨道。由图1可知,

两种动力学模型在地月空间轨道计算中的差异非常显著。

1.2 坐标系和角度定义

地月L2坐标系: 坐标原点 O 为地月系统L2点, OX 轴为地心指向月心方向, OZ 轴垂于白道面指向北天极方向, OY 轴构成右手系。

DRO轨道相位角: 月心指向飞行器的方向, 与地心指向月心方向的夹角。从地心指向月心的方向起算, 从北半球看顺时针为正。

基于白道面的升交点经度(以下提到的升交点经度皆为此定义): 月心与飞行器升交点连线方向, 与地月连线方向的夹角, 从地心指向月心的方向起算, 北天球看顺时针为正。

基于白道面的轨道倾角(以下提到的倾角皆为此定义): 轨道平面相对于白道面的夹角。

变轨速度增量方位角: 变轨速度增量矢量在白道面的投影矢量与地月L2坐标系 OX 轴方向的夹角, 逆时针方向为正(方位角变化率矢量与地月L2坐标系 OZ 轴同向为正)。

变轨速度增量高低角: 变轨速度增量矢量与白道面的夹角, 与地月L2坐标系 OZ 轴方向夹角小于 90° 为正。

2 转移轨道影响因素计算分析

2.1 第一次转移变轨速度增量的影响

瞬时冲量假设下, 转移轨道设计问题就是求解转移变轨速度增量大小、方向和变轨时刻, 使转移轨道在预定时刻满足终端约束条件。DRO转移至环月圆轨道包括两次变轨, 第一次转移变轨实现从DRO轨道转移到环月圆轨道上, 第二次转移变轨实现在环月圆轨道上运行。第二次转移变轨速度增量根据飞行器到达环月圆轨道后的速度, 与该点环月轨道速度差求解, 因此转移轨道设计核心是第一次转移变轨速度增量的求解, 包括变轨速度增量大小、方向和变轨时刻的求解。

以下提到的变轨速度增量求解, 均指转移变轨第一次变轨速度增量的求解。基于工程实际应用需求, 不考虑太阳借力的长耗时转移方式, 采用直接转移的方式。

采用数值计算的方法, 在典型工况条件下, 对变轨速度增量大小和方向在一定取值范围内, 对转移轨道近月点高度(记为 h_p)、倾角(记为 i_p)、轨道升交点经度(记为 Ω_p)和转移飞行时长(记为 Δt_{ts})的影响进行定量分析。定量分析的结果不仅用于直观

展示特性, 也是后续迭代初值计算需要的经验信息数据。

定义DRO轨道尺寸参数 R_{DRO} 为飞行器相位角 $\varphi = 0^\circ$ 时的月心距, 即飞行器过地月L2坐标系OX轴时的月心距。首先对变轨时刻为2025年1月1日0:0:0UTCG, DRO轨道尺寸 $R_{DRO} = 60\ 000\ \text{km}$, 变轨位

置处于相位零点即 $\varphi = 0^\circ$ 时的情况进行分析。

令变轨速度增量大小 Δv_{trs} 取值为200 m/s, 变轨速度增量方位角 A_{trs} 在 $100^\circ \sim 130^\circ$ 范围内遍历取值, 变轨速度增量高低角 E_{trs} 在 $-15^\circ \sim 15^\circ$ 范围内遍历取值。对应的近月点月面高度、轨道倾角、升交点经度和转移飞行时长的计算结果, 如图2所示。

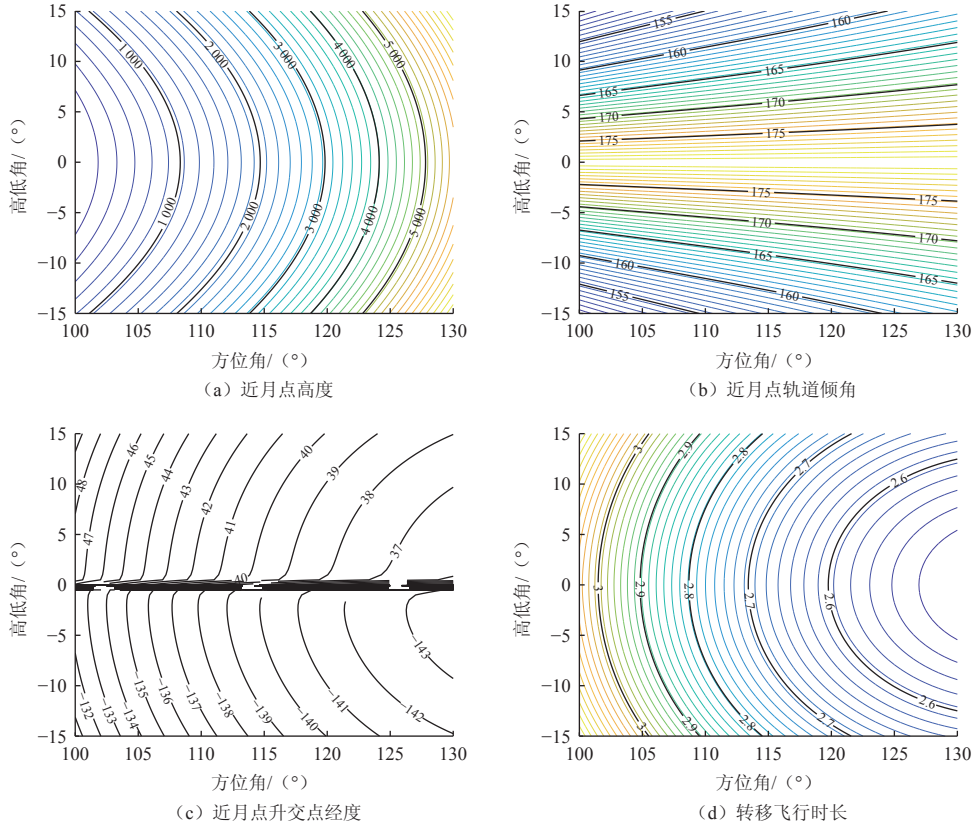


图 2 变轨速度增量大小200 m/s时近月点参数

Fig. 2 Perilune parameters for a 200 m/s maneuver transfer velocity increment

图2中, (a)为近月点月面高度等高线, (b)为近月点轨道倾角等高线, (c)为近月点升交点经度等高线, (d)为转移飞行时长(d为天数)等高线。

由图2可知, 转移轨道对应的近月点参数, 除了升交点经度随着变轨速度增量高低角在正负切换会出现剧烈非线性跳变, 其它参数随着变轨速度增量方位角和高低角的不同取值变化比较平稳。升交点经度跳变, 原因在于变轨速度增量高低角正负切换时, 转移轨道会由升轨到达近月点切换为降轨到达, 升交点经度因此出现跳变。

变轨速度增量大小更多取值情况下的计算结果类似, 限于篇幅不再列写。对于目标环月轨道, 根据环月轨道高度和倾角, 即可确定给定变轨速度增量大小条件下的变轨速度增量方位角和高低角。

例如, 目标环月轨道高度给定2 000 km, 倾角给定 170° 为时, 对应的变轨速度增量方位角和高低角取值, 如图3的交点所示。

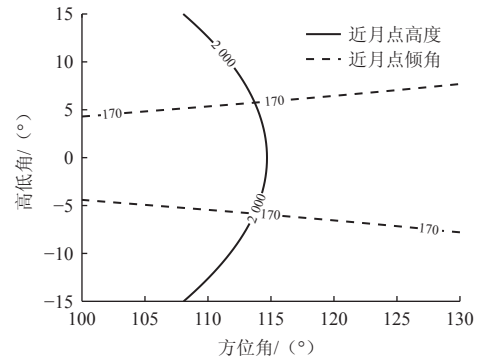


图 3 根据环月轨道高度和倾角确定变轨速度增量方向
Fig. 3 Determination of maneuver velocity increment direction by altitude and inclination of lunar orbit

图3中, 虚线和实线的两个交点对应的变轨速度增量方位角和高低角, 即为满足近月点高度和倾角的取值, 分别对应从升轨和降轨转移的两种方式。

变轨速度增量 Δv_{trs} 在L2坐标系中的投影为

$$\Delta \mathbf{v}_{\text{trs}} = \Delta v_{\text{trs}} \begin{bmatrix} \cos E_{\text{trs}} \cos A_{\text{trs}} \\ \cos E_{\text{trs}} \sin A_{\text{trs}} \\ \sin E_{\text{trs}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

进一步根据该交点对应的变轨速度增量方位角和高低角, 可根据图2的(c)和(d), 确定转移轨道对应的升交点经度和转移飞行时长, 如图4所示。

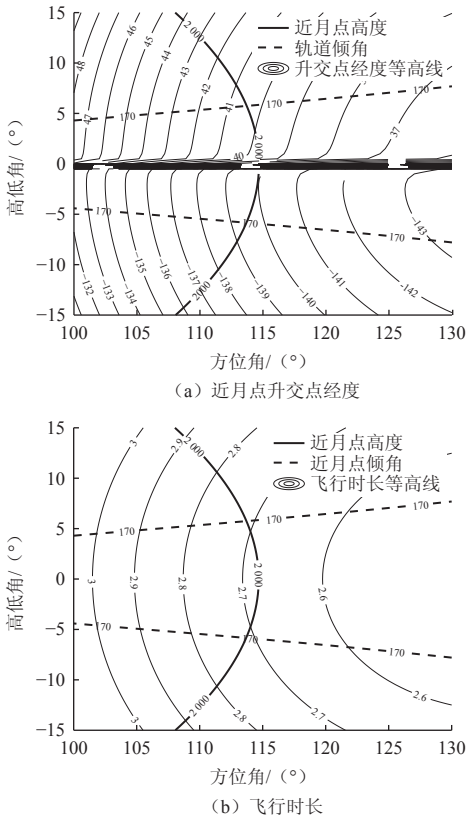


图4 根据变轨速度增量方向确定近月点升交点经度和转移飞行时长
Fig. 4 Determination of longitude of ascending node and transfer duration by maneuver velocity increment direction

根据图4可知, 从升轨和降轨两种转移方式, 飞行时长基本一致, 升交点经度完全不同。

2.2 变轨时刻相位的影响

2.1节给出了转移变轨点相位角 $\varphi = 0^\circ$ 时, 变轨速度增量与转移轨道近月点参数的关系。如果将DRO轨道近似为圆轨道, 转移变轨点相位角不等于零时, 转移变轨速度增量可通过坐标旋转得到, 即将 $\varphi = 0^\circ$ 时的变轨速度增量, 与绕地月L2坐标系OZ轴旋转相位角 φ 的坐标转换矩阵相乘即可。

实际上由于DRO飞行器绕月球的运动并非中心引

力场的椭圆轨道, 因此上述近似计算方法存在误差, 在具体计算时必须给与修正。本节对这种误差修正进行分析。

分析思路是以 $\varphi = 0$ 时的变轨速度增量为基准, 对于 φ 的不同取值, 以 $\varphi = 0$ 时的变轨速度增量为迭代初值, 求解出收敛后精确解, 获得相对基准值的修正系数。

例如, 对变轨时刻为2025年1月1日0:0:0UTCG, DRO轨道尺寸 $R_{\text{DRO}} = 60\,000\text{ km}$, 变轨位置处于相位零点即 $\varphi = 0^\circ$ 时的情况, 设定转移变轨速度增量大小 $\Delta v_{\text{trs}} = 300\text{ m/s}$, 目标轨道倾角 150° , 近月点月面高度 300 km 。

根据2.1节的方法, 可确定转移变轨速度增量方位角和高低角分别为 126.495° 和 $7.757\,27^\circ$ 。变轨时相位角为 φ 时, 变轨速度增量在地月L2坐标系中的投影计算为

$$\Delta \mathbf{v}_{\text{trs}} = \mathbf{M}[\varphi]_{\mathbf{z}} \Delta v_{\text{trs}} \begin{bmatrix} \cos E_{\text{trs}} \cos A_{\text{trs}} \\ \cos E_{\text{trs}} \sin A_{\text{trs}} \\ \sin E_{\text{trs}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中: $\Delta v_{\text{trs}} = 300\text{ m/s}$, $A_{\text{trs}} = 126.495 \times \frac{\pi}{180}\text{ rad}$, $E_{\text{trs}} = 7.757\,27 \times \frac{\pi}{180}\text{ rad}$, $\mathbf{M}[\varphi]_{\mathbf{z}}$ 为绕OZ轴旋转 φ 的坐标转换矩阵。

以(4)式计算的结果作为迭代初值, 迭代求解出准确值后(迭代计算方法后续给出), 可通过对比二者关系分析变轨时刻相位的影响。具体计算上采用修正系数进行描述, 即准确值相对于参考值($\varphi = 0^\circ$ 时的取值)的比值。

变轨时刻相位 φ 在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内取值时, 迭代解算的准确值, 相对于 $\varphi = 0^\circ$ 时的方位角和高低角修正系数计算结果, 如图5所示。

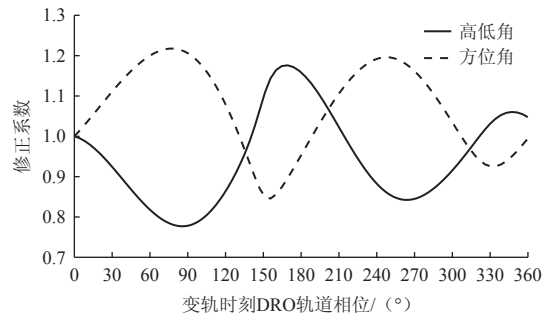


图5 φ 不同取值时的修正系数
Fig. 5 Correction coefficients with different φ values

图5中, 实线和虚线分别对应高低角和方位角的准确值, 相对于基准值的修正系数, 或者说分别以

$\varphi = 0^\circ$ 时变轨速度增量方位角和高低角为单位的归一化值。

由图5可知,变轨时刻相位不同时,变轨速度增量的方向,相对于 $\varphi = 0^\circ$ 时的取值存在较为明确和显著的波动,并且 $\varphi = 360^\circ$ 取值时也并未完全与 $\varphi = 0^\circ$ 的取值相同。这是由于DRO轨道自身的周期性在高精度力模型中不像圆型限制性三体动力学模型条件下那么理想。

2.3 DRO轨道尺寸的影响

采用2.2节类似的方法,计算分析DRO轨道尺寸参数的影响。

例如,变轨时刻为2025年1月1日0:0:0UTC,变轨位置处于相位零点即 $\varphi = 0^\circ$,设定转移变轨速度增量大小 $\Delta v_{\text{trs}} = 300 \text{ m/s}$,目标轨道倾角 150° ,近月点月面高度 300 km 。计算分析DRO轨道尺寸参数 R_{DRO} 在 $[6 \text{ 万km}, 8 \text{ 万km}]$ 范围内取值时,迭代解算的高低角和方位角准确值,相对于 $R_{\text{DRO}} = 6 \text{ 万km}$ 时取值的修正系数。

计算结果如下图6所示。

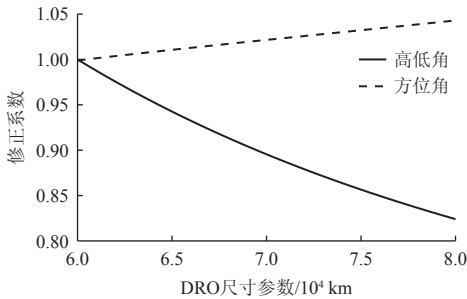


图6 R_{DRO} 不同取值时的修正系数

Fig. 6 Correction coefficients with different R_{DRO} values

图6中,实线和虚线分别对应高低角和方位角的修正系数,或者说分别以 $R_{\text{DRO}} = 6 \text{ 万km}$ 时变轨速度增量方位角和高低角为单位的归一化值。

由图6可知,DRO轨道尺寸参数变化,对变轨速度增量方向,特别是高低角有明确和显著的影响。

3 转移变轨控制参数的数值计算方法

3.1 数据表预制

对于给定目标轨道,存在多种变轨控制方式实现转移,影响转移轨道的因素多并且影响关系复杂,难以解析表达。

采用数值计算的方式,通常有不依赖经验信息的智能搜索解算方式(例如遗传算法、蚁群算法等)和依赖经验信息的基于梯度的搜索解算方式。后者在经

验数据准备合理的情况下,具有收敛快速可靠的优势,也是本文采用的方式。本质上,二者都需要完成大规模运算,区别在于后者将大规模运算前置,从而实现应用时的高效快捷;而前者需要在每次应用中实时开展大规模运算,导致计算时效性难以保证。

经验数据采用基于数值积分的遍历计算方式获得。对于 $\varphi = 0^\circ$ 的情况,DRO尺寸参数 R_{DRO} 在一定范围内采样取值。对DRO尺寸参数的每个取值,通过数值积分建立以下数值映射关系,即转移变轨速度增量参数(方位角、高低角和大小)在一定范围内采样取值,与对应的转移轨道近月点高度、轨道倾角、升交点经度和转移飞行时长的映射 f_h 、 f_i 、 f_Ω 和 $f_{\Delta t}$ 。

变轨速度增量参数——近月点高度映射 f_h :

$$(\Delta v_{\text{trs}}, A_{\text{trs}}, E_{\text{trs}}) \stackrel{f_h}{\Leftrightarrow} h_p \quad (5)$$

变轨速度增量参数——近月点倾角映射 f_i :

$$(\Delta v_{\text{trs}}, A_{\text{trs}}, E_{\text{trs}}) \stackrel{f_i}{\Leftrightarrow} i_p \quad (6)$$

变轨速度增量参数——升交点经度映射 f_Ω :

$$(\Delta v_{\text{trs}}, A_{\text{trs}}, E_{\text{trs}}) \stackrel{f_\Omega}{\Leftrightarrow} \Omega_p \quad (7)$$

变轨速度增量参数——转移飞行时长映射 $f_{\Delta t}$:

$$(\Delta v_{\text{trs}}, A_{\text{trs}}, E_{\text{trs}}) \stackrel{f_{\Delta t}}{\Leftrightarrow} \Delta t_{\text{trs}} \quad (8)$$

上述映射数据表即作为经验数据,用于迭代求解中的迭代初值计算。

此外,DRO轨道尺寸参数和变轨时刻相位对应的修正系数,也需要完成计算准备。其中DRO尺寸参数修正系数,为了降低使用复杂性不再引入,而是针对不同DRO尺寸参数分别制作数据表,应用时根据工况条件的DRO尺寸参数值,选择最接近的数据表。

数据表的参数取值范围越大,数据表的适用工况就越多;数据制作时的采样频率越高,迭代初值计算精度也相应越高,迭代计算时间也相对会越少。但同时参数取值范围越大,采样频率越高,数据表规模就越大,制备时的计算量和使用时的数据存储规模也会越大。

根据实际应用常规工况以及主流通用计算机配置,经实际计算和效果比对,可按照以下计算条件预制数据表(数据表制备的计算时长,在几小时至十几小时范围内,常规主流家用电脑具备数据存储与运算能力)。

1) DRO轨道尺寸参数

6~8万km范围内,按照1万km间隔采样。

2) 变轨时刻DRO相位

0°~360°范围内, 按照1°的间隔采样。

3) 变轨速度增量方位角

100°~130°范围内, 按照0.5°间隔采样。

4) 变轨速度增量高低角

-15°~15°范围内, 按照0.5°间隔采样。

5) 变轨速度增量大小

200~400 m/s范围内, 按照2 m/s间隔采样。

3.2 迭代求解中的参数设定

记初始时刻为 t_0 , DRO轨道尺寸参数为 R_{DRO} , 飞行器初始时刻相位角为 φ_0 , 目标轨道为月面高度 h_p , 相对于白道面倾角为 i_p 的圆轨道, 初始时刻升交点经度为 Ω_0 , 转移变轨时刻为 t_{trans} (t_0 和 t_{trans} 均采用历元天作为时间单位), 变轨速度增量在地月L2坐标系中的投影为 Δv_x 、 Δv_y 、 Δv_z 。

转移轨道迭代求解的参数设置如下:

1) 待解参数

转移变轨时刻为 t_{trans} , 变轨速度增量在地月L2坐标系中的投影为 Δv_x 、 Δv_y 、 Δv_z ;

2) 终端约束

转移轨道近月点高度为目标轨道高度, 转移轨道近月点升交点经度等于近月时刻的目标轨道升交点经度;

3) 设定参数

初始时刻 t_0 , DRO轨道尺寸参数 R_{DRO} , DRO飞行器初始时刻相位角 φ_0 , 目标轨道月面高度 h_p , 目标轨道倾角 i_p , 目标轨道初始时刻升交点经度 Ω_0 。

3.3 迭代求解初值计算

迭代初值计算精度, 是影响迭代计算效率的重要因素。本节给出转移变轨时刻为 t_{trans} 、变轨速度增量在地月L2坐标系中的投影 Δv_x 、 Δv_y 、 Δv_z 迭代初值求解步骤。

1) Δv_{trs} , A_{trs} , E_{trs} 粗筛

根据DRO轨道尺寸参数, 在预制的不同DRO轨道尺寸对应的映射数据表中, 选择数值最接近的数据表, 筛选出近月点轨道高度 h 和轨道面倾角 i 满足一定散布范围内的 Δv_{trs} , A_{trs} , E_{trs} 值, 即在映射数据表中, 找到 h 和 i 同时满足如下条件的 $(\Delta v_{trs}, A_{trs}, E_{trs})$ 数据对。

$$\begin{cases} h_p - \delta_h < h < h_p + \delta_h \\ i_p - \delta_i < i < i_p + \delta_i \end{cases} \quad (9)$$

其中, δ_h 和 δ_i 为工程实际应用中允许的误差值, 可取值为 $\delta_h = 10 \text{ km}$, $\delta_i = 5^\circ$ 。

在得到的数据对中, 按照 E_{trs} 为正和为负的情况分为两组, 每组选取 Δv_{trs} 最小的数据对, 记为 $(\Delta v_{trs}^{\min}$ 、 A_{trs}^{\min} 、 $E_{trs}^{\min})$, 同时可获得该数据对对应的升交点经度和转移飞行时长, 记为 Δt_{trs}^{\min} 、 Ω_{trs}^{\min} 。两组 Δv_{trs} 最小的数据对, 对应升轨和降轨转移两条转移轨道, 根据目标轨道初始升交点经度值, 可计算得到转移变轨时刻, 可选择变轨时刻最早的数据对作为最终结果。转移变轨时刻 t_{trans} 的计算后面给出。

2) 转移变轨时刻 t_{trans} 计算

转移变轨时刻的计算, 依据的约束条件是近月点时刻飞行器升交点经度与目标轨道的升交点经度相等。

近月点时刻飞行器升交点经度 Ω_p 计算为

$$\Omega_p = \varphi_0 + \omega_{DRO} (t_{trans} - t_0) + \Omega_{trs}^{\min} \quad (10)$$

其中, ω_{DRO} 为DRO平均轨道角速度 (在地月L2坐标系中), 计算为

$$\omega_{DRO} = \frac{2\pi}{T_{DRO}} \quad (11)$$

其中, T_{DRO} 为DRO轨道周期, DRO轨道尺寸参数确定后可通过数值计算获得。

近月点时刻目标轨道的升交点经度 Ω_t 计算为

$$\Omega_t = \Omega_0 + \omega_{moon} (t_{trans} - t_0 + \Delta t_{trs}^{\min}) \quad (12)$$

其中, $\omega_{moon} = 0.22982 \text{ rad/d}$ 为月球公转角速度。

则令 $\Omega_p = \Omega_t$, 可求得转移变轨时刻 t_{trans} 为

$$t_{trans} = t_0 + \frac{\Omega_0 - \varphi_0 - \Omega_{trs}^{\min} + \omega_{moon} \Delta t_{trs}^{\min}}{\omega_{DRO} - \omega_{moon}} \quad (13)$$

3) 变轨相位影响修正

变轨时刻相位 φ_{trs} 的计算为

$$\varphi_{trs} = \varphi_0 + \omega_{DRO} (t_{trans} - t_0) \quad (14)$$

根据变轨时刻的相位, 按照事先完成计算的变轨时刻相位与修正系数关系表, 插值得到修正系数, A_{trs}^{\min} 、 E_{trs}^{\min} 修正后的结果记为 \bar{A}_{trs}^{\min} 、 \bar{E}_{trs}^{\min} 。

4) 变轨速度增量投影 Δv_x 、 Δv_y 、 Δv_z 计算
地月L2坐标系中变轨速度增量计算为

$$\begin{bmatrix} \Delta v_x \\ \Delta v_y \\ \Delta v_z \end{bmatrix} = M[\varphi_{trs}]_z \Delta v_{trs}^{\min} \begin{bmatrix} \cos \bar{E}_{trs}^{\min} \cos \bar{A}_{trs}^{\min} \\ \cos \bar{E}_{trs}^{\min} \sin \bar{A}_{trs}^{\min} \\ \sin \bar{E}_{trs}^{\min} \end{bmatrix} \quad (15)$$

根据1)~4)即可完成迭代初值计算。

3.4 变轨控制参数计算流程

完整的变轨控制参数计算流程, 如图7所示。

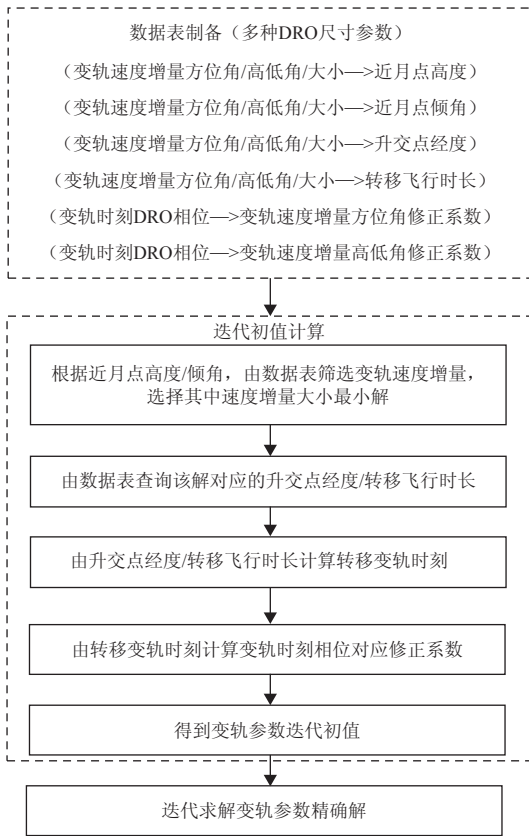


图7 变轨控制参数计算流程

Fig. 7 Calculation process of orbit maneuver control parameters

4 算例验证

4.1 设计要求

初始时刻2035年1月1日 0:0:0 (UTCG);

DRO轨道尺寸参数为6万km, 飞行器初始时刻相位角 0° ;

目标轨道月面高度200 km, 倾角 130° , 初始时刻升交点经度为 9.6° 。

要求DRO轨道飞行器转移至目标轨道上, 轨道高度、倾角和升交点经度一致, 相位不做要求。

4.2 转移轨道求解

1) Δv_{trs} , E_{trs} , A_{trs} 粗筛

采用DRO轨道尺寸参数6万km的预制数据表, 参数取值范围和采样间隔按照3.1节给出的制备。

其中, “变轨速度增量方位角/变轨速度增量高低角/变轨速度增量大小→近月点高度”, “变轨速度增量方位角/变轨速度增量高低角/变轨速度增量大小→近月点倾角”, “变轨速度增量方位角/变轨速度增量高低角/变轨速度增量大小→近月点升交点经度”, “变轨速度增量方位角/变轨速度增量高低角/变轨速度增量大小→转移飞行时间”的映射关系, 为 $61 \times 61 \times$

101矩阵。

按照 $\delta_h = 10 \text{ km}$, $\delta_i = 5^\circ$ 进行筛选, 即在事先完成计算的 f_h 和 f_i 映射数据表中, 选择满足(16)式条件的 $(\Delta v_{\text{trs}}, A_{\text{trs}}, E_{\text{trs}})$ 数据对,

$$\begin{cases} 190 \text{ km} < h < 210 \text{ km} \\ 125^\circ < i < 135^\circ \end{cases} \quad (16)$$

选取其中 Δv_{trs} 最小的数据对, 得到升轨和降轨两种方式转移时的数据对为

$$\text{升轨: } (\Delta v_{\text{trs}}^{\min}, A_{\text{trs}}^{\min}, E_{\text{trs}}^{\min}) = (259.89 \text{ m/s}, 109.44^\circ, 10.003^\circ)$$

$$\text{降轨: } (\Delta v_{\text{trs}}^{\min}, A_{\text{trs}}^{\min}, E_{\text{trs}}^{\min}) = (259.89 \text{ m/s}, 109.44^\circ, -10.003^\circ)$$

同时该数据对对应的升交点经度 $\Omega_{\text{trs}}^{\min}$ 和飞行时长 $\Delta t_{\text{trs}}^{\min}$, 也可通过映射表 f_Ω 和 $f_{\Delta t}$ 得到为

$$\text{升轨: } \Omega_{\text{trs}}^{\min} = 38.061^\circ, \Delta t_{\text{trs}}^{\min} = 2.5288 \text{ d}$$

$$\text{降轨: } \Omega_{\text{trs}}^{\min} = -141.93^\circ, \Delta t_{\text{trs}}^{\min} = 2.5284 \text{ d}$$

注意: 映射表中的升交点经度为 $\varphi = 0^\circ$ 情况下的计算值, 当 $\varphi \neq 0^\circ$ 时, 该升交点经度为相对于变轨时刻相位的升交点经度, 即升交点经度的起算基准点改为变轨时刻相位位置。

2) 转移变轨时刻 t_{trans} 计算

由(13)式, 计算结果为

$$\text{升轨: } t_{\text{trans}} = 0.2701 \text{ d}$$

$$\text{降轨: } t_{\text{trans}} = 6.1616 \text{ d}$$

其中, 变轨时刻单位d为相对于起始时刻的历元天。故选择转移时刻更早的升轨转移方式, 变轨时刻为0.2744 d。

3) 变轨相位影响修正

根据升轨转移变轨时刻, 计算得到变轨时刻DRO相位 $\varphi_{\text{trs}} = 10.867^\circ$ 。

数据预制表中“变轨时刻相位→变轨速度增量方位角修正系数”和“变轨时刻相位→变轨速度增量高低角修正系数”映射关系, 为361个元素的1维插值表。由该预制数据表, 根据变轨时刻DRO相位, 插值得到方位角和高低角的修正系数, 进而计算得到修正后的方位角和高低角值为 $\bar{A}_{\text{trs}}^{\min} = 125.904^\circ$, $\bar{E}_{\text{trs}}^{\min} = 8.127^\circ$ 。

4) 变轨速度增量投影 Δv_x 、 Δv_y 、 Δv_z 计算

根据(15)式计算得到L2坐标系中变轨速度增量迭代初值为

$$\begin{bmatrix} \Delta v_x \\ \Delta v_y \\ \Delta v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -174.162 \text{ m/s} \\ 240.56 \text{ m/s} \\ 42.4107 \text{ m/s} \end{bmatrix} \quad (17)$$

5) 迭代计算

经过14次迭代收敛,计算时长为秒级,小于通常的智能算法(通常的智能算法,如遗传算法、粒子群算法等,对同类问题解算时,往往经过数10 min计算,结果的一致性和精度也难以满足要求)。

收敛后近月点高度偏差小于0.1 km,近月点轨道倾角偏差小于0.1°,变轨速度增量的收敛值为

$$\begin{bmatrix} t_{\text{trans}} \\ \Delta v_x \\ \Delta v_y \\ \Delta v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2947 \text{ d} \\ -155.776 \text{ m/s} \\ 276.453 \text{ m/s} \\ 57.4768 \text{ m/s} \end{bmatrix} \quad (18)$$

收敛后的转移轨道如图8和图9所示。

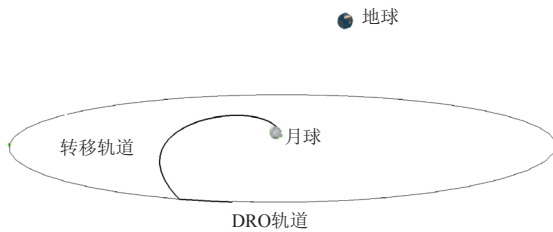


图8 收敛后的转移轨道

Fig. 8 Transfer orbit when converged

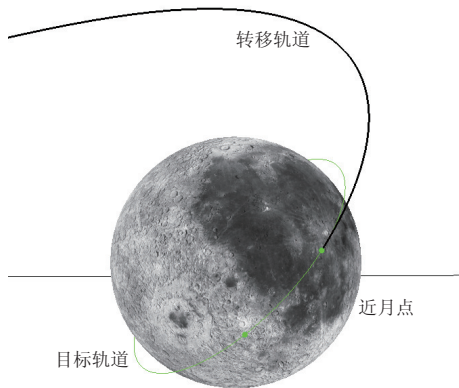


图9 目标轨道和近月点处转移轨道

Fig. 9 Target orbit and transfer orbit at perilune

由算例可知,相对于通常智能算法从随机数(参数取值范围内)出发,没有经验信息也不利用梯度信息,需要多轮迭代的技术路线,本文提出的基于预制数据表的迭代初值计算方法,利用经验信息提高了迭代初值计算精度,大幅降低了迭代次数,实现了高效解算。

通过拓展预制数据范围,可增加算法对更多工况的适应性。限于篇幅不再对更多工况进行算例验证。

5 结论

地月空间轨道计算和设计影响因素多,难以通过

解析表达式实现高精度计算,且轨道演化对初值敏感,通常的智能算法难以实现快速可靠收敛。

通过基于高精度动力学模型的数值计算预制经验数据,可在一定程度上解决高精度和收敛快速性的问题。本文针对DRO转移至环月圆轨道的轨道设计问题,提出的基于预制经验数据与解析计算相结合的迭代初值计算方法,可有效提高迭代初值计算精度,从而提高实际应用中的求解可靠性和效率。

参考文献

- [1] 何慧东,张蕾. 阿尔忒弥斯计划最新发展分析[J]. 中国航天, 2024(4): 7-12.
HE H D, ZHANG L. Analysis of the latest developments in the Artemis program[J]. Aerospace China, 2024(4): 7-12.
- [2] ANGELOPOULOS V. The ARTEMIS mission[J]. Space Science Reviews, 2011, 165: 3-25.
- [3] BOUDAD K, HOWELL K, DAVIS D. Near rectilinear halo orbits in cislunar space within the context of the bicircular four-body problem[C]//Proceedings of the 2nd IAA/AAS SciTech Forum. Moscow, Russia: IAA, 2019: 1-20.
- [4] LEE D E. White paper: gateway destination orbit model: a continuous 15 year NRHO reference trajectory: JSC-E-DAA-TN72594[R]. Houston, TX: NASA Johnson Space Center, 2019.
- [5] 王艾雪,张晨,王蜀泉,等. 基于地月自由返回轨道的DRO入轨策略[J]. 载人航天, 2022, 28(1): 81-89.
WANG A X, ZHANG C, WANG S Q, et al. Design considerations for access in to Earth-Moon DROs with lunar free-return trajectory[J]. Manned Spaceflight, 2022, 28(1): 81-89.
- [6] 徐明,徐世杰. 绕月飞行的大幅值逆行轨道研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(5): 1785-1791.
XU M, XU S J. Stability analysis and transiting trajectory design for retrograde orbits around Moon[J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(5): 1785-1791.
- [7] 张晨,张皓. 基于月球借力的低能DRO入轨策略[J]. 航空学报, 2023, 44(2): 326507-1—326507-12.
ZHANG C, ZHANG H. Lunar-gravity-assisted low-energy transfer from Earth into Distant Retrograde Orbit (DRO)[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(2): 326507-1—326507-12.
- [8] LUICA C, DAVID G, KATHLEEN C, et al. Various transfer options from earth into distant retrograde orbits in the vicinity of the Moon[J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2014(3): 1-20.
- [9] 曾豪,李朝玉,徐瑞,等. 地月Halo与DRO支持的往返月球任务轨道[J]. 宇航学报, 2021, 42(12): 1483-1492.
ZENG H, LI C Y, XU R, et al. Round-trip transfer to Earth-Moon DRO and HALO for supporting lunar exploration[J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(12): 1483-1492.
- [10] WANG G Y, ZHANG R K, ZHANG C, et al. Transfers between NRHOs and DROs in the Earth-Moon system[J]. Acta Astronautica, 2021(4): 60-73.
- [11] OSHIMA K. The use of vertical instability of L 1 and L 2 planar

- Lyapunov orbits for transfers from near rectilinear halo orbits to planar distant retrograde orbits in the Earth–Moon system[J]. *Celestial Mech. Dyn. Astron.*, 2019, 131(3): 14-19.
- [12] 何管维, 袁浩, 王杰, 等. 应用启迪优化方法的地月平动点轨道转移规划设计[J]. *航天控制*, 2025, 43(1): 29-38.
- HE G W, YUAN H, WANG J, et al. Heuristic optimization for transfer trajectory to cis-lunar liberation point periodic orbit[J]. *Aerospace Control*, 2025, 43(1): 29-38.
- [13] 董博文. DRO 往返的近地小行星飞越探测轨道设计[D]. 北京: 中国科学院大学, 2023.
- DONG B. DRO round trip orbit design for near-Earth asteroid flyby exploration[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2023.
- [14] DAVID C, MARILENA D C, KOKI H, et al. Earth-Mars transfers through Moon distant retrograde orbits[J]. *Journal of LATEX Templates*, 2017, 16: 1-27.
- [15] 董博文, 于锡峥, 李明涛, 等. 基于DRO的小行星往返飞越探测轨道设计优化方法[J]. *空间科学学报*, 2023, 43(5): 864-874.
- DONG B W, YU X Z, LI M T, et al. Orbit design optimization method for an asteroid flyby mission from DRO[J]. *Chinese Journal Of Space Science*, 2023, 43(5): 864-874.
- [16] ZHANG Y Y, ZHNAG W. Deep space exploration strategy based on distant retrograde orbits space station[J]. *Journal of Physics*, 2021, 2006(1): 012061-012068.
- [17] FU H L, WANG M, ZHANG H. Phasing analysis on DRO with impulsive maneuver[J]. *Astronomy and Space Sciences*, 2023(2): 1-14.
- [18] 曾豪, 李朝玉, 彭坤, 等. 地月空间 NRHO 与 DRO 在月球探测中的应用研究[J]. *宇航学报*, 2020, 41(7): 910-919.
- ZENG H, LI Z Y, PENG K, et al. Research on application of Earth-Moon NRHO and DRO for lunar exploration[J]. *Journal of Astronautics*, 2020, 41(7): 910-919.
- [19] ZHANG R K, WANG Y, ZHANG H, et al. Transfers from distant retrograde orbits to low lunar orbits[J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2020(1): 1-48.
- [20] REM J, LI M T, ZHENG J H. Families of transfers from the Moon to Distant Retrograde Orbits in cislunar space[J]. *Astrophys Space Science*, 2020, 365(12): 1-21.

作者简介:

张乐(1995–), 男, 工程师. 主要研究方向: 太空作战指挥系统设计。

通信地址: 江苏省南京市灵山路一号(210023)

电话: (025)68086841

E-mail: lsy2218@163.com

Design of Transfer Orbit from DRO to Lunar Circular Orbit

ZHANG Le¹, FAN Xianlin¹, MEI Changming², YANG Shiqi¹, LIANG Wu²

(1. The 28th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing 210023, China;

2. Changsha Xiangyu Information Technology Company Limited, Changsha 410000, China)

Abstract: To address the design of transfer orbit from Distant Retrograde Orbit (DRO) to lunar circular orbit, a high-precision, computationally efficient and reliable method suitable for engineering applications was proposed. Based on a high-precision dynamic model, the impacts of orbital maneuver velocity increment, DRO orbital phase at maneuver time, and DRO selenocentric distance on the transfer orbit were quantitatively analyzed. Taking high-precision quantitative results as pre-generated empirical data and integrating them with analytical calculation, accurate computation of initial iteration values for design parameters was achieved, thus enabling the efficient solution of the transfer orbit design problem. Case study verification demonstrated that the proposed method was efficient and reliable with calculation completed within seconds. Quantitative analysis results and the proposed design method in this paper can provide technical reference for engineering applications.

Keywords: DRO; lunar circular orbit; transfer orbit; Earth-Moon system

Highlights:

- The impacts of orbital maneuver velocity increment, DRO orbital phase at maneuver time, and DRO selenocentric distance on the transfer orbit are quantitatively analyzed.
- By taking high-precision quantitative results as pre-generated empirical data and integrating them with analytical calculation, accurate computation of initial iteration values for design parameters is achieved.
- The proposed method is efficient and reliable with calculation completed within seconds.

[责任编辑: 高莎, 英文审校: 宋利辉]