

# 考虑避碰与避障的小天体着陆轨迹快速规划方法

吕畅<sup>1,2</sup>, 梁子璇<sup>1,2</sup>, 朱圣英<sup>1,2</sup>, 葛丹桐<sup>1,2</sup>

(1. 北京理工大学空天科学与技术学院, 北京 100081; 2. 深空自主技术工业和信息化部重点实验室, 北京 100081)

**摘要:** 针对不规则小天体表面着陆轨迹设计问题, 提出了一种考虑避碰与避障的轨迹快速规划方法。构建了基于贝塞尔曲线的着陆轨迹解析表征形式, 提出了避碰和避障方案: 通过设置避碰引导点使着陆器规避小天体本体的大尺度几何遮挡, 通过设置避障引导点使着陆器沿着陆平面法向着陆。考虑着陆器与小天体的几何关系、引导点高度的单调性, 建立了避碰引导点和避障引导点的参数约束, 并以最小燃料为目标进行参数快速求解。同时, 研究了最短着陆时间求解问题, 根据推力幅值约束确定着陆时间的选取范围。最后, 以小天体433Eros为着陆对象, 对所提出的轨迹规划方法进行了仿真。结果表明, 该方法生成的轨迹能够满足不规则小天体着陆的避碰、避障、控制推力等约束, 适用于不同的初始条件, 且具有较高的求解效率。

**关键词:** 小天体; 着陆轨迹; 轨迹规划; 障碍规避; 贝塞尔曲线

**中图分类号:** V448.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2096-9287(2026)01-0027-11

**DOI:** 10.3724/j.issn.2096-9287.2025.20250095

**引用格式:** 吕畅, 梁子璇, 朱圣英, 等. 考虑避碰与避障的小天体着陆轨迹快速规划方法[J]. 深空探测学报(中英文), 2026, 13(1): 27-37.

**Reference format:** LYU C, LIANG Z X, ZHU S Y, et al. Rapid trajectory planning with collision and obstacle avoidance for landing on small celestial body[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2026, 13(1): 27-37.

## 引言

随着深空探测任务的不断推进, 小天体着陆成为航天领域的重要研究方向<sup>[1]</sup>。迄今为止, 人类已经实施多次小天体着陆任务, 包括美国国家航空航天局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)的近地小行星交会(Near Earth Asteroid RendezvoHs, NEAR)任务、“冥王号”(OSIRIS-Rex)任务、日本宇宙航空研究开发机构(Japan Aerospace Exploration Agency, JAXA)的“隼鸟号”(Hayabusa)、“隼鸟2号”(Hayabusa-2)任务和欧洲航天局(European Space Agency, ESA)的“罗塞塔”(Rosetta)任务, 实现了硬着陆、软着陆到着陆采样的发展。中国在2025年发射了“天问二号”, 前往小行星2016HO3进行着陆采样任务。随着深空探测技术的不断发展, 对探测任务科学回报的期望也日益提高, 未来的着陆任务不仅要求探测器实现精确着陆, 还需适应更复杂的地形。小天体形状不规则, 表面曲率变化剧烈, 且星表形貌复杂, 存在不确定障碍<sup>[2]</sup>。在着陆器从环绕轨道下降至着陆点的过程中, 着陆轨迹可能面临小天体本体阻挡, 存在与星表障碍发生碰撞的风险, 着陆器需要

具备障碍规避能力<sup>[3]</sup>。由于深空通信存在显著时延, 依赖地面控制难以应对突发障碍规避需求<sup>[4]</sup>。因此, 研究具备快速响应能力与自主障碍规避能力的轨迹规划方法, 对于提升小天体着陆任务的成功率具有重要意义<sup>[5]</sup>。

着陆轨迹规划通常以燃料消耗、着陆精度、着陆时间等一个或多个因素为性能指标, 考虑障碍规避、控制推力等约束条件, 通过数值优化的方法求解使性能指标达到最优并能满足约束条件的优化问题, 进而得到最优轨迹与控制序列<sup>[6]</sup>。轨迹规划方法可以分为离线轨迹规划与在线轨迹规划。离线轨迹规划方法基于先验环境信息和精确的动力学模型, 在地面完成轨迹优化计算, 生成控制序列<sup>[7]</sup>。常用的离线轨迹规划方法有打靶法<sup>[8]</sup>、伪谱法<sup>[9-10]</sup>和凸优化方法<sup>[11-13]</sup>。打靶法构造协态变量初值对终端状态量的偏微分状态转移方程, 再通过积分和初值猜测修正的方式对协态变量初值进行搜索, 该方法形式简单但难以应对避障约束。Liu等<sup>[9]</sup>将避障约束转化为高度约束, 通过伪谱法求解离散非线性规划问题, 能够兼顾避障效果与燃料消耗。Cui等<sup>[11]</sup>将避障约束考虑为轨迹曲率约束, 使用凸优化

方法求解着陆轨迹,降低着陆器与星表障碍碰撞的风险。凸优化具有求解速度快的特点,但为了将避障约束凸化,往往将复杂障碍进行简化处理,难以适用于复杂障碍规避问题。离散轨迹规划受到小天体环境不确定性的影响较大,针对鲁棒轨迹优化问题,也有学者做出了研究<sup>[14-17]</sup>,将不确定性纳入扩展状态,通过直接法求解着陆轨迹,提高了着陆过程的抗扰能力。开发能够兼顾实时性与避障约束处理能力的新方法,成为轨迹规划的发展方向。

轨迹规划通常依赖于目标天体的先验信息。然而,在实际任务中,先验信息难以被充分获取,且获取的信息可能与实际环境存在偏差。在线轨迹规划方法能够在任务执行过程中根据实时获取的环境信息调整轨迹,以应对动态环境变化,相比离线规划具有更强的环境适应性和快速应变能力。Klumpp等<sup>[18]</sup>将着陆轨迹几何特征参数化,提出多项式制导方法,通过着陆器状态计算多项式参数,生成多项式形式的着陆轨迹。Long等<sup>[19]</sup>根据小天体表面形貌起伏设计能量最优问题的性能指标,通过调整飞行时间来减低碰撞风险。Yuan等<sup>[20]</sup>结合人工势函数与碰撞概率,计算着陆过程中与每个危险区域的碰撞概率,在制导律中显式考虑状态不确定性,设计了基于安全区膨胀的自主避障的着陆轨迹。Liang等<sup>[21]</sup>设计了分段多项式的加速度剖面,通过求解多项式参数调整着陆轨迹,使着陆器沿着着陆平面法向着陆。当前的在线轨迹规划方法主要针对小天体表面局部障碍,并需要对障碍进行简化表征。当着陆器与着陆点连线受到小天体本体阻挡时,局部避障轨迹难以兼顾大尺度障碍与星表小型障碍的规避。由于小天体表面曲率变化剧烈<sup>[22]</sup>,基于简化模型的避障准则会因曲率突变而导致约束失效。亟需研究一种能够兼顾计算效率与全局障碍规避能力的快速轨迹规划方法<sup>[23]</sup>。

本文面向不规则小天体着陆过程中的轨迹规划问题,提出了一种考虑避碰与避障的着陆轨迹快速规划方法。该方法采用贝塞尔曲线对着陆轨迹进行解析表征,用少量参数描述着陆轨迹的关键几何特征,将轨迹规划问题转化为低维参数优化问题。与常规多项式轨迹相比,贝塞尔曲线参数几何意义明确,便于根据避碰和避障需求进行轨迹调整;同时,着陆轨迹可以由少量参数描述,能够降低优化变量数量,从而提高复杂约束条件下求解效率。在此基础上,通过分析着陆器与小天体的几何关系,设计了贝塞尔曲线引导点的选取方案,可实现引导点参数的快速求解,从而完成着陆轨迹快速规划。

## 1 动力学与约束模型

### 1.1 着陆动力学

如图1所示,以小天体质量中心为坐标原点 $o$ ,建立小天体固连坐标系。最大惯量主轴方向为 $z$ 轴,最小惯量轴方向为 $x$ 轴, $y$ 轴与 $x$ 轴、 $z$ 轴构成右手坐标系。以着陆点为坐标原点 $o$ ,建立着陆点坐标系,着陆点到初始点 $A$ 连线方向为 $x$ 轴, $x$ 轴与着陆平面法向量的叉乘所得向量为 $y$ 轴方向, $z$ 轴与 $x$ 轴、 $y$ 轴构成右手坐标系。

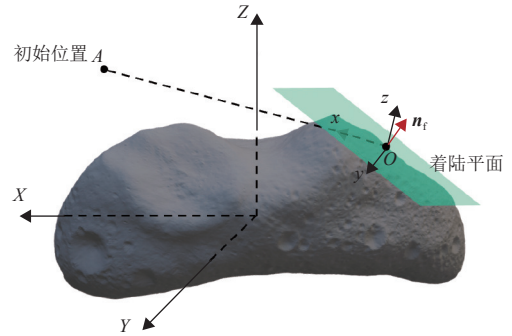


图1 坐标系示意图

Fig. 1 Illustration of the coordinate systems

通过环绕段的遥测与建模,着陆器能够获得一定精度的小天体先验信息,包括小天体的形状、自转速度、着陆点位置及着陆点附近形貌。这些先验信息用于建立着陆动力学模型与约束。在小天体固连坐标系下,着陆器的动力学方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = -2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \mathbf{g} + \mathbf{a}_c \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{r}$ 为着陆器位置矢量; $\mathbf{v}$ 为着陆器速度矢量; $\boldsymbol{\omega}$ 为行星自转角速度矢量; $\mathbf{g}$ 为小天体引力加速度矢量; $\mathbf{a}_c$ 为控制加速度矢量。

### 1.2 着陆约束

在着陆过程中,着陆器需要避免与小天体表面发生碰撞,着陆轨迹需要满足避碰约束,即轨迹不与小天体表面相交。在着陆末段,着陆器应沿着着陆平面法向着陆,减少与小天体表面未知障碍碰撞的风险。着陆器需要满足安全约束如图2所示。以着陆点 $o$ 为顶点,着陆平面法向量 $\mathbf{n}_f$ 为轴线定义安全锥,着陆点到着陆器位置的连线与着陆平面法向量的夹角为着陆倾角 $\theta$ ,初始着陆倾角为 $\theta_0$ 。设置安全锥用于限制着陆器在末段的着陆方向,安全锥的半锥角为 $\theta_{\max}$ 。 $h_{\min}$ 为着陆器与小天体表面的最小安全距离。

根据着陆器进入安全锥的情况,安全约束可分为避碰约束与避障约束。

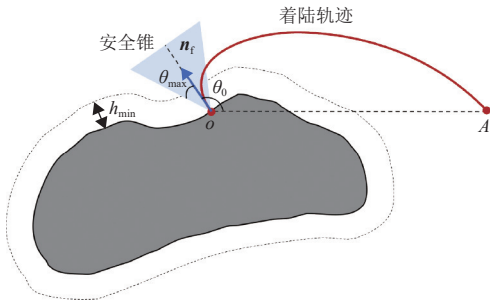


图2 安全约束示意图  
Fig. 2 Illustration of the safe constraint

避碰约束定义为:着陆器在首次进入安全锥前,与小天体表面的距离应大于最小安全距离,避免其运动到目标点前与小天体表面发生碰撞。避碰约束可表示为

$$h(\mathbf{r}) > h_{\min} \quad (2)$$

避障约束定义为:着陆器首次进入安全锥后,着陆器与着陆点之间不存在小天体本体阻挡,需保持着陆器不离开安全锥,减小与目标点附近星表障碍碰撞的风险。避障约束可表示为

$$\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_f)^T \mathbf{n}_f}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_f\|} \geq \cos \theta_{\max} \quad (3)$$

其中, $h$ 为着陆器与小天体表面最近的投影点之间的距离。

在着陆时刻 $t_f$ ,着陆器需要达到目标位置与目标速度,且终端着陆倾角为0,终端约束可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{r}(t_f) = \mathbf{r}_f \\ \mathbf{v}(t_f) = \mathbf{v}_f \\ \mathbf{a}(t_f) = \mathbf{a}_f \\ \theta(t_f) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\mathbf{v}_f$ 为着陆点速度矢量; $\mathbf{a}$ 为着陆器加速度矢量; $\mathbf{a}_f$ 为着陆器终端加速度矢量。

此外,着陆器还需满足推力约束

$$\|\mathbf{T}\| \leq T_{\max} \quad (5)$$

其中: $\mathbf{T}$ 为着陆器控制推力; $T_{\max}$ 为最大推力。

受限于观测精度,获取的先验信息可能与实际环境存在偏差,影响着陆动力学与约束的准确建立,进而降低轨迹规划结果的精度与避碰避障能力。为减小先验误差带来的影响,轨迹规划方法需要根据实时获取的信息进行快速修正。

## 2 基于贝塞尔曲线的快速轨迹规划

由于小天体形状不规则、表面形貌复杂,着陆过

程需要满足避碰约束、避障约束;考虑到目标天体信息难以完全获取、存在环境不确定性,着陆器需要具备快速应变能力。因此,需要研究具有全局障碍规避的快速轨迹规划方法。本节通过对着陆轨迹进行贝塞尔曲线表征,将轨迹优化问题转化为引导点优化问题;设计贝塞尔曲线的引导点选取方案,生成避碰系数与避障系数的可行空间;并以燃料消耗为目标对引导点参数进行快速搜索,进而得到着陆时间固定情况下的避障着陆轨迹。在此基础上,对着陆时间可行范围进行分析,为着陆时间提供选取依据。

### 2.1 着陆轨迹的贝塞尔曲线表征

贝塞尔曲线能够通过少量控制点生成复杂且光滑的轨迹,便于解析计算与优化。基于贝塞尔曲线设计的着陆轨迹可表示为

$$\mathbf{r}(\tau) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(\tau) \mathbf{P}_i, \quad \tau \in [0, 1] \quad (6)$$

其中: $\tau$ 为时间 $t$ 在 $[0, 1]$ 区间的映射; $n$ 为贝塞尔曲线阶数; $p_i$ 为控制点 $p_i$ 的位置矢量,通过调整控制点可以灵活地改变轨迹形状; $B_{i,n}(\tau)$ 为贝塞尔基函数,可表示为

$$B_{i,n}(\tau) = \frac{n!}{n!(n-i)!} \tau^i (1-\tau)^{n-i}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

由于贝塞尔曲线的解析性质,可以求导得到速度与加速度的解析表达式

$$\mathbf{v}(\tau) = n \sum_{i=0}^{n-1} B_{n-2,i}(\tau) (\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i) \quad (8)$$

$$\mathbf{a}(\tau) = n(n-1) \sum_{i=0}^{n-1} B_{n-2,i}(\tau) (\mathbf{P}_{i+2} - \mathbf{P}_{i+1} + \mathbf{P}_i) \quad (9)$$

在着陆时长 $t_f$ 已知的情况下,根据初始和终端状态约束,可以推导得出其中6个控制点的位置矢量

$$\begin{cases} \mathbf{P}_0 = \mathbf{r}_0 \\ \mathbf{P}_1 = \mathbf{r}_0 + \frac{\mathbf{v}_0 t_f}{n} \\ \mathbf{P}_2 = \mathbf{r}_0 + \frac{2\mathbf{v}_0 t_f}{n} + \frac{\mathbf{a}_0 t_f^2}{n(n-1)} \\ \mathbf{P}_{n-2} = \mathbf{r}_f - \frac{2\mathbf{v}_f t_f}{n} + \frac{\mathbf{a}_f t_f^2}{n(n-1)} \\ \mathbf{P}_{n-1} = \mathbf{r}_f - \frac{\mathbf{v}_f t_f}{n} \\ \mathbf{P}_n = \mathbf{r}_f \end{cases} \quad (10)$$

其中:贝塞尔曲线的阶数 $n$ 至少为5; $\mathbf{v}_0$ 为着陆器初始速度矢量; $\mathbf{a}_0$ 为着陆器初始加速度矢量。

当采用5阶贝塞尔曲线进行轨迹规划时,得到的着

陆轨迹如图3所示。由于贝塞尔曲线阶数较低,难以满足式(2)和(3)中的避碰约束与避障约束,着陆轨迹与小天体发生碰撞。需要通过增加引导点的方式,生成满足避碰与避障约束的轨迹。更多的引导点虽然能够生成更复杂的轨迹,但也会显著增加计算量,降低实时性,同时复杂的轨迹也会产生更多的燃料消耗。

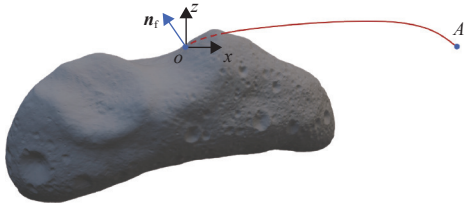


图3 使用5阶贝塞尔曲线的着陆轨迹示意图

Fig. 3 Illustration of landing trajectory using fifth-order Bezier curve

本文根据着陆器初末位置与小天体的几何关系,设置2个引导点,使用7阶贝塞尔曲线设计着陆轨迹。考虑小天体着陆过程中,着陆器面临本体遮挡与星表障碍影响,通过设置避碰着陆点以规避小天体本体大尺度几何遮挡;通过设置避障引导点使着陆器沿着陆平面法向着陆,降低着陆器与星表障碍碰撞的风险。两引导点与对应的着陆轨迹如图4所示。

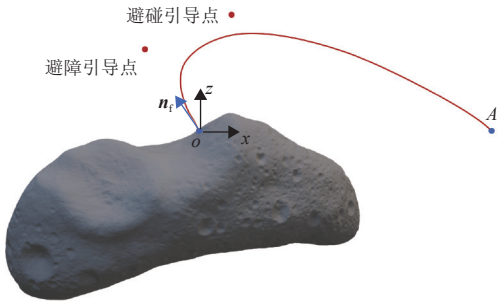


图4 使用7阶贝塞尔曲线的着陆轨迹示意图

Fig. 4 Illustration of landing trajectory using seventh-order Bezier curve

贝塞尔曲线控制点的位置矢量可表示为

$$\begin{cases} P_0 = r_0 \\ P_1 = r_0 + \frac{v_0 t_f}{n} \\ P_2 = r_0 + \frac{2v_0 t_f}{n} + \frac{a_0 t_f^2}{n(n-1)} \\ P_3 = r_{ac} \\ P_4 = r_{ao} \\ P_5 = r_f - \frac{2v_f t_f}{n} + \frac{a_f t_f^2}{n(n-1)} \\ P_6 = r_f - \frac{v_f t_f}{n} \\ P_7 = r_f \end{cases} \quad (11)$$

其中:  $r_{ao}$ 为避障引导点的位置矢量;  $r_{ac}$ 为避碰引导点的位置矢量。

轨迹规划问题可表示为如下的两引导点的优化问题

$$\begin{aligned} \min J(r_{ao}, r_{ac}) \\ \text{s.t.} \begin{cases} h(r) > h_{\min}, & t \leq t_s \\ \frac{(r - r_f)^T n_f}{\|r - r_f\|} \geq \cos \theta_{\max}, & t > t_s \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

其中:  $J$ 为目标函数;  $t_s$ 为着陆器首次进入安全锥的时刻。

需要指出,该问题的优化变量为6维,直接优化计算量大。为提高轨迹规划的运算速度,下面根据避碰与避障需求设置引导点选取方案。

## 2.2 贝塞尔曲线的引导点选取方案

定义引导平面为小天体着陆点坐标系的 $xoz$ 平面,在引导平面上选取两引导点。首先,在着陆平面法向方向选取引导点,使着陆器在附着末段沿着陆平面法向着陆

$$r_{ao} = r_f + \alpha n_f \quad (13)$$

其中:  $\alpha$ 为避障系数,通过选取合适的 $\alpha$ 能够控制末段轨迹在安全锥内。避障引导点的选取范围如图5所示。当 $\alpha$ 取值较大时,轨迹在末段会发生较大的曲率变化,能有效规避大尺度障碍,但会导致燃料消耗增加;而 $\alpha$ 取值较小时,轨迹曲率变化平缓,能够节省燃料,但终端着陆角可能较小,增加碰撞风险。此外, $\alpha$ 的取值还需与初始速度方向匹配,当初速度指向障碍时需适当增大 $\alpha$ 以确保足够的避障裕度,反之则可减小 $\alpha$ 以优化燃料效率。

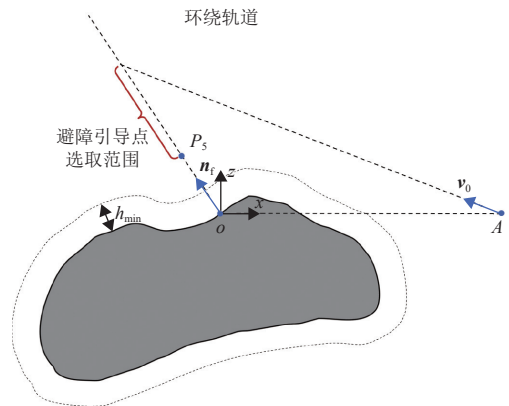


图5 避障引导点示意图

Fig. 5 Illustration of guide point for obstacle avoidance

着陆器进入安全锥时与小天体表面的距离应大于最小安全距离,该最小安全距离对应的避障系数为

$$\alpha_1 = h_{\min} \quad (14)$$

为使着陆器在末段保持单调下降,并防止轨迹曲率发生突变,避障引导点应该位于贝塞尔控制点 $P_5$ 上方。 $P_5$ 位置对应的避障系数为

$$\alpha_2 = (\mathbf{P}_5 - \mathbf{r}_f)^T \mathbf{n}_f \quad (15)$$

考虑初始速度在引导平面上的投影 $\mathbf{v}_p$ ,若从初始位置沿初始速度方向的延长线与着陆平面法向存在交点,则该点对应的避障系数为

$$\alpha_3 = \begin{cases} \frac{\|\mathbf{v}_0\|^2 (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_f)^T \mathbf{n}_f - (\mathbf{v}_0^T \mathbf{n}_f) (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_f)^T \mathbf{v}_0}{\|\mathbf{v}_0\|^2 \|\mathbf{n}_f\|^2 - (\mathbf{v}_0^T \mathbf{n}_f)^2}, & \gamma \geq \gamma_s \\ \frac{\|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_f\| \sin \gamma_s}{\sin [\arccos(-\mathbf{n}_f^T \mathbf{e}_x) - \gamma_s]}, & \gamma < \gamma_s \end{cases} \quad (16)$$

其中: $\gamma$ 为 $\mathbf{v}_p$ 与 $\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_0$ 的夹角; $\gamma_s$ 为过初始点且与小天体相切的直线与 $\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_0$ 的夹角; $\mathbf{e}_x$ 为 $x$ 轴单位矢量。

由于着陆过程轨道高度逐渐降低,避障引导点位置应低于初始轨道高度。着陆平面法向量与初始轨道的交点对应的避障系数为

$$\alpha_4 = -\mathbf{r}_f^T \mathbf{n}_f + \sqrt{(\mathbf{r}_f^T \mathbf{n}_f)^2 - (\|\mathbf{r}_f\|^2 - \|\mathbf{r}_0\|^2)} \quad (17)$$

综合式(14)-式(17)的避障系数,即可得到避障引导点对应的避障系数 $\alpha$ 的取值范围。该系数的取值下限和上限分别为

$$\alpha_{\min} = \begin{cases} \max\{\alpha_1, \alpha_2\}, & \gamma \geq \gamma_s \\ \max\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}, & \gamma < \gamma_s \end{cases} \quad (18)$$

$$\alpha_{\max} = \begin{cases} \min\{\alpha_3, \alpha_4\}, & \gamma \geq \gamma_s \\ \alpha_4, & \gamma < \gamma_s \end{cases} \quad (19)$$

当初始位置与着陆点的连线不经过小天体时,小天体本体对着陆过程不构成阻挡,避障着陆点与避障着陆点重合。当初始位置与着陆点的连线经过小天体时,需要考虑小天体本体对着陆轨迹的阻挡。平行于 $x$ 轴且做小天体的切线,切点 $B$ 表示着陆轨迹需要避开的关键位置。在过切点且平行于 $z$ 轴方向上选取引导点,使着陆器能够绕开小天体本体遮挡部分,实现避障着陆

$$\mathbf{r}_{ac} = \mathbf{r}_t + \beta \mathbf{e}_z \quad (20)$$

其中: $\mathbf{r}_t$ 为切点的位置矢量; $\mathbf{e}_z$ 为 $z$ 轴单位矢量; $\beta$ 为避障系数,通过调整 $\beta$ 可以调整轨迹与小天体的距离。避障引导点的选取范围如图6所示。

当 $\beta$ 较小时,轨迹与小天体表面距离较近,着陆器可能与小天体发生碰撞;而当 $\beta$ 较大时,能够完全规避

小天体几何阻挡,但会导致燃料消耗增加。同时, $\beta$ 的取值还与初始速度方向相关,当初速度指向障碍时需适当增大 $\beta$ 以确保足够的避碰裕度,反之则可减小 $\beta$ 以优化燃料效率。

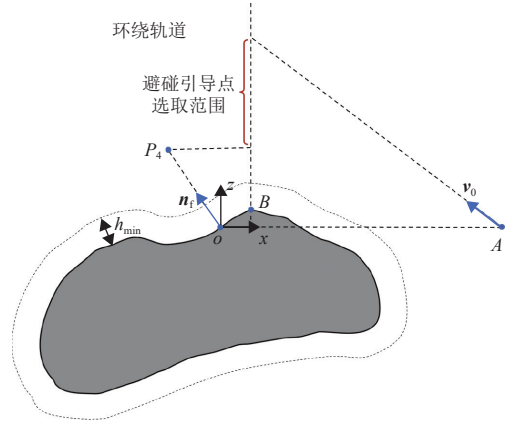


图6 避障引导点示意图

Fig. 6 Illustration of guide point for collision avoidance

着陆器进入安全锥前与小天体表面的距离应大于最小安全距离,该最小安全距离对应的避障系数为

$$\beta_1 = h_{\min} \quad (21)$$

为使着陆器与小天体距离保持单调下降,避障引导点应低于初始轨道高度,且避障引导点的 $z$ 轴分量应大于避障引导点的 $z$ 轴分量,避障系数满足

$$\beta_2 = \mathbf{r}_{a0}^T \mathbf{e}_z \quad (22)$$

$$\beta_4 = -\mathbf{r}_f^T \mathbf{n}_f + \sqrt{(\mathbf{r}_f^T \mathbf{n}_f)^2 - (\|\mathbf{r}_f\|^2 - \|\mathbf{r}_0\|^2)} \quad (23)$$

考虑初始速度影响,若从初始位置沿初始速度方向的延长线与着陆平面法向存在交点,则有

$$\beta_3 = \begin{cases} \frac{\|\mathbf{v}_0\|^2 (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_f)^T \mathbf{n}_f - (\mathbf{v}_0^T \mathbf{n}_f) (\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_f)^T \mathbf{v}_0}{\|\mathbf{v}_0\|^2 \|\mathbf{n}_f\|^2 - (\mathbf{v}_0^T \mathbf{n}_f)^2}, & \gamma \geq \gamma_s \\ \frac{\|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_f\| \sin \gamma_s}{\sin [\arccos(-\mathbf{n}_f^T \mathbf{e}_x) - \gamma_s]}, & \gamma < \gamma_s \end{cases} \quad (24)$$

综合式(21)-式(24)的避障系数,可以得到避障引导点对应的避障系数 $\beta$ 的取值范围。该系数的取值下限和上限分别为

$$\beta_{\min} = \begin{cases} \max\{\beta_1, \beta_2\}, & \gamma \geq \gamma_s \\ \max\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}, & \gamma < \gamma_s \end{cases} \quad (25)$$

$$\beta_{\max} = \begin{cases} \min\{\beta_3, \beta_4\}, & \gamma \geq \gamma_s \\ \beta_4, & \gamma < \gamma_s \end{cases} \quad (26)$$

### 2.3 贝塞尔曲线的引导点参数搜索

为了获取满足避碰、避障约束的着陆轨迹，并降低着陆过程的燃料消耗，需要对避碰系数与避障系数进行优化。以燃料消耗为目标函数

$$J = \int_0^{t_f} \|\mathbf{a}_c\| dt \quad (27)$$

着陆器的控制加速度可表示为

$$\mathbf{a}_c = \mathbf{a} - \mathbf{a}_g - \mathbf{a}_{\text{cor}} - \mathbf{a}_{\text{cent}} \quad (28)$$

其中： $\mathbf{a}$ 为合加速度； $\mathbf{a}_g$ 为引力加速度； $\mathbf{a}_{\text{cor}}$ 为科里奥利加速度； $\mathbf{a}_{\text{cent}}$ 为离心加速度，表达式为

$$\begin{cases} \mathbf{a}(t) = \frac{42}{t_f^2} \sum_{i=0}^6 B_{5,i} \left( \frac{t}{t_f} \right) (\mathbf{P}_{i+2} - \mathbf{P}_{i+1} + \mathbf{P}_i) \\ \mathbf{a}_g = -\frac{GM}{r^3} \mathbf{r} \\ \mathbf{a}_{\text{cor}} = -2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} \\ \mathbf{a}_{\text{cent}} = -\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \end{cases} \quad (29)$$

其中： $G$ 为万有引力常数； $M$ 为小天体质量； $r$ 为着陆器与小天体中心的距离。使用数值积分方法能够对燃料消耗进行快速求解。

通过引入避碰系数与避障系数，着陆轨迹规划问题转化为以燃料消耗为优化目标的参数优化问题

$$\begin{aligned} & \min J(\alpha, \beta) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} h(\mathbf{r}) > h_{\min}, & t \leq t_s \\ \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_f)^T \mathbf{n}_f}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_f\|} \geq \cos \theta_{\max}, & t > t_s \\ \alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max} \\ \beta_{\min} \leq \beta \leq \beta_{\max} \end{cases} \end{aligned} \quad (30)$$

使用两阶段网格搜索方法，使用粗网格快速排除无效参数组合，缩小优化范围，减少计算量。使用细网格精确优化参数。首先，式(18)、(19)、(25)和(26)给出了 $\alpha$ 和 $\beta$ 的选取范围。在 $\alpha$ 和 $\beta$ 的选取范围内采用较大步长进行离散化，构建避碰-避障参数粗网格。在每个网格点处计算该参数组合对应的着陆轨迹是否满足约束，保留所有满足约束的参数组合。然后，选取所有解中能够使燃料消耗最少的引导点参数 $\alpha^*$ 和 $\beta^*$ ，得到粗搜索最优解。选取粗搜索最优解的邻域作为引导点参数新的选取范围，采用更小步长进行离散化，构建避碰-避障参数细网格。在每个网格点处计算该参数组合对应的燃料消耗，并判断是否满足约束，进而得到满足约束的最低燃料消耗对应的参数组合。在着陆时间确定的情况下，根据初始约束、终端约束与引导点搜索策略能够确定燃料最优的着陆轨迹与对

应的加速度曲线。

### 2.4 着陆时间可行范围求解

前面以燃料最优建立了着陆时间固定的情况下的轨迹优化问题，并求解得到具备全局避障能力的着陆轨迹与对应的解析控制加速度。由于着陆时间与推力大小呈负相关，当着陆时间不确定时，可根据推力幅值约束确定最短着陆时间，构建优化问题

$$\begin{aligned} & \min t_f \\ & \text{s.t.} \|\mathbf{a}_c\| \leq \frac{T_{\max}}{m} \end{aligned} \quad (31)$$

优化过程包括以下控制点计算、极值点求解与着陆时间迭代。首先，根据当前预测的着陆时间能够计算贝塞尔控制点，结合2.3小节中的引导点参数搜索策略确定避碰引导点与避障引导点，进而能够得到控制加速度的解析表达式。

推力幅值约束可表示为控制加速度模平方形式

$$\|\mathbf{a}_c\|^2 \leq \left( \frac{T_{\max}}{m} \right)^2 \quad (32)$$

为求解着陆过程的最大推力，对控制加速度模的平方项求导

$$\frac{d\|\mathbf{a}_c\|^2}{dt} = 2\mathbf{a}_c^T \frac{d\mathbf{a}_c}{dt} \quad (33)$$

控制加速度的导数可由下式计算

$$\frac{d\mathbf{a}_c}{dt} = \frac{d\mathbf{a}}{dt} + \frac{d\mathbf{a}_g}{dt} + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{a} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) \quad (34)$$

$$\frac{d\mathbf{a}}{dt} = 210 \sum_{i=0}^4 \binom{4}{i} t^i (1-t)^{4-i} (\mathbf{P}_{i+3} - 3\mathbf{P}_{i+2} + 3\mathbf{P}_{i+1} - \mathbf{P}_i) \quad (35)$$

$$\frac{d\mathbf{a}_g}{dt} = GM \left[ \frac{\mathbf{v}}{r^3} - \frac{3\mathbf{r}(\mathbf{r}^T \mathbf{v})}{r^5} \right] \quad (36)$$

式(33)可表示为

$$\begin{aligned} \frac{d\|\mathbf{a}_c\|^2}{dt} = & \frac{d\mathbf{a}^T}{dt} \mathbf{a} + GM \left[ \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{v}}{r^3} - \frac{3(\mathbf{r}^T \mathbf{v})(\mathbf{a}^T \mathbf{r})}{r^5} + \frac{d\mathbf{a}^T}{dt} \frac{\mathbf{r}}{r^3} \right] - \\ & \frac{2G^2 M^2 (\mathbf{r}^T \mathbf{v})}{r^4} + 4\|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}\|^2 - \boldsymbol{\omega}^2 \mathbf{v}^T (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \\ & 2\boldsymbol{\omega}^T \left[ \mathbf{v} \times \frac{d\mathbf{a}}{dt} + GM \left( \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{r}}{r^3} - \frac{3(\mathbf{r}^T \mathbf{v})(\mathbf{v} \times \mathbf{r})}{r^5} \right) \right] \end{aligned} \quad (37)$$

令式(37)等于0，求解推力取极值的时刻 $t^*$ ，最大推力幅值为

$$T_{\text{cm}} = \max \{ m \|\mathbf{a}_c(t_0)\|, m \|\mathbf{a}_c(t^*)\|, m \|\mathbf{a}_c(t_f)\| \} \quad (38)$$

其中， $t_0$ 为初始时刻。

得到当前着陆时间对应的最大推力后，根据推力

幅值约束, 根据以下公式对着陆时间进行调整

$$t_r^{k+1} = t_r^k \sqrt{T_{cm}/T_{max}} \quad (39)$$

其中:  $t_r^k$  与  $t_r^{k+1}$  为当前与下一次迭代时的着陆时间。当推力不满足推力幅值约束时, 通过增大着陆时间来降低最大推力; 当推力小于最大推力幅值时, 通过减小着陆时间来提高效率。通过多次迭代计算, 使最大推力恰好满足推力幅值约束, 计算得到最短着陆时间, 为着陆时间选取提供依据。

### 3 仿真结果

以小天体433Eros为目标进行仿真试验。着陆器初始时刻轨道高度为35 km, 小行星绕z轴自旋的角速度  $\omega = 3.3117 \times 10^{-4}$  rad/s。着陆器质量为500 kg, 安装有3个最大推力为20 N的火箭发动机, 发动机比冲为150 s, 着陆器能输出的最大推力为60 N<sup>[24-25]</sup>。设置安全距离为300 m, 安全锥的半锥角为30°, 标称情况的初始与终端条件如表1所示。

表 1 初始与终端条件

Table 1 Initial and terminal conditions

参数	数值
初始位置 $r_0/m$	$[-32\ 335.78, 13\ 393.92, 0]^T$
目标位置 $r_f/m$	$[-647.33, 6\ 602.60, -1\ 712.16]^T$
初始速度 $v_0/(m \cdot s^{-1})$	$[1.34, 3.23, 0]^T$
目标速度 $v_f/(m \cdot s^{-1})$	$[0, 0, 0]^T$
初始加速度 $a_0/(m \cdot s^{-2})$	$[0.000\ 65, -0.000\ 27, 0]^T$
目标加速度 $a_f/(m \cdot s^{-2})$	$[0, 0, 0]^T$
着陆平面向量 $n_r$	$[0.74, 0.66, -0.13]$

#### 3.1 着陆时间分析

根据最大推力幅值约束, 可求得最小着陆时间为1 689.96 s。图7给出了不同着陆时间下的着陆轨迹, 图8给出了两种情况下的推力幅值曲线。由于着陆时间不同, 推力两种情况的贝塞尔控制点不同, 但贝塞尔

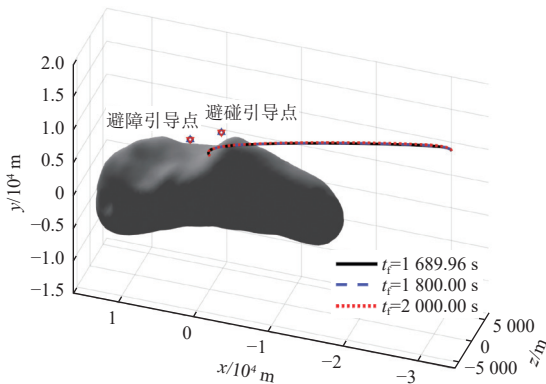


图 7 不同着陆时间下的着陆轨迹

Fig. 7 Landing trajectories for various landing time

控制点的差异较小, 因此着陆轨迹的差异也较小。着陆时间为1 689.96 s时, 最大推力为60.00 N, 燃料消耗为31.47 kg; 着陆时间为1 800 s时, 最大推力为52.83 N, 燃料消耗为29.53 kg; 着陆时间为2 000 s时, 最大推力为42.72 N, 燃料消耗为26.56 kg。着陆时间越小, 最大推力越小, 燃料消耗越高, 因此需要综合考虑任务效率与燃料消耗选取着陆时间。

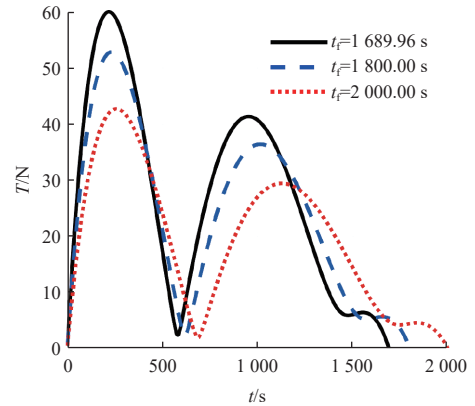


图 8 不同着陆时间下的推力幅值曲线

Fig. 8 Thrust magnitude for various landing time

#### 3.2 标称情况轨迹规划

选取标称着陆时间为2 000 s时, 根据初始与终端条件计算得到其中6个贝塞尔控制点, 据小天体形貌信息搜索得避障引导点  $r_{ao} = [-2\ 058.21, 8\ 305.80, 1\ 273.95]$  m, 避碰引导点  $r_{ac} = [-2\ 001.35, 12\ 095.55, -2\ 235.11]$  m, 进而得到基于贝塞尔曲线的着陆轨迹。图9给出了所提出方法生成的着陆轨迹, 图10给出了着陆器三轴速度, 图11给出了推力幅值曲线。着陆器能够到达目标点时三轴速度为0, 满足终端约束。着陆过程满足推力幅值约束, 燃料消耗为26.56 kg。着陆器在着陆前未与小天体发生碰撞, 进入安全锥前与小天体的最小距离为334.54 m, 满足避碰约束; 着陆轨迹终端着陆倾角为0.06°, 满足法向着陆要求。

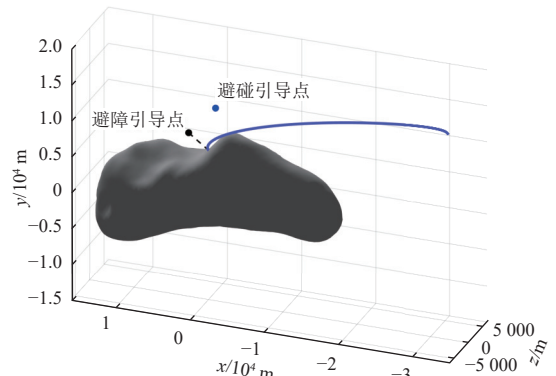


图 9 标称情况下的着陆轨迹与引导点

Fig. 9 Landing trajectory and guide points in nominal case

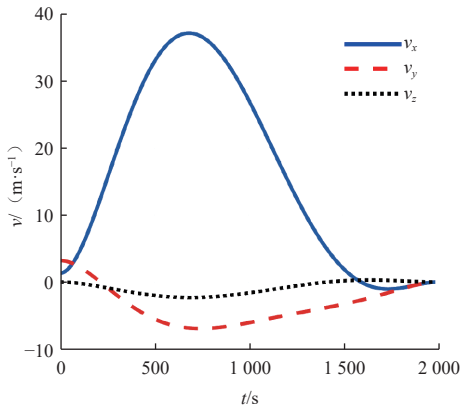


图 10 标称情况下的三轴速度曲线  
Fig. 10 Three-axis velocities in nominal case

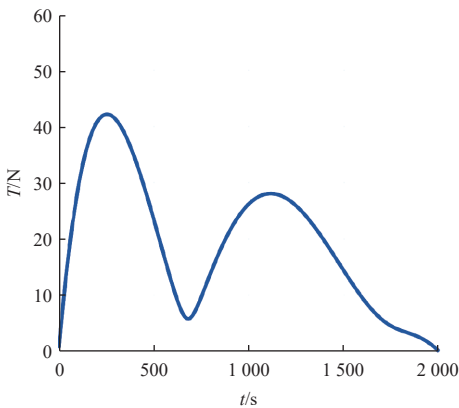


图 11 标称情况下的推力幅值曲线  
Fig. 11 Thrust magnitude in nominal case

### 3.3 不同初始位置轨迹规划

着陆器离开环绕轨道的位置可能存在偏差,不同的离轨点具有不同的初始位置与初始速度,小天体的遮挡情况也不同。为验证所提出方法的避碰避障能力,在初始轨道上选取10个不同位置作为初始位置,对轨迹规划方法进行仿真。图12给出了不同初始位置下的着陆轨迹,图13给出了相应的推力幅值曲线。着陆器从不同的离轨点出发,均能绕开小天体遮挡部

分,并沿着陆平面法向到达目标点。当遮挡部分较大时,着陆器需要通过较长的轨迹避免与小天体发生碰撞,所需的推力也较大。

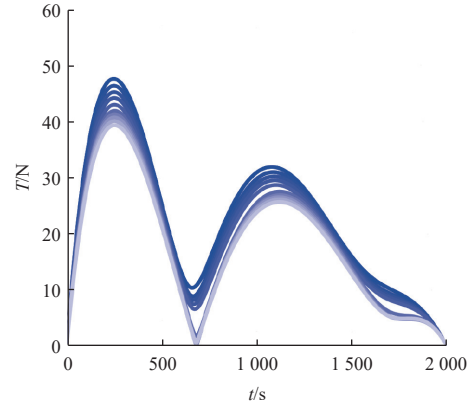


图 13 不同初始位置下的推力幅值曲线  
Fig. 13 Thrust magnitude for various initial positions

### 3.4 方法对比分析

为验证所提出的快速轨迹规划方法的有效性,与基于高斯伪谱法的轨迹规划方法<sup>[10,26]</sup>进行对比仿真。表2给出了两种方法得到结果的性能指标对比,图14给出了两种方法的着陆轨迹,图15给出了两种方法的推力幅值曲线。两种方法在锥外距离、着陆方向角方面的结果表明着陆器能够实现避碰与避障。两种方法的燃料消耗接近,但伪谱法的计算速度慢。本文所提出方法在具备全局避障能力的基础上,有较高的运算速度。

表 2 两种规划方法性能对比

Table 2 Performance comparison of two planning methods		
参数	伪谱法	贝塞尔
安全锥外最小距离/m	319.80	334.54
终端着陆倾角/ (°)	3.00	0.06
燃料消耗/kg	26.39	26.56
计算耗时/s	8.15	0.13

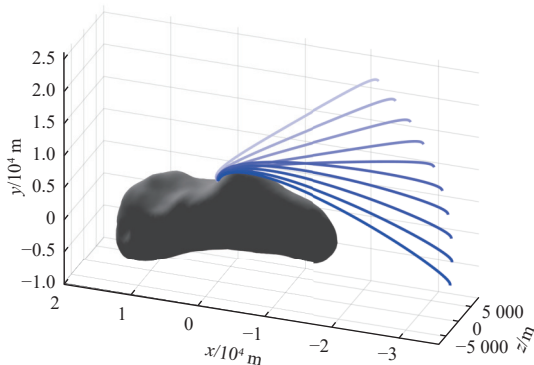


图 12 不同初始位置下的着陆轨迹  
Fig. 12 Landing trajectories for various initial positions

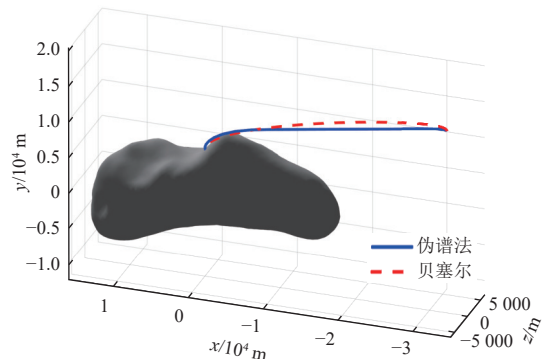


图 14 两种规划方法的着陆轨迹  
Fig. 14 Landing trajectories of two planning methods

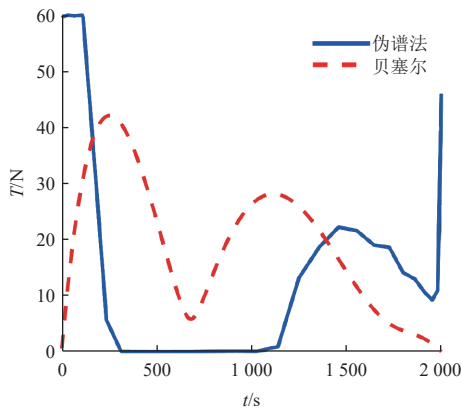


图 15 两种规划方法的推力幅值曲线对比

Fig. 15 Comparison of thrust magnitude of two planning methods

## 4 结 论

本文针对着陆器从不规则小天体环绕轨道到目标点的着陆问题, 考虑不规则小天体着陆避碰、避障约束, 提出一种快速轨迹规划方法。该方法通过对着陆轨迹进行贝塞尔曲线表征, 实现着陆轨迹形状的精确调控。根据着陆器与小天体的几何关系设置避碰与避障引导点, 使着陆器避开小天体大尺度障碍并沿着着陆平面法向着陆。仿真结果表明, 使用所提出方法规划得到的轨迹满足避碰约束、避障约束与控制约束, 实现全局障碍规避; 在不同初始条件下, 能够实现对不同尺度障碍的有效规避; 且相较于传统轨迹规划方法, 具备较高的计算速度, 能够兼顾避碰避障与实时性需求。

## 参考文献

- [1] WU W R, LIU W W, QIAO D, et al. Investigation on the development of deep space exploration[J]. *Science China Technological Sciences*, 2012, 55(4): 1086-1091.
- [2] 崔平远, 葛丹桐, 朱圣英, 等. 行星着陆点自主评估与选取研究进展[J]. *中国科学: 技术科学*, 2021, 51(11): 1315-1325.  
CUI P Y, GE D T, ZHU S Y, et al. Research progress of autonomous planetary landing site assessment and selection[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2021, 51(11): 1315-1325.
- [3] 朱圣英, 杨贺, 黄翔宇, 等. 地外天体着陆自主避障制导技术研究进展[J]. *宇航学报*, 2023, 44(12): 1785-1796.  
ZHU S Y, YANG H, HUANG X Y, et al. Research progress of autonomous hazard avoidance guidance technologies on extraterrestrial body landing[J]. *Journal of Astronautics*, 2023, 44(12): 1785-1796.
- [4] 梁子璇, 鲁冰洁, 崔平远, 等. 小天体智能附着技术研究进展[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2024, 11(3): 213-224.  
LIANG Z X, LU B J, CUI P Y, et al. Research progress of technologies for intelligent landing on small celestial bodies[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2024, 11(3): 213-224.
- [5] 崔平远, 赵冬越, 朱圣英, 等. 小天体主动附着制导与控制技术研究进展[J]. *宇航学报*, 2021, 42(9): 1057-1066.  
CUI P Y, ZHAO D Y, ZHU S Y, et al. Research progress of guidance and control technologies for active landing on small celestial bodies[J]. *Journal of Astronautics*, 2021, 42(9): 1057-1066.
- [6] 崔平远, 龙嘉腾, 朱圣英, 等. 行星着陆轨迹优化技术研究进展[J]. *宇航学报*, 2021, 42(6): 677-686.  
CUI P Y, LONG J Y, ZHU S Y, et al. Research progress of planetary landing trajectory optimization techniques[J]. *Journal of Astronautics*, 2021, 42(6): 677-686.
- [7] BETTS J T. Survey of numerical methods for trajectory optimization[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(2): 193-207.
- [8] YANG H W, BAOYIN H X. Fuel-optimal control for soft landing on an irregular asteroid[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(3): 1688-1697.
- [9] LIU X, LI S, XIN M. Comparison of powered descent guidance laws for planetary pin-point landing[J]. *Acta Astronautica*, 2021, 187: 101-114.
- [10] 袁旭, 朱圣英. 基于伪谱法的小天体最优下降轨迹优化方法[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2016, 3(1): 51-55.  
YUAN X, ZHU S Y. Small body descent trajectory optimization based on pseudospectral method[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2016, 3(1): 51-55.
- [11] CUI P Y, ZHAO D Y, ZHU S Y. Obstacle avoidance guidance for planetary landing using convex trajectory and adaptive curvature regulation[J]. *Acta Astronautica*, 2022, 199: 313-326.
- [12] YANG H W, BAI X L, BAOYIN H X. Rapid generation of time-optimal trajectories for asteroid landing via convex optimization[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2017, 40(3): 628-641.
- [13] 初彦峰, 穆荣军, 梁浩, 等. 一种6-DOF小行星着陆轨迹序列凸优化方法[J]. *宇航学报*, 2024, 45(3): 341-351.  
CHU Y F, MU R J, LIANG H, et al. A sequential convex optimization method for 6-DOF asteroid landing trajectory[J]. *Journal of Astronautics*, 2024, 45(3): 341-351.
- [14] CUI P Y, ZHANG C Y, LIANG Z X. Closed-loop guidance for asteroid landing using stability-related control and three-dimensional convex curvature constraints[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(3): 2807-2822.
- [15] 朱廷轩, 刘延杰, 彭菲. 小天体着陆抗扰轨迹优化方法[J]. *深空探测学报(中英文)*. 2025, 12(1): 1-8.  
ZHU T X, LIU Y J, PENG F. A desensitized trajectory optimization method for landing of small bodies[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2025, 12(1): 1-8.
- [16] HU H J, ZHU S Y, CUI P Y. Desensitized optimal trajectory for landing on small bodies with reduced landing error[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2016, 48: 178-185.
- [17] 高多志, 龚有敏, 郭延宁, 等. 考虑导航误差的火星探测器动力下降段鲁棒轨迹优化[J]. *中国科学 物理学 力学 天文学*, 2025, 55(2): 224513.  
GAO D Z, GONG Y M, GUO Y N, et al. Robust trajectory optimization for Mars lander powered descent considering navigation errors[J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2025, 55(2): 224513.
- [18] KLUMPP A R. Apollo lunar descent guidance[J]. *Automatica*, 1974,

- 10(2): 133-146.
- [19] LONG J T, LIU Y J, CUI P Y, et al. Predictor-corrector strategy based energy suboptimal obstacle avoidance for landing on small bodies[C]// Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Kissimmee, Florida, USA: AIAA, 2018.
- [20] YUAN X, ZHU S Y, CUI P Y, et al. Probability-based hazard avoidance guidance for planetary landing[J]. *Acta Astronautica*, 2018, 144: 12-22.
- [21] LIANG Z X, LU B J, ZHU S Y, et al. Powered descent guidance using a tunable segmented acceleration profile[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2025, 61(2): 5067-5078.
- [22] ZHENG C, PING J S, WANG M Y. Hierarchical classification for the topography analysis of Asteroid (4179) Toutatis from the Chang'E-2 images[J]. *Icarus*, 2016, 278(1): 119-127.
- [23] GE D T, CUI P Y, ZHU S Y. Recent development of autonomous GNC technologies for small celestial body descent and landing[J/OL]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2019, 110: 100551. [https://xueshu.baidu.com/ndscholar/browse/detail?paperid=1j5x0tf00x5q0jf0ce2n0vq0wd621193&site=xueshu\\_se](https://xueshu.baidu.com/ndscholar/browse/detail?paperid=1j5x0tf00x5q0jf0ce2n0vq0wd621193&site=xueshu_se).
- [24] CHEN Z L, LONG J T, CUI P Y. Trajectory design for landing on small celestial body with flexible lander[J]. *Acta Astronautica*, 2023, 212: 492-504.
- [25] YAN W F, BAOYIN H X. Position-attitude coupling guidance and control for asteroid landing with a flexible lander[J/OL]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 141: 108567. [https://xueshu.baidu.com/ndscholar/browse/detail?paperid=113j0a901e6k0tg03h620cj032350490&site=xueshu\\_se](https://xueshu.baidu.com/ndscholar/browse/detail?paperid=113j0a901e6k0tg03h620cj032350490&site=xueshu_se).
- [26] BENSON D. A Gauss pseudospectral trans-cription for optimal control[J/OL]. Massachusetts Institute of Technology, 2005. [https://xueshu.baidu.com/ndscholar/browse/detail?paperid=4be5edf247495ee7d6942ec2505cc808&site=xueshu\\_se](https://xueshu.baidu.com/ndscholar/browse/detail?paperid=4be5edf247495ee7d6942ec2505cc808&site=xueshu_se).

作者简介:

**吕畅**(1997-), 男, 博士生, 主要研究方向: 航天器轨迹优化与制导等。  
通信地址: 北京市海淀区中关村南大街 5 号, 北京理工大学空天科学与技术学院(100081)

电话: (010)68913550

E-mail: [sxfylc@163.com](mailto:sxfylc@163.com)

**梁子璇**(1988-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 航天器轨迹优化与制导等。**本文通信作者**。

通信地址: 北京市海淀区中关村南大街 5 号, 北京理工大学空天科学与技术学院(100081)

电话: (010)68913550

E-mail: [liangzx@bit.edu.cn](mailto:liangzx@bit.edu.cn)

# Rapid Trajectory Planning with Collision and Obstacle Avoidance for Landing on Small Celestial Body

LYU Chang<sup>1,2</sup>, LIANG Zixuan<sup>1,2</sup>, ZHU Shengying<sup>1,2</sup>, GE Dantong<sup>1,2</sup>

(1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Key Laboratory of Autonomous Technology for Deep Space Exploration, Ministry of Industry and Information Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** A rapid trajectory planning method of collision avoidance and obstacle avoidance is proposed to address the problem of landing on irregular small celestial body. An analytic form of landing trajectory is constructed using Bézier curve, and the collision avoidance and obstacle avoidance schemes are proposed. The guiding point of collision avoidance is set to prevent occlusion from the small celestial body, and the guiding point of obstacle avoidance is set to ensure landing along the normal direction of the landing plane. Considering the geometrical relationship between the lander and the small celestial body, and the monotonicity of height of the guidance point, constraints are established for the parameters of the collision avoidance point and the obstacle avoidance point. Under these constraints, the parameters are rapidly solved with the objective of combustion consumption. Additionally, the minimum landing time is investigated, with the thrust constraint determining the feasible range of landing time. Finally, the proposed trajectory planning method is simulated in a landing scenario of 433 Eros. Results show that the planned trajectory satisfies the constraints of collision avoidance, obstacle avoidance, and thrust control under various initial conditions, while maintaining high computational efficiency.

**Keywords:** small celestial body; landing trajectory; trajectory planning; obstacle avoidance; Bézier curve

## Highlights:

- A rapid trajectory planning method for small celestial body landing is proposed, which can rapidly generate collision and obstacle avoidance trajectory according to dynamically obtained environmental information.
- The landing trajectory characterization based on Bézier curves is proposed, so that the key geometric features of the trajectory to be adjusted through a small number of parameters.
- The landing trajectory is adjusted by setting the collision avoidance guide point and the obstacle avoidance guide point enabling the capabilities of collision avoidance and vertical landing.
- The guide point constraints based on the geometric relationship between the lander and the small celestial body are constructed to restrict the feasible parameter region and improve the efficiency of parameter search.

[责任编辑: 高莎, 英文审校: 宋利辉]