

# “鹊桥”通导遥星座系统基于卫星 时空信息的定位优化方法

李珍妮<sup>1</sup>, 陈立基<sup>1</sup>, 李茂登<sup>2</sup>, 陈旗鸣<sup>1</sup>, 何熊文<sup>3</sup>, 陈朝基<sup>3</sup>, 谢胜利<sup>1</sup>

(1. 广东工业大学 自动化学院, 广州 510006; 2. 深空探测实验室, 北京 100195; 3. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094)

**摘要:** 基于在可见星数受限的场景下, 观测信息的有限性与观测方程的病态性严重制约着最小二乘法的定位解算精度的问题, 面向未来“鹊桥”通导遥星座系统, 提出一种融合卫星时空信息的最小二乘定位优化方法, 以增强定位解算能力。通过构建融合多历元伪距观测时序信息的辅助方程, 结合基于恒速运动模型的动态加权策略, 有效利用历史观测, 改善动态场景下信息不足的问题; 并引入多历元星间间距信息, 构建几何辅助约束, 抑制观测方程病态性; 采用双向滤波算法优化解算结果, 提升解算稳定性。利用基于平台生成的“鹊桥”通导遥星座系统卫星轨道数据开展仿真验证, 结果表明在定轨误差为 10 m、历史历元长度为 19 的条件下, 融合多历元伪距观测信息与星间间距信息并采用双向滤波平滑, 可实现  $7.03 \pm 2.50$  m 的定位精度, 相较无任何辅助信息与平滑处理的传统最小二乘法, 定位误差降低 88.26%, 标准差降低 96.14%, 为宇航员月面作业所需的高精度定位导航服务提供技术支撑。

**关键词:** 月轨卫星定位; 最小二乘法; 多历元观测数据融合; 星间间距约束; 双向滤波算法

**中图分类号:** P228.4

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2096-9287(2025)04-0377-14

**DOI:** 10.3724/j.issn.2096-9287.2025.20250076

**引用格式:** 李珍妮, 陈立基, 李茂登, 等. “鹊桥”通导遥星座系统基于卫星时空信息的定位优化方法[J]. 深空探测学报(中英文), 2025, 12(4): 377-390.

**Reference format:** LI Z N, CHEN L J, LI M D, et al. Positioning optimization method based on satellite spatio-temporal information for Queqiao constellation system[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2025, 12(4): 377-390.

## 引言

近年来, 月球资源勘探与利用领域已成为全球战略竞争的新焦点<sup>[1-2]</sup>。随着地月空间常态化探测任务的推进, 现有地球深空测控网及全球卫星导航系统在覆盖范围、时空基准连续性等方面已逐渐难以满足未来大规模月球探测任务需求, 构建专用的月球通信导航星座愈加迫切<sup>[3-4]</sup>。中国正在加速推进“鹊桥”通导遥综合星座论证, 近期有国内学者提出分三阶段实现全月 100% 四重覆盖的近月空间星座建设路线图<sup>[5]</sup>, 旨在为月球探测提供全天候、全时段的导航定位服务。国际层面, 美国主导的“月球通信中继与导航系统”(Lunar Communications Relay and Navigation Systems, LCRNS)<sup>[6]</sup>、欧洲的“月球通信导航服务”(Lunar Communications Navigation Services, LCNS)<sup>[7]</sup>以及日本的“月球导航星座系统”(Lunar Navigation Satellite System, LNSS)<sup>[8]</sup>等方案竞相涌

现, 技术路线呈现多元化竞争格局。此外, 美国通过“月球网”(LunaNet) 架构及互操作性协议<sup>[9]</sup>推动深空领域联盟化, 试图主导相关国际标准。在此背景下, 月面导航定位技术正被深空战略竞争推动成为航天强国技术博弈的制高点。

尽管月球通导系统正加快布局, 其在功能成熟度和可用性方面仍远不及“北斗”、全球定位系统(Global Positioning System, GPS) 等地球成熟导航系统。当前月面定位研究普遍基于 4 颗可见卫星, 相比于“北斗”/GPS 系统中具备的全天候多星可视、厘米级星历服务和全球统一基准支撑, 月球环境的导航系统尚处部署初期, 导航服务存在显著挑战性。

主流方案多采用扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF) 算法。然而, 月球南极环境复杂多变<sup>[10]</sup>, 在工程应用中, 观测质量容易受到各种因素的影响, 使得传统 EKF 方法在星数受限场景下表现出历元间收敛速度慢、噪声模型的严格先验假设遭遇破

坏等问题, 无法满足动态勘测任务的实时性需求。最小二乘 (Least Squares, LS) 算法凭借无需迭代和对模型误差并不敏感的优势而成为一种有效的定位解决方案。但在可见星数受限的场景下, 一方面观测信息量不足直接限制了定位精度的提升, 另一方面有限的星间几何结构容易导致卫星空间分布趋于共面, 使得伪距观测方程的行向量趋近线性相关, 从而引发矩阵病态性问题, 进一步制约了定位解算精度。如何通过定位技术优化突破星数限制约束, 已成为实现高可用性月面导航定位的研究热点。

本文提出一种融合卫星时空信息的最小二乘定位优化方法。该方法通过融合多历元下的伪距观测信息与星间间距信息进行联合定位解算, 克服观测信息的有限性及观测方程的病态性, 提高LS算法的解算精度。首先, 为增加原始伪距观测方程信息量, 引入多历元伪距观测时间序列, 并设计了一种基于恒速运动模型的动态加权策略, 用以调节历史伪距观测时间序

列的贡献权重, 实现动态场景下多历元伪距观测时间序列的有效加权融合。其次, 引入多历元星间间距约束, 构建伪距-星间间距联合观测方程, 通过充分挖掘卫星轨道数据在多历元空间几何信息, 缓解伪距观测方程病态性问题。再次, 为进一步抑制噪声对定位轨迹的干扰, 采用双向滤波算法对最小二乘解算结果进行后处理, 从而优化定位轨迹, 提升定位的稳定性。最后, 形成融合卫星时空信息的最小二乘定位优化方法, 在定轨误差为10 m, 历史历元长度为19的条件下, 融合多历元伪距观测信息与星间间距信息并采用双向滤波平滑, 可实现  $7.03 \pm 2.50$  m 的实时米级精度, 满足星数受限的月面极区复杂环境下精准月轨卫星动态定位的需求。

### 1 国内外月轨卫星定位研究现状

当前国际月轨卫星定位研究主要围绕基于约4颗月轨卫星的伪距单点定位展开, 相关研究如图1所示。

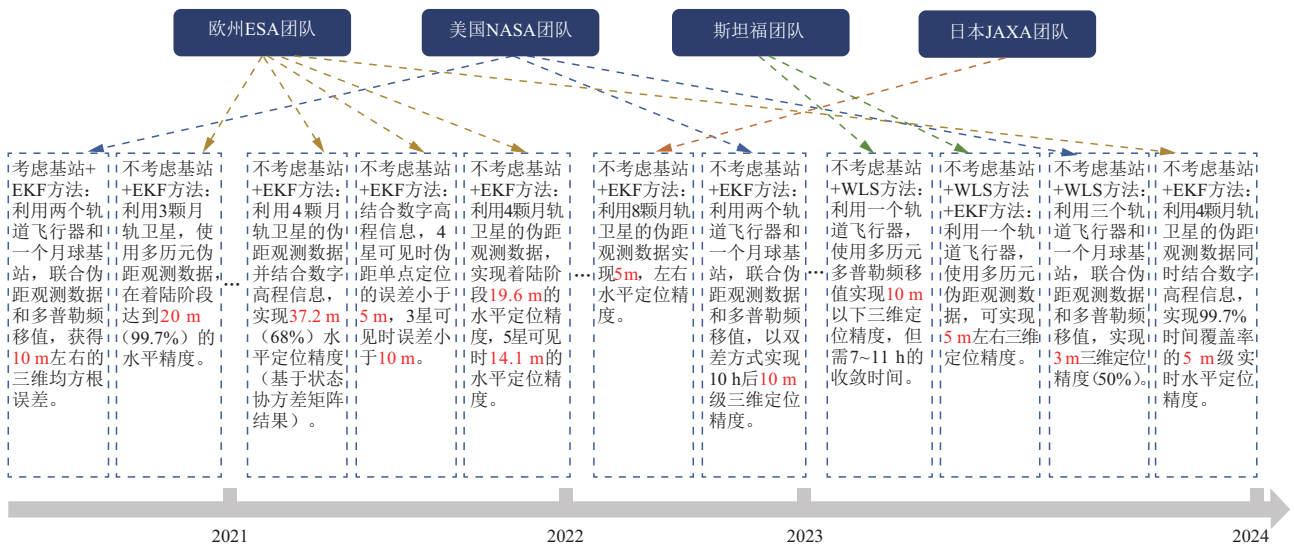


图1 月轨卫星定位国外相关研究

Fig.1 International research on lunar surface positioning via lunar orbital satellites

欧洲航天局 (European Space Agency, ESA) 在多项研究中<sup>[11-14]</sup>系统分析了在3~5星场景下采用EKF算法框架的定位性能, 其核心方案通过融合惯性测量单元、高度计等额外传感器数据以及数字高程等模型数据的方式, 增加伪距单点定位模型约束。最新研究表明, 4星观测条件下能实现99.7%时间覆盖率的5 m级实时水平定位精度<sup>[14]</sup>。然而, 该方案对传感器与高精度数字高程模型 (Digital Elevation Model, DEM) 的依赖性较强。

美国国家航空航天局 (National Aeronautics and

Space Administration, NASA) 探索了基于月面基站的差分定位技术, 采用联合多普勒与伪距观测构建差分模型, 并结合EKF算法进行解算<sup>[15-17]</sup>。

该方案在提升定位精度的同时降低了对外部辅助信息的需求, 但受限于基站15 km的有效服务半径<sup>[18]</sup>, 难以支撑月球全域勘探任务需求。

斯坦福研究团队聚焦单星可视场景, 提出利用历史伪距/多普勒观测序列堆叠的增强定位方法<sup>[18-19]</sup>。通过累积至少2 h的历史观测信息构建单点定位模型, 结合EKF与加权最小二乘法 (Weighted Least

Squares, WLS), 在静态环境下实现了5 m级的精度。但该方法需长时间静止观测, 难以适配动态任务。

日本宇宙航空研究开发机构 (Japan Aerospace eXploration Agency, JAXA) 研究人员亦在其规划中的LNSS星座体系下开展月面定位研究<sup>[20-22]</sup>。文献[22]的仿真实验表明, 当可用卫星数从8颗降至2颗时, EKF算法的收敛时间大幅延长, 动态定位误差显著增加。为此, 研究人员提出“预静置初始化”策略, 即在系统启动阶段设定静态观测时段以提升滤波器初始收敛性能, 但该策略会对任务执行的时效性造成影响。

国内主要集中于地月空间导航体系架构论证与静态定位性能分析<sup>[3,5,23-24]</sup>。其中, 清华大学基于设计的星座进行了导航性能评估, 验证其具备米级定位能力<sup>[23]</sup>; 山东大学团队针对月球南极区域设计了两套导航星座, 静态定位仿真结果优于5 m<sup>[24]</sup>。总体而言, 当前国内研究在算法创新、动态解算与复杂环境适应性方面有待深化探索。

从以上研究可发现, EKF算法仍属技术主流, 但其工程适用性受限。尽管仿真研究表明, EKF算法可实现米级精度, 但实际工程中面临双重挑战: 一方面, 星数受限条件下卫星几何构型稳定性差, 算法收敛时延显著增加<sup>[22]</sup>, 直接影响动态勘测任务的实时性; 另一方面, EKF对过程噪声与观测噪声协方差矩阵的先验依赖, 使其在南极等观测环境复杂、质量难以建模的场景下, 性能易受影响, 将导致工程表现与仿真结果存在差距。

相比之下, LS算法具备更强实时性和鲁棒性优势, 但面临星数限制的瓶颈。由于无需历元间迭代收敛, 且对模型误差与初始值不敏感, LS算法在工程应用中展现出良好的实时性与鲁棒性, 特别适用于月球极端环境下观测条件不确定的定位任务。然而, 当可见星数量有限时, 观测信息量不足、卫星构型趋于共面等问题会导致观测矩阵病态性, 从而影响解算的精度。斯坦福大学团队在单星可视场景下引入时间约束机制, 取得了较高的定位精度, 但其方法主要针对静态场景, 且尚未充分利用星间空间几何约束, 应用范围存在一定局限性。

本文针对LS算法面临的星数限制挑战, 提出一种融合多历元观测数据与星间间距信息的LS定位优化方法。通过构建融合时空信息的辅助方程, 缓解观测方程病态性, 提高定位精度; 引入双向滤波算法对解算结果后处理, 优化定位轨迹稳定性。

## 2 融合卫星时空信息的最小二乘定位优化方法

针对可见星数受限场景下月球动态定位中, LS算法定位解算精度易下降的问题, 提出并系统阐述基于卫星时间信息的定位优化方法: 建立月轨卫星定位的数学模型, 阐明观测信息有限性及观测方程病态性对定位精度的制约关系; 以单星观测方程为基础, 从时间维度引入多历元伪距观测序列, 构建基于恒速模型的动态加权策略, 实现历史伪距观测信息的利用与融合; 从空间维度引入多历元星间间距信息, 构建多历元星间约束方程, 缓解观测方程的病态性; 引入双向滤波算法优化历元间位置状态估计; 推导多星联合场景的完整动态定位模型解算流程, 并提供伪代码实现。

### 2.1 月轨卫星定位问题建模与分析

针对月球无大气层的空间特性, 将月轨卫星与月球车间的单点定位伪距观测模型建立为<sup>[25]</sup>

$$\rho^i = \|\mathbf{x}^i - \mathbf{x}_r\|_2 + \delta t_r + \varepsilon^i \quad (1)$$

其中:  $i$ 为第 $i$ 颗月轨卫星;  $\mathbf{x}^i = [x^i, y^i, z^i]^T$ 为导航电文提供的月轨卫星位置;  $\mathbf{x}_r = [x_r, y_r, z_r]^T$ 为待求解的月球车位置;  $\delta t_r$ 为接收机钟差;  $\varepsilon^i$ 为伪距观测噪声, 主要包括卫星钟差、多径效应和接收机相关误差等。

在概略位置 $\mathbf{x}_{r,0} = [x_{r,0}, y_{r,0}, z_{r,0}]^T$ 处线性化得

$$\Delta \rho^i \approx \mathbf{e}^i \Delta \mathbf{x} + \Delta \delta t_r + \varepsilon^i \quad (2)$$

其中:  $\Delta \rho^i = \rho^i - \rho_0^i - \delta t_{r,0}$ 为伪距残差;  $\rho_0^i = \|\mathbf{x}^i - \mathbf{x}_{r,0}\|_2$ 为月轨卫星与月球车概略位置之间的几何距离;  $\delta t_{r,0}$ 为月球车接收机概略钟差;  $\mathbf{e}^i = \frac{\mathbf{x}^i - \mathbf{x}_{r,0}}{\|\mathbf{x}^i - \mathbf{x}_{r,0}\|_2}$ 为月轨卫星与月球车之间的单位视距;  $\Delta \mathbf{x} = [\Delta x_r, \Delta y_r, \Delta z_r]^T$ 为位置改正数;  $\Delta \delta t_r$ 为钟差改正数。

本文后续主要基于线性化的式(2)展开分析。在星数受限的场景下, 定位精度受限主要体现在两个方面: 一方面, 观测信息的有限性直接制约了LS算法解算精度的提升空间。当可见卫星数量仅为4颗时, 仅能求解唯一解, 定位精度易受观测噪声 $\varepsilon^i$ 的显著影响。而当星数大于4颗时, 观测冗余度的提升则为抑制噪声干扰、提高精度提供了可能。

另一方面, 星数受限容易导致不良的卫星空间几何构型, 进而引发观测方程的病态性。图2在设定的双轨四星星座及月球车匀速运动模型下, 展示了月球车在单个轨道周期内的南极马拉波特陨石坑 (Malap-

ert Crater) 区域, 位置精度因子 (Position Dilution Of Precision, PDOP) (蓝线) 与可见卫星数量 (橙线) 随时间的动态变化特征。当可见星数少于 4 颗时, 无法解算三维位置, PDOP 设为 0; 而在星数等于 4 颗的情况下, PDOP 呈现明显的“先升后降”波峰状波动, 反映出几何构型在时间维度的剧烈恶化。为进一步量化几何构型对观测方程可解性的影响, 矩阵条件数随时间的变化趋势如图 3 所示。结果表明, 其变化规律与 PDOP 高度一致, 验证了观测方程病态性与几何构型恶化之间的直接关联。在同一场景下, 基于 LS 算法获得的位置解与真实位置之间的三维欧氏误差随时间变化的趋势如图 4 所示。可见其同样呈现剧烈的波峰特征, 最大误差甚至达到万米量级, 说明观测方程在病态条件下已难以提供可用的定位结果。

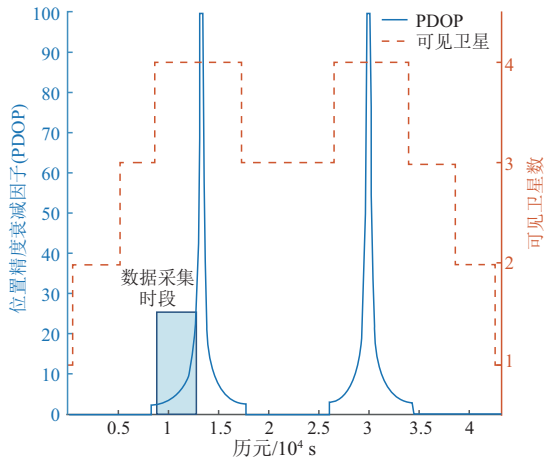


图2 单个轨道周期内 PDOP 和卫星可见数量随时间变化曲线  
Fig.2 PDOP dynamics and visible satellite count in Lunar south polar region over a single orbital period

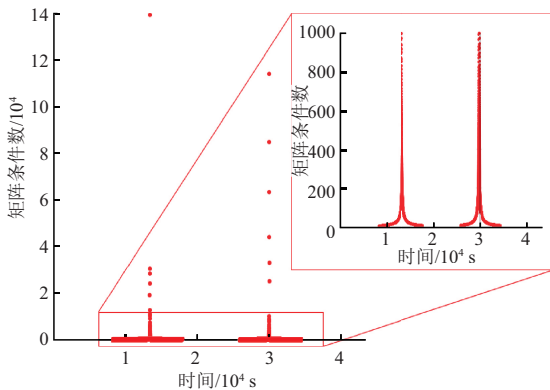


图3 矩阵条件数在单个轨道周期内随时间变化曲线  
Fig.3 Matrix condition number over time within a single orbital period

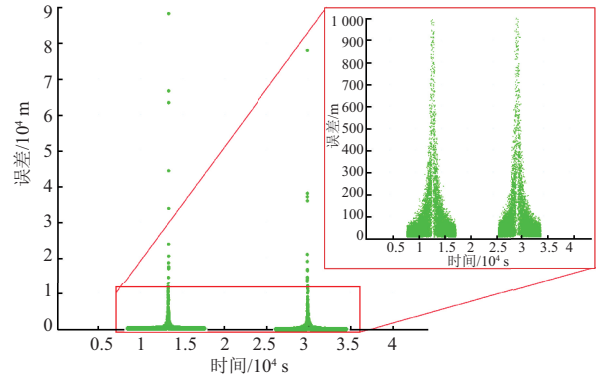


图4 传统LS算法在单个轨道周期内的定位误差随时间变化曲线  
Fig.4 Positioning error variation over time using traditional LS algorithm during a single orbital period

综上, 在星数受限 (尤其是仅有 4 颗可见) 条件下, 直接采用 LS 算法解算式 (2) 构建的线性观测方程, 其定位精度通常不及 EKF 方法。为有效提升 LS 算法在此类场景下的定位性能, 本文提出引入卫星的时空辅助信息, 以克服观测信息的有限性及观测方程的病态性, 提升整体定位精度。

## 2.2 多历元伪距观测时序信息的辅助方程构建

针对 2.1 节式 (2) 建立的月轨卫星定位模型在星数受限场景下引起的观测信息有限问题, 本节利用多历元伪距观测时序信息, 构建辅助方程, 实现观测信息的扩增。然而动态定位由于待求解位置处于时刻变化状态, 带来了历史时序信息失效问题。为此设计了一种基于恒速运动模型的动态加权策略, 用以动态调节历史伪距观测数据的贡献权重, 实现历史时序信息在动态场景的有效运用。

设历史历元长度  $L$ , 即月球车在第  $K$  历元存储了第  $i$  颗月轨卫星在此前  $L$  个历元的历史观测数据  $[\rho_{K-L}^i, \dots, \rho_{K-1}^i]^T (K > L)$ 。基于该组历史数据, 对观测方程式 (2) 进行扩展, 构建如下引入多历元时序信息的辅助观测方程

$$\begin{bmatrix} \Delta \rho_{K-L}^i \\ \vdots \\ \Delta \rho_{K-1}^i \\ \Delta \rho_K^i \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{K-L}^i \Delta \mathbf{x}_{K-L} + \delta t_{r, K-L} + \varepsilon_{K-L}^i \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{K-1}^i \Delta \mathbf{x}_{K-1} + \delta t_{r, K-1} + \varepsilon_{K-1}^i \\ \mathbf{e}_K^i \Delta \mathbf{x}_K + \delta t_{r, K} + \varepsilon_K^i \end{bmatrix} \quad (3)$$

在静态定位场景中, 由于月球车保持静止状态, 历史历元位置  $\mathbf{x}_{r, K-L}$  与当前历元位置  $\mathbf{x}_{r, K}$  基本重合, 因此直接利用历史数据对当前历元位置进行解算具备可行性。

然而在动态定位场景下, 月球车位置随时间而发生变化, 直接引入历史伪距观测数据参与当前历元位

置的解算将带来一定的误差影响。因为历史观测数据本质上服务于其对应的历史历元位置的估计, 而非当前历元。

但当满足月球车低速运动条件或者历史历元长度合适时, 邻近历元间的位置偏移量相对较小, 此时可将历史历元位置  $\mathbf{x}_{r, K-L}$  视为在一定“测量误差”扰动下对当前历元位置  $\mathbf{x}_{r, K}$  的近似估计。据此定义该近似引入的“测量误差”为  $\epsilon^i$ , 将式 (3) 改写为

$$\begin{bmatrix} \Delta\rho_{K-L}^i \\ \vdots \\ \Delta\rho_{K-1}^i \\ \Delta\rho_K^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{K-L/K}^i \Delta\mathbf{x}_K + \delta t_{r, K} + \epsilon_{K-L}^i + \epsilon_{K-L}^i \\ \vdots \\ \mathbf{e}_{K-1/K}^i \Delta\mathbf{x}_K + \delta t_{r, K} + \epsilon_{K-1}^i + \epsilon_{K-1}^i \\ \mathbf{e}_K^i \Delta\mathbf{x}_K + \delta t_{r, K} + \epsilon_K^i + \epsilon_K^i \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中: 新增“测量误差项”  $\epsilon^i$  需满足  $\epsilon_K^i = 0 < \epsilon_{K-1}^i < \dots < \epsilon_{K-L}^i$ ; 下标“ $K-L/K$ ”为计算该视距向量时, 月轨卫星采取第  $K-L$  历元位置而月球车采取第  $K$  历元时的位置。

基于该“测量误差”, 可动态调节历史伪距观测数据的贡献权重, 缓解动态定位直接引入历史伪距观测数据带来的误差影响。

具体地在采用LS算法对式 (4) 进行解算时, 通过考虑“测量误差”  $\epsilon^i$  对伪距观测权重  $w_\rho$  的影响, 实现对历史伪距观测值贡献权重的动态调节。具体权重定义如下

$$w_{\rho, k}^i = 1/(\sigma_k^i + \sigma_{\epsilon_k}^i)^2 \quad (5)$$

其中:  $w_{\rho, k}^i$  为第  $i$  颗卫星在第  $k$  历元的伪距观测权重,  $K-L \ll k \ll K$ ;  $\sigma_k^i$  为伪距观测噪声  $\epsilon_k^i$  的标准差;  $\sigma_{\epsilon_k}^i$  为刻画历史伪距“测量误差”  $\epsilon_k^i$  影响程度的权重调节因子。

本文权重调节因子  $\sigma_{\epsilon_k}^i$  以当前历元与历史历元之间的运动距离作为衡量依据。车辆移动距离越大, 表明历史伪距与当前时刻的观测差异越显著, 调节因子相应增大, 其倒数形式参与权重计算后可有效降低该历史观测值的权重, 从而抑制其对定位结果的影响。考虑到月球车在低速运动状态下, 邻近历元间位置偏移量较小, 车辆运动状态在短时间内相对稳定, 此时恒速模型能较好地近似描述其运动行为。因此, 权重调节因子  $\sigma_{\epsilon_k}^i$  采用恒速运动模型进行简化计算。

$$\sigma_{\epsilon_k}^i \approx \sigma_{\epsilon_{k+1}}^i + (\mathbf{v}_{r, k} + \mathbf{v}_{r, k+1})/2 \times \Delta t \quad (6)$$

其中:  $\mathbf{v}_{r, k}$  为外部传感器提供的第  $k$  历元速度值,

$\Delta t$  为时间间隔; 权重调节因子初始值设置为  $\sigma_{\epsilon_0}^i = 0$ 。

结合式 (4) ~ (6), 实现了动态定位场景下多历元伪距观测时序信息的利用与融合。

### 2.3 多历元星间间距信息辅助方程构建

为缓解星数受限引发的观测方程呈现病态性问题, 利用多历元星历数据, 构建伪距-星间间距联合观测方程, 通过添加多历元卫星轨道数据的空间几何信息, 缓解伪距观测方程病态问题。

首先, 通过当前历元的星历数据, 能获得任意两颗卫星之间的距离观测值, 即单历元星间间距<sup>[26-27]</sup>。如图5所示。

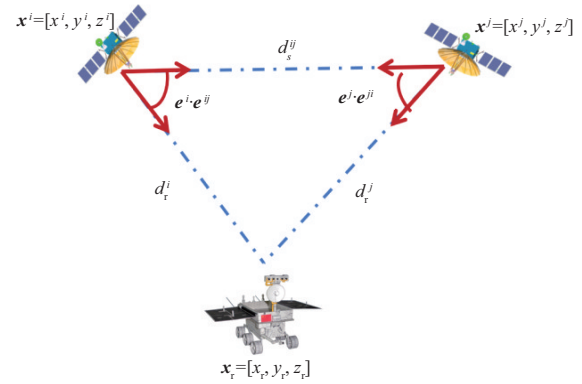


图5 单历元星间间距约束示意图

Fig.5 Single-epoch inter-satellite distance constraints

根据余弦定理构建星间间距与伪距观测值之间的几何关系模型。其中, 卫星  $\mathbf{x}^i$ 、卫星  $\mathbf{x}^j$  与月球车构成的空间三角形满足关系为<sup>[27]</sup>

$$d_s^{ij} = d_r^i(\mathbf{e}^i \cdot \mathbf{e}^j) + d_r^j(\mathbf{e}^j \cdot \mathbf{e}^i) \quad (7)$$

其中:  $d_s^{ij} = \|\mathbf{x}^i - \mathbf{x}^j\|_2$  表示通过星历数据获得的星间间距;  $d_r^i/d_r^j$  为星地间距;  $\mathbf{e}^i/\mathbf{e}^j$  为月轨卫星与月球车位置之间的视距向量;  $\mathbf{e}^i \cdot \mathbf{e}^j$  为双星间的视距向量, 向量方向由第  $i$  颗月轨卫星指向第  $j$  颗月轨卫星;  $\mathbf{e}^i$  与  $\mathbf{e}^j$  大小相同, 方向相反。

对式 (7) 进行一阶泰勒展开, 并忽略高阶项, 得星间间距的线性化方程

$$\Delta d_s^{ij} \approx \mathbf{a}_r^{ij} \Delta \mathbf{x} + a_r^{ij} \delta t_r \quad (8)$$

其中:  $\Delta d_s^{ij} = d_s^{ij} - d_{s,0}^{ij}$  为星间间距残差,  $d_{s,0}^{ij} = d_{r,0}^i(\mathbf{e}_0^i \cdot \mathbf{e}_0^j) + d_{r,0}^j(\mathbf{e}_0^j \cdot \mathbf{e}_0^i)$  为基于月球车概略位置计算的初始值;  $\mathbf{a}_r^{ij} = [a_x^{ij}, a_y^{ij}, a_z^{ij}]^T$  为星间间距对月球车

概略位置的偏导项, 其中  $a_x^{ij} = \frac{x^i - x_{r,0}}{d_{r,0}^i} (\mathbf{e}_0^i \mathbf{e}^{ij}) + \frac{x^j - x_{r,0}}{d_{r,0}^j} (\mathbf{e}_0^j \mathbf{e}^{ij})$ ,  $a_y^{ij}$  和  $a_z^{ij}$  的表达式类似  $a_x^{ij}$ ;  $a_t^{ij} = (\mathbf{e}_0^i \mathbf{e}^{ij}) + (\mathbf{e}_0^j \mathbf{e}^{ij})$  为星间间距对接收机钟差的偏导项。

其次, 为增加卫星信息的时空关联性, 利用多历元星历数据, 将式 (8) 中的单历元星间间距扩展为多历元星间间距, 即

$$\begin{bmatrix} \Delta d_{s,K-L}^{ij} \\ \vdots \\ \Delta d_{s,K-1}^{ij} \\ \Delta d_{s,K}^{ij} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{r,K-L/K}^{ij} \Delta \mathbf{x}_K + \mathbf{a}_{t,K-L/K}^{ij} \delta t_{r,K} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{r,K-1/K}^{ij} \Delta \mathbf{x}_K + \mathbf{a}_{t,K-1/K}^{ij} \delta t_{r,K} \\ \mathbf{a}_{r,K}^{ij} \Delta \mathbf{x}_K + \mathbf{a}_{t,K}^{ij} \delta t_{r,K} \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中: 偏导数项  $\mathbf{a}_{r,K-L/K}^{ij}$  的下标 “ $K-L/K$ ” 为计算对应向量时月轨卫星采取第  $K-L$  历元位置而月球车采取第  $K$  历元时的位置。同样的位置改正数向量  $\Delta \mathbf{x}$  与钟差改正数  $\delta t_r$  均为当前历元 (第  $K$  历元) 改正数  $\Delta \mathbf{x}_K$  与  $\delta t_{r,K}$ , 这根据式 (8) 计算可得。

在采用 LS 算法对式 (9) 进行解算时, 第  $k$  历元 ( $K-L \ll k \ll K$ ) 的星间间距权重  $w_{s,k}^{ij}$  公式为<sup>[27]</sup>

$$w_{s,k}^{ij} = 1 / \left[ (\sigma_{\text{sat}}^i)^2 + (\sigma_{\text{sat}}^j)^2 \right] \quad (10)$$

其中:  $\sigma_{\text{sat}}^i$  为第  $i$  颗卫星定轨误差的标准差;  $\sigma_{\text{sat}}^j$  为第  $j$  颗卫星定轨误差的标准差。

结合式 (9) 和式 (10), 实现了多历元星间间距信息的充分融合。

## 2.4 双向滤波平滑

在前述融合卫星时空信息 LS 定位结果的基础上, 进一步设计一种双向滤波算法, 作为定位结果的后处理模块。该算法通过前向-后向联合优化策略, 对融合时空信息的 LS 定位结果进行平滑处理, 从而有效抑制由随机噪声引起的位置估计波动, 提升整体的定位精度与稳定性。该方法已在谷歌智能手机分米级定位挑战赛 (Google Smartphone Decimeter Challenge, GSDC) 得到验证并取得良好效果<sup>[28]</sup>, 主要包括以下 3 个步骤。

1) 前向滤波。基于恒速运动假设构建状态空间模型, 采用标准卡尔曼滤波对位置状态量进行递推估计。定义离散时间线性系统模型为

$$\hat{\mathbf{x}}_{r,K} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{r,K-1} + \mathbf{B} \mathbf{v}_{r,K-1} + \boldsymbol{\omega}_K \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}_{r,K} = \mathbf{G} \hat{\mathbf{x}}_{r,K} + \boldsymbol{\xi}_K \quad (12)$$

其中:  $\hat{\mathbf{x}}_{r,K-1} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  为第  $K-1$  历元前向滤波位置估计;  $\mathbf{v}_{r,K-1} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  为外部传感器提供的速度观测值;  $\mathbf{F}, \mathbf{B} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  分别为状态转移矩阵和输入控制矩阵, 均取为单位矩阵; 过程噪声  $\boldsymbol{\omega}_K \sim N(0, \mathbf{Q}_K)$  的协方差矩阵  $\mathbf{Q}_K \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  依据低速运动假设, 选取速度值的 1/10 动态赋值<sup>[22]</sup>;  $\tilde{\mathbf{z}}_{r,K} \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  为第  $K$  历元 WLS 解算获得的位置观测向量;  $\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  为几何矩阵, 并取为单位矩阵; 观测噪声  $\boldsymbol{\xi}_K \sim N(0, \mathbf{R}_K)$  的协方差矩阵  $\mathbf{R}_K \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$  表示位置估计的不确定性, 计算公式为

$$\mathbf{R}_K = (\mathbf{H}_K^T \mathbf{W}_K \mathbf{H}_K)^{-1} \quad (13)$$

上述平滑过程中, 观测量直接采用 LS 解算得到的位置结果  $\tilde{\mathbf{z}}_{r,K}$ , 而非传统伪距观测值, 使得观测噪声协方差矩阵  $\mathbf{R}_K$  可由式 (13) 近似表达, 避免了传统 EKF 对伪距观测噪声建模的复杂过程, 放宽了对观测噪声矩阵的严格先验假设, 在缺乏月面环境先验信息的南极区域展现出更强的适应性。

2) 后向滤波。基于反向时间序列, 构建标准卡尔曼滤波过程, 旨在利用未来观测信息调整当前位置状态, 从而进一步提升位置估计精度。

3) 滤波信息融合。综合前向滤波结果  $\hat{\mathbf{x}}_{r,K_f}$ 、 $\mathbf{P}_{K_f}$  和后向滤波结果  $\hat{\mathbf{x}}_{r,K_b}$ 、 $\mathbf{P}_{K_b}$ , 通过加权平均实现更加平滑的状态估计。

$$\mathbf{P}_{K_b}^{-1} = \mathbf{P}_{K_f}^{-1} + \mathbf{P}_{K_b}^{-1} \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{r,K_b} = \mathbf{P}_{K_b} \left( \mathbf{P}_{K_f}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{r,K_f} + \mathbf{P}_{K_b}^{-1} \hat{\mathbf{x}}_{r,K_b} \right) \quad (15)$$

## 2.5 基于卫星时空信息的定位优化解算

本节在前述单星观测方程基础上, 扩展为多星联合观测方程, 同时简要介绍相应的最小二乘解算流程及其完整的伪代码实现。

设当前历元为  $K$ , 可见星数为  $n (n \gg 4)$ , 若不考虑融合卫星时空信息, 则多星联合定位方程表示为

$$\begin{bmatrix} \Delta \rho_K^1 \\ \vdots \\ \Delta \rho_K^n \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{e}_K^1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_K^n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{r,K} \\ \Delta y_{r,K} \\ \Delta z_{r,K} \\ \delta t_{r,K} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_K^1 \\ \vdots \\ \varepsilon_K^n \end{bmatrix} \quad (16)$$

星数受限场景下, 观测信息的有限性及观测方程的病态性严重制约着定位精度。为此, 本文引入卫星时空信息, 构建辅助观测模型

$$\begin{bmatrix} \Delta\rho_{K-L}^1 \\ \vdots \\ \Delta\rho_{K-L}^n \\ \vdots \\ \Delta\rho_K^1 \\ \vdots \\ \Delta\rho_K^n \\ \Delta d_{s,K-L}^{12} \\ \vdots \\ \Delta d_{s,K}^{12} \\ \vdots \\ \Delta d_{s,K-L}^{ij} \\ \vdots \\ \Delta d_{s,K}^{ij} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{K-L}^1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_{K-L}^n & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_K^1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{e}_K^n & 1 \\ \mathbf{a}_{r,K-L}^{12} & \mathbf{a}_{t,K-L}^{12} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{a}_{r,K}^{12} & \mathbf{a}_{t,K}^{12} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{a}_{r,K-L}^{ij} & \mathbf{a}_{t,K-L}^{ij} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{a}_{r,K}^{ij} & \mathbf{a}_{t,K}^{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_{r,K} \\ \Delta y_{r,K} \\ \Delta z_{r,K} \\ \delta t_{r,K} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{K-L}^1 + \varepsilon_{K-L}^1 \\ \vdots \\ \varepsilon_{K-L}^n + \varepsilon_{K-L}^n \\ \vdots \\ \varepsilon_K^1 + \varepsilon_K^1 \\ \vdots \\ \varepsilon_K^n + \varepsilon_K^n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

整理为矩阵表达式形式, 即

$$\Delta \mathbf{m}_K \approx \mathbf{H}_K \Delta \mathbf{u}_K + \boldsymbol{\varepsilon}_K \quad (18)$$

其中:  $1 \ll i < j \leq n$  为月轨卫星编号;  $\Delta \mathbf{m}_K \in \mathbf{R}^{2nL \times 1}$  为整体观测残差向量, 由伪距残差  $\Delta \rho_K \in \mathbf{R}^{nL \times 1}$  和星间间距残差  $\Delta d_K \in \mathbf{R}^{nL \times 1}$  拼接组成;  $\mathbf{H}_K \in \mathbf{R}^{2nL \times 3}$  为观测方程的雅可比矩阵, 包含伪距观测值与星间间距对月球车概略位置及接收机钟差的偏导信息;  $\Delta \mathbf{u}_K \in \mathbf{R}^{4 \times 1}$  为待估参数改正量, 包括位置改正数  $\Delta \mathbf{x} = [\Delta x_r, \Delta y_r, \Delta z_r]^T$  和钟差改正数  $\delta t_{r,K}$ ;  $\boldsymbol{\varepsilon}_K \in \mathbf{R}^{2nL \times 1}$  为观测噪声项, 综合考虑伪距测量误差、历史伪距“测量误差”等影响。

在获得融合时空信息的多星联合定位方程式 (18) 后, 采用 LS 算法对其进行求解, 获得待估参数改正量  $\Delta \mathbf{u}_K$  的解析解

$$\Delta \mathbf{u}_K = (\mathbf{H}_K^T \mathbf{W}_K \mathbf{H}_K)^{-1} \mathbf{H}_K^T \mathbf{W}_K \Delta \mathbf{m}_K \quad (19)$$

其中:  $\mathbf{W}_K = \text{diag}(\mathbf{W}_\rho, \mathbf{W}_s)$  为联合观测权重, 由伪距观测权重  $\mathbf{W}_\rho$  和星间间距权重  $\mathbf{W}_s$  拼接而成,  $\text{diag}(\cdot)$  为构造块对角矩阵操作。基于式 (19) 的解析解, 利用牛顿迭代法求得月球车在第  $K$  历元的定位结果  $\mathbf{x}_{r,K}$ , 即

$$\mathbf{x}_{r,K} = \mathbf{x}_{r,K_0} + \Delta \mathbf{x}_K \quad (20)$$

其中:  $\mathbf{x}_{r,K_0}$  为第  $K$  历元月球车的概略位置,  $\Delta \mathbf{x}_K$  为相应位置改正数。

最后, 得到基于卫星时空信息的 LS 定位优化算法的解算流程如表 1 伪代码所示。

表 1 基于卫星时空信息的最小二乘定位优化解算伪代码实现

Table 1 Pseudocode implementation of least squares positioning optimization solution based on satellite spatiotemporal information

输入: 总历元数目  $m$ , 可见卫星数  $n$ , 第  $K$  历元 ( $1 \leq K \leq m$ ) 的伪距观测向量  $\boldsymbol{\rho}_K = [\rho_K^1, \dots, \rho_K^n]^T$  和相应的卫星位置矩阵  $\mathbf{x}_K^s = [\mathbf{x}_K^1, \dots, \mathbf{x}_K^n]^T$ , 历史历元长度  $L$ , 收敛阈值  $\mu$ , 最大迭代次数  $\text{MaxIter}$ 。

输出: 月球车各历元下最终位置  $\mathbf{x}_r = [x_r, y_r, z_r]^T$ 。

步骤:

循环  $K=1$  到  $m$ , 执行:

当  $K \leq L$  时, 执行:

1) 累积当前历元伪距观测数据至伪距观测向量:

$$\boldsymbol{\rho}_K = [\rho_{K-L}^1, \dots, \rho_{K-L}^n, \dots, \rho_K^1, \dots, \rho_K^n]^T$$

2) 累积当前历元卫星轨道数据至卫星位置矩阵:

$$\mathbf{x}_K^s = [\mathbf{x}_{K-L}^1, \dots, \mathbf{x}_{K-L}^n, \dots, \mathbf{x}_K^1, \dots, \mathbf{x}_K^n]^T$$

当  $K > L$  时, 执行:

1) 确认是否需要更新伪距观测向量和卫星位置矩阵历史历元数据, 动态维护各自数据长度为  $L+1$ ;

2) 初始化待估参数为 0, 包括:

$$\text{月球车概略位置 } \mathbf{x}_{r,0} = [x_{r,0}, y_{r,0}, z_{r,0}]^T = [0, 0, 0]^T;$$

接收机钟差  $\delta t_{r,0} = 0$ ;

3) 利用多历元伪距观测向量, 根据式 (4) ~ (6) 计算多历元时序约束模型及其相应的伪距观测权重  $\mathbf{W}_\rho$ ;

4) 利用累积的卫星位置矩阵和伪距观测向量, 根据式 (9) ~ (10) 计算多历元星间间距约束模型及其相应的星间间距权重  $\mathbf{W}_s$ ;

5) 联合多历元时序信息和多历元星间间距信息, 得基于卫星时空信息的 LS 定位优化方程 (18);

6) 重复以下步骤直至达到收敛阈值或者最大迭代次数:

a. 根据式 (19) 计算待估参数改正量;

b. 根据式 (20) 计算修正后的月球车位置;

7) 返回当前历元月球车最终位置  $\mathbf{x}_{r,K} = [x_{r,K}, y_{r,K}, z_{r,K}]^T$ 。

结束

结束

利用双向滤波算法对上述结果做进一步平滑处理:

1) 根据式 (11) ~ (13), 对位置观测向量计算  $m$  步前向卡尔曼滤波;

2) 对基于时序的位置观测向量计算  $m$  步反向卡尔曼滤波;

3) 根据式 (14) ~ (15), 计算滤波融合后的位置状态估计;

4) 返回各历元下更高精度的月球车位置  $\mathbf{x}_{r,K} = [x_{r,K}, y_{r,K}, z_{r,K}]^T$ 。

### 3 仿真实验

仿真设置包括月轨卫星参数配置、月球车运动轨迹建模和伪距测量建模方式, 其中伪距测量采样频率

设置为 1 Hz, 未来研究将考虑不同采样频率对定位精度的影响。基于既定仿真参数, 分析所提方法提升定位精度的适用边界, 包括在“鹊桥”星座定轨误差固定条件下 ( $\sigma_{\text{sat}} = 10 \text{ m}$ ), 多历元伪距观测序列的时序长度边界、卫星时空信息联合作用边界等, 以及双向滤波算法的稳定性边界; 同时拓展至高定轨误差场景, 验证所提方法在高定轨误差的适应性。

### 3.1 仿真设置

月轨卫星仿真设置: “鹊桥” 通导遥星座轨道参数选取自文献[5]第 2 阶段星座构型设计中的方案二, 该方案包含 6 颗环月椭圆冻结轨道 (Elliptical Lunar Frozen Orbit, ELFO) 卫星和 2 颗近直线晕轨道 (Near Rectilinear Halo Orbit, NRHO) 卫星, 选取其中的 4 颗 ELFO 星作为仿真实验对象, 以模拟星数受限场景。相应的轨道参数如表 2 所示。其中文献[5]并未直接给出轨道参数的半长轴参数, 本文通过轨道动力学方程反演计算获得。

接着, 基于仿真平台<sup>[29]</sup>生成月轨卫星的真实位置  $\mathbf{x}^i_{\text{true}}$ , 并通过向其叠加 0 均值高斯噪声  $N(0, \sigma_{\text{sat}}^2)$  模拟由星历数据获得的卫星位置  $\mathbf{x}^i_{\text{eph}}$ , 其中  $\sigma_{\text{sat}}^2$  为卫星定轨精度参数 (取值见表 3)。卫星位置  $\mathbf{x}^i_{\text{eph}}$  构成表 1 算法流程的卫星位置矩阵。设定卫星高度角阈值为  $5^\circ$ , 当卫星低于该角度时视为不可见。

表 2 4 颗 ELFO 卫星的轨道 6 根数  
Table 2 Six orbital numbers of four ELFO satellites

卫星 ID	1	2	3	4
半长轴/km	6 143	6 143	6 143	6 143
离心率	0.668	0.668	0.668	0.668
轨道倾角/ ( $^\circ$ )	54.811	54.811	54.811	54.811
近月点角/ ( $^\circ$ )	90	90	90	90
升交点赤经/ ( $^\circ$ )	0	0	120	240
真近点角/ ( $^\circ$ )	0	180	240	120

月球车仿真设置: 以月球基地优选建设点之一的马拉珀特陨石坑<sup>[30]</sup>作为运动起点 (月球南纬  $84.9^\circ$ , 东经  $12.9^\circ$ ), 设置月球车在水平面以  $1 \text{ m/s}$  的速度沿“回”字形轨迹运动, 每走 300 步变换一次方向, 高程方向无运动。

伪距测量仿真设置: 本文设置月球车以 1 Hz 的采样频率接收月轨卫星信号, 获得的伪距测量量参考文献[25]进行建模, 其中建模过程用到的各误差源相关参数设置如表 3 所示。

表 3 月球极区环境各误差源参数取值

Table 3 Parameter values of error sources in lunar polar environment

误差源	参数	取值
与卫星有关的误差	卫星位置 $\sigma_{\text{sat}}/\text{m}$	10~100
	卫星钟差 $\sigma_{\text{sv,clk}}/\text{m}$	$\sqrt{10}$
与接收机有关的误差	伪码码长 $\lambda_c/\text{cm}$	29.305
	码环噪声带宽 $B_{\text{DLL}}/\text{Hz}$	0.5
	超前滞后伪码码片间隔 $d/\text{chip}$	1
	载噪比 $C/N_0/\text{dB}$	30
与传播过程有关的误差	预检相干积分时间 $T_i/\text{ms}$	20
	多径误差 $\sigma_{\text{mpath}}/\text{m}$	1

### 3.2 结果分析

定位误差定义为算法解算获得位置与真实值之间的欧氏距离。本文旨在探讨融合卫星时空信息的最小二乘优化策略在弱几何条件下的适用性, 为突出分析其对定位精度的提升作用, 除特别说明外, 本节所有实验均基于图 2 所示的固定数据采集区间进行: 即第 8 801~12 800 s, 共计 4 000 s。对应 PDOP 值从 2.71 上升至 25.39。该区间表现出传统最小二乘方法在几何条件恶化下解算精度逐步下降的趋势, 因而可选取为典型验证窗口, 以系统评估所提方法在定位性能的改善效果。

不同卫星时空信息组合场景下的定位误差均值与标准差统计分析结果如表 4 所示, 定量揭示了卫星时空信息在提升定位精度的作用边界。此外, 为确保统计结果的稳定性, 所有实验均在统一初始状态与误差模型设定下重复执行 100 次蒙特卡洛仿真, 并取均值进行评估。

表 4 基于卫星时空信息的最小二乘定位误差统计  
(定轨误差:  $\sigma_{\text{sat}} = 10 \text{ m}$ )

Table 4 Comparative analysis of positioning errors based on satellite spatiotemporal information constraints (orbit determination error:  $\sigma_{\text{sat}} = 10 \text{ m}$ )

参数	m		
	无星间 间距信息	单历元星间 间距信息	多历元星间 间距信息
历史历元长度 $L=0$	59.86±64.83	26.58±14.52	26.58±14.52
历史历元长度 $L=9$	25.61±27.35	15.24±9.60	9.26±4.27
历史历元长度 $L=19$	21.66±22.06	13.98±8.44	8.54±3.49
历史历元长度 $L=29$	20.61±19.74	14.06±7.71	9.27±3.31
历史历元长度 $L=39$	20.39±17.75	14.66±7.16	10.46±3.36
历史历元长度 $L=49$	20.74±16.69	15.51±6.78	11.83±3.61

1) 卫星时空信息联合作用边界分析。为评估多历元伪距观测时序信息长度对定位性能的影响, 在固定星间间距条件下, 基于表4第1列数据展示了不同历史历元长度  $L$  对定位误差的影响, 结果如图6所示。结果表明, 在未引入星间间距的情况下, 随着  $L$  从0增至29, 定位误差均值由59.86 m降至20.61 m, 降低了65.57%; 标准差由64.83 m降至19.74 m, 降低了69.55%, 从而验证了多历元时序信息通过提升观测矩阵信息量增强定位精度与鲁棒性的有效性。然而, 当  $L > 29$  时, 定位精度提升趋于饱和甚至回落, 尤其在引入星间间距约束后更为明显 (见表4第3列), 表明历史信息存在有效性边界。这可能源于权重调节因子  $\sigma_e$  对历史信息赋权的衰减不足以抵消信息时效性下降的影响, 导致算法适应性降低。因此, 引入多历元伪距观测时序信息所获得的定位精度提升, 在历史历元增长过程中呈现出边界特性。

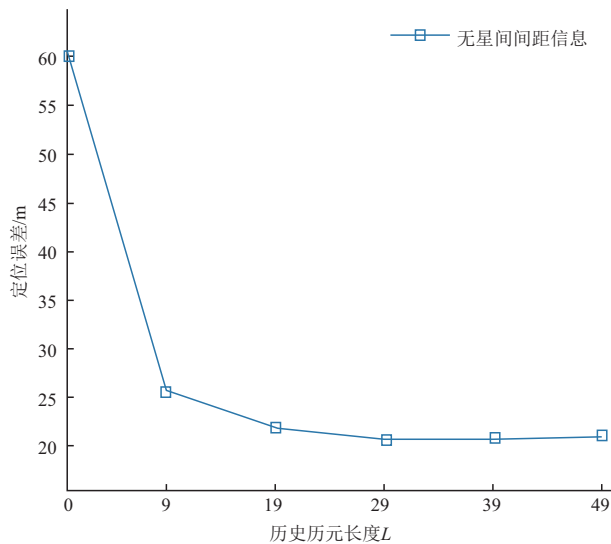


图6 无星间间距信息下历史历元长度对定位误差的影响分析  
Fig.6 Impact analysis of historical epoch length on positioning error under absence of inter-satellite distance information

在固定历史历元长度条件下, 基于表4前3行数据, 展示了不同星间间距类型对定位误差的影响, 如图7所示。可看到在未引入时序信息时 (蓝色曲线), 单历元星间间距可有效提升定位精度, 误差均值由59.86 m降至26.58 m, 降低了55.60%; 标准差由64.83 m降至14.52 m, 降低了77.60%。但此时进一步扩展为多历元星间间距, 精度提升有限。引入多历元时序信息后 (黄色、红色曲线), 星间间距的几何约束能力得以强化, 其中, 在  $L=19$  时定位误差均值进一步降至8.54 m, 较单历元方案降低38.91%。

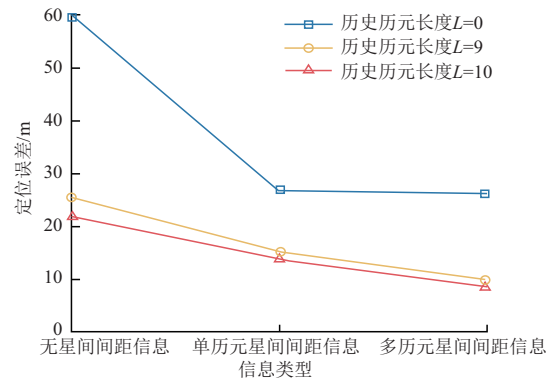


图7 星间间距信息类型对定位误差的影响分析  
Fig.7 Impact of inter-satellite distance types on positioning error

在一个轨道周期内、固定  $L=19$  情况下, 采用不同星间间距信息时的定位误差随时间变化趋势如图8所示。与图4相比, 仅引入多历元时序信息后 (绿色曲线) 已显著降低误差, 但仍存在波峰状起伏, 表明观测方程仍有病态性。引入星间间距信息 (橙色、蓝色曲线) 后, 误差波峰明显抑制, 尤其多历元星间间距方案 (蓝色曲线) 表现出更优的抑制效果与稳定性, 进一步验证了其在改善病态性和增强解算稳定性方面的优势。因此, 多历元星间间距信息在结合时序信息后, 可更充分发挥几何约束作用, 明显提升系统的定位性能。

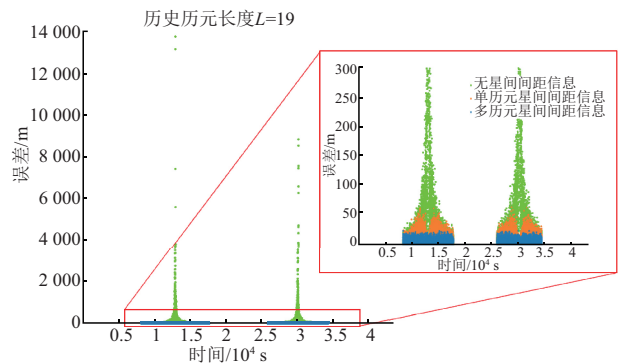


图8 不同星间间距类型下定位误差在单轨道周期内的时序变化 (历史历元长度固定为  $L=19$ )  
Fig.8 Temporal variation of positioning errors within a single orbital period under different inter-satellite distance types (with historical epoch length fixed at  $L=19$ )

最后, 为综合评估卫星时空信息的联合作用边界, 在不同信息组合条件下定位误差的热力图如图9所示, 结合表4可见, 单独引入任一辅助信息时, 定位误差均值下降至约20 m (提升约66.59%); 同时引入时空双重信息后, 定位误差进一步降至约15 m, 较单一信息方案提升约25%。特别地, 当  $L=19$  且采用多历元星间间距信息时, 定位误差降低至全局最优, 误差均值8.54 m, 较无星间间距信息方案降低了85.73%; 误差标准差

3.49 m, 较无星间间距信息方案降低了 94.62%。

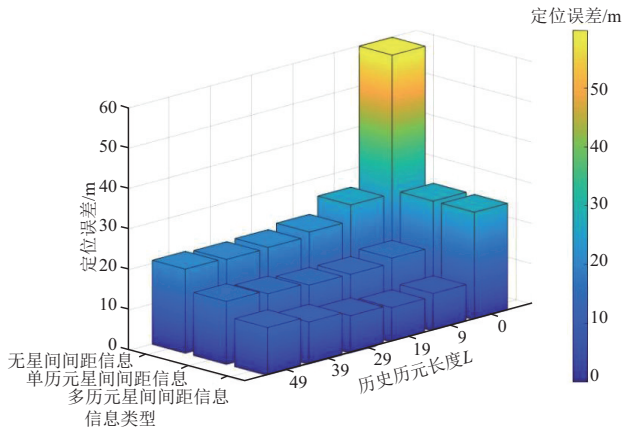


图9 卫星时空信息联合作用边界分析  
Fig.9 Analysis of the joint effect boundaries of satellite spatiotemporal information

综上, 合理融合卫星的时序与空间几何信息, 不仅可协同增强观测方程稳定性, 还能显著提升定位解算精度与系统可靠性。

2) 双向滤波算法的稳定性边界及计算复杂度分析。为系统评估双向滤波 (Forward-Backward Smoother, FBS) 算法对 LS 解算结果的优化能力, 在不同约束条件下, FBS 算法的定位误差见表 5。结果显示, FBS 算法在各类信息融合场景中均具有良好的误差抑制效果: 在引入卫星时空信息后, 定位误差均值下降 4.03%~85.07%, 标准差降低 20.26%~85.72%, 最优平均误差达到 6.14 m, 显著优于原有 LS 结果。

图 10 进一步展示了 3 种典型组合条件下的误差时序变化。可看出, FBS 算法有效平滑了 LS 解算中的随机波动, 提升了解算稳定性与结果连贯性。

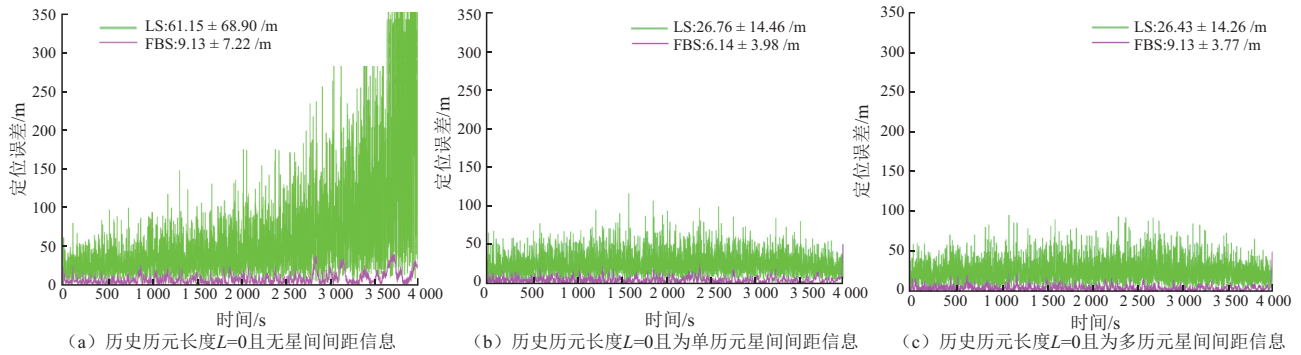


图 10 不同卫星时空信息融合条件下定位误差的时序变化趋势

Fig. 10 Temporal variation of positioning errors under different satellite spatiotemporal information fusion conditions

然而, FBS 算法同样受到历史历元长度  $L$  的影响。当  $L$  从 0 增加至 49 时, 平均误差也从 6 m 左右上升至约 12 m, 增幅近 50%。因此, 在最优组合配置 ( $L=19$ , 引入多历元星间间距信息) 下获得的定位结果 ( $7.03 \pm 2.50$  m), 略逊于次优配置 ( $L=0$ , 引入多历元星间间距信息) 所达到的精度 ( $6.14 \pm 3.64$  m), 表明 FBS 算法同样存在稳定性边界。

尽管如此, FBS 算法凭借双向状态估计能力, 能更全面融合时序与空间几何信息, 在提升定位精度的

同时, 有效增强了解算平滑性与系统稳定性。

在计算复杂度方面, 各组合条件下的解算耗时 (精确至小数点后两位) 如表 5 所示。结果表明 FBS 算法在不同配置下的耗时均处于毫秒级, 随着历史历元长度和星间间距信息的增加, 计算时间会有所上升, 但整体结果仍处于可接受的范围内, 最大耗时 25.32 ms, 最小耗时 0.65 ms。表明提出的方法在月球动态定位场景中计算负担低, 能满足月面实时定位的需求。

表 5 基于 FBS 方法的定位误差与解算耗时统计 (定轨误差:  $\sigma_{\text{sat}} = 10$  m)

Table 5 Statistics of positioning errors and computation time based on the FBS method (Orbit Determination Error:  $\sigma_{\text{sat}} = 10$  m)

参数	无星间间距信息	单历元星间间距信息	多历元星间间距信息
历史历元长度 $L = 0$	8.94 ± 9.26 (0.65 ms)	6.14 ± 3.64 (1.58 ms)	6.14 ± 3.64 (1.08 ms)
历史历元长度 $L = 9$	10.58 ± 8.51 (1.13 ms)	8.16 ± 4.77 (1.81 ms)	6.27 ± 2.96 (5.76 ms)
历史历元长度 $L = 19$	11.10 ± 7.88 (1.72 ms)	8.92 ± 4.44 (2.47 ms)	7.03 ± 2.50 (12.10 ms)
历史历元长度 $L = 29$	12.01 ± 7.53 (2.23 ms)	9.94 ± 4.06 (2.87 ms)	8.34 ± 2.37 (17.29 ms)
历史历元长度 $L = 39$	12.97 ± 7.00 (2.91 ms)	11.15 ± 3.82 (3.55 ms)	9.82 ± 2.50 (24.03 ms)
历史历元长度 $L = 49$	14.12 ± 6.63 (3.27 ms)	12.43 ± 3.82 (4.05 ms)	11.36 ± 2.88 (25.32 ms)

3) 卫星定轨误差对定位的影响分析。本小节进一步探讨卫星定轨误差对定位精度的影响, 评估所提出的卫星时空信息融合算法在不同误差水平下的适应性。在不同定轨误差标准差  $\sigma_{\text{sat}}$  条件下, FBS 算法的定位误差表现见表 6 与表 7。与表 5 对比可见, 随着卫星定轨误差的增加, 定位误差明显上升, 但通过引入卫星时空信息可较好抑制误差扩散。

表 6 基于 FBS 方法的定位误差统计(定轨误差:  $\sigma_{\text{sat}} = 50 \text{ m}$ )

**Table 6 Position error statistics based on FBS solution results (orbit determination error:  $\sigma_{\text{sat}} = 50 \text{ m}$ )**

参数	m		
	无星间 间距信息	单历元星间 间距信息	多历元星间 间距信息
历史历元长度 $L = 0$	95.75 ± 82.74	89.99 ± 69.30	88.97 ± 67.81
历史历元长度 $L = 9$	64.78 ± 62.19	62.63 ± 57.91	50.16 ± 37.78
历史历元长度 $L = 19$	55.81 ± 55.12	53.70 ± 50.86	38.12 ± 25.49
历史历元长度 $L = 29$	50.70 ± 49.87	49.29 ± 46.51	33.14 ± 20.59
历史历元长度 $L = 39$	48.34 ± 46.19	46.52 ± 42.44	30.69 ± 17.96
历史历元长度 $L = 49$	46.15 ± 43.50	44.63 ± 39.69	29.55 ± 16.43

表 7 基于 FBS 方法的定位误差统计(定轨误差:  $\sigma_{\text{sat}} = 100 \text{ m}$ )

**Table 7 Position error statistics based on FBS solution results (orbit determination error:  $\sigma_{\text{sat}} = 100 \text{ m}$ )**

参数	m		
	无星间 间距信息	单历元星间 间距信息	多历元星间 间距信息
历史历元长度 $L = 0$	235.90 ± 201.81	233.53 ± 192.44	232.41 ± 187.94
历史历元长度 $L = 9$	156.26 ± 135.32	155.87 ± 134.70	146.75 ± 119.38
历史历元长度 $L = 19$	134.50 ± 124.59	133.30 ± 121.70	120.85 ± 97.7
历史历元长度 $L = 29$	124.22 ± 116.67	121.76 ± 112.35	105.65 ± 83.74
历史历元长度 $L = 39$	114.83 ± 107.96	115.55 ± 109.59	95.55 ± 74.23
历史历元长度 $L = 49$	109.80 ± 105.07	110.26 ± 104.25	87.92 ± 66.43

以表 6 为例, 当  $\sigma_{\text{sat}}$  增至 50 m 时, 若不引入任何辅助信息, 定位误差由 8.94 m 增至 95.75 m, 增长近 9.71 倍。而在同时引入多历元伪距观测时序信息 ( $L = 49$ ) 与多历元星间间距信息后, 定位误差被有效抑制至 29.55 m, 降幅达 67.72%。值得注意的是, 在高误差环境 ( $\sigma_{\text{sat}} = 50 \text{ m}$ ) 下, 定位误差随着历史历元长度的增加保持单调下降的趋势, 这与低误差环境 ( $\sigma_{\text{sat}} = 10 \text{ m}$ ) 中  $L$  超过 29 后定位精度反而回落的趋势形成对比, 表明较大的定轨误差提高了系统对历史伪距“测量误差”  $\epsilon$  的容忍度, 使得更长的多历元

时序信息能被有效利用。

此外, 在高误差场景下, 多历元星间间距约束在  $L$  值下均展现出最优定位性能, 而单历元约束的效果在较长历元条件下逐渐接近无约束方案, 优化能力趋于饱和。表 7 的数据进一步验证了上述趋势。

综上所述, 在高定轨误差环境下, 适当延长历史历元长度, 并结合多历元星间间距信息, 可进一步提升系统定位精度和鲁棒性。

4) 复杂轨迹对优化方法的影响分析。前述实验均基于月球车恒速运动场景展开。为验证所提方法在更复杂运动条件下的适应性, 本小节将其拓展至复杂轨迹场景。轨迹建模方式参考文献[31], 不同之处在于文献[31]在每次前进时的航向角从 ( $60^\circ, -60^\circ, 0^\circ$ ) 中随机选取, 而本文将其调整为 ( $15^\circ, -15^\circ, 0^\circ$ ), 以模拟更平缓但依然存在转向的不规则运动, 如图 11 所示。除轨迹外, 其余实验环境与参数均保持一致, 在卫星定轨误差  $\sigma_{\text{sat}} = 10 \text{ m}$  条件下开展实验, 并通过 100 次蒙特卡洛仿真取均值进行评估。

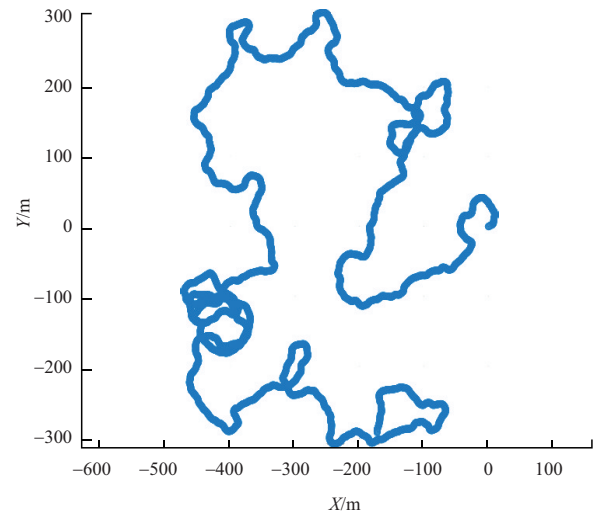


图 11 复杂运动轨迹示意图

Fig. 11 Schematic diagram of complex motion trajectories

实验结果表明, 复杂轨迹下的定位性能与表 4~5 所示的恒速场景结果基本一致, 验证了所提方法在轨迹不规则条件下的稳定性与有效性。在未引入卫星时空信息时, LS 算法与 FBS 算法的定位误差随时间变化曲线如图 12 所示; 在历史历元长度为 19 且引入多历元星间间距信息时的误差曲线如图 13 所示。两组结果均与表 4~5 的数值表现基本吻合, 说明即使在复杂轨迹下, 所提方法依然保持了与恒速直线场景相当的精度表现。

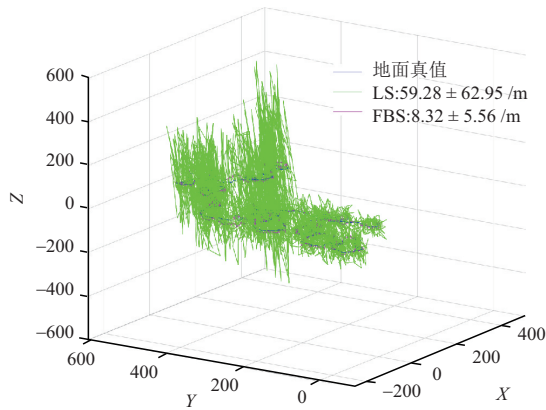


图12 无卫星时空信息时下基于LS算法与FBS算法的运动轨迹示意图

Fig. 12 Schematic diagram of motion trajectory based on LS algorithm and FBS algorithm in the absence of satellite spatiotemporal information

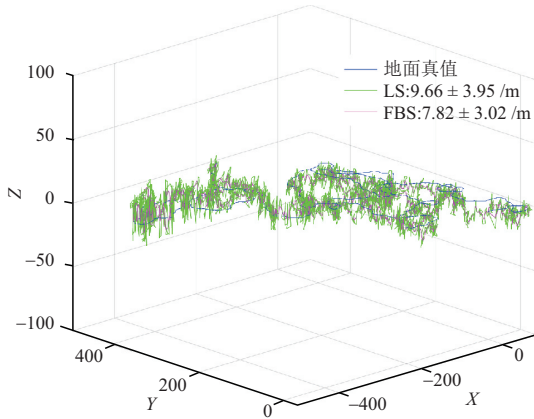


图13 历史历元长度 $L=19$ 且为多历元星间间距信息下基于LS算法与FBS算法的运动轨迹示意图

Fig. 13 Schematic diagram of motion trajectory based on LS algorithm and FBS algorithm under historical epoch length  $L=19$  and multi-epoch inter-satellite distance information

## 4 结论

本文围绕“鹊桥”导航遥系统,针对星数受限场景下月面定位面临的观测信息的有限性及观测方程的病态性问题,提出了一种基于卫星时空信息的LS定位优化方法,并引入FBS算法对LS解算结果进行后处理,旨在提升定位精度与系统稳定性,为宇航员月面作业所需的高精度定位导航服务提供技术支撑。

实验结果表明,在卫星定轨误差 $\sigma_{\text{sat}}=10\text{ m}$ 的条件下,当历史历元长度为19且引入多历元星间间距信息时,LS算法实现了 $8.54 \pm 3.49\text{ m}$ 的最优解算性能;进一步应用FBS算法后,定位精度提升至 $7.03 \pm 2.50\text{ m}$ 。相比传统LS算法( $59.86 \pm 64.83\text{ m}$ ),

误差均值降低88.26%,标准差降低96.14%,充分验证了所提方法在提升定位精度与系统稳定性方面的良好效果。

此外,本文还分析了卫星定轨误差对定位性能敏感性。结果表明,在高定轨误差场景下,多历元星间间距信息相较于单历元方案表现出更强的误差抑制能力,明显增强了系统对动态位置误差的适应性。进一步在复杂轨迹场景下的仿真结果显示,所提方法在定位精度和稳定性方面与恒速场景的结果基本保持一致,验证了其在轨迹多样化条件下的适用性与鲁棒性。

需要指出的是,所提方法主要针对低速运动和可见星数不少于4颗的场景设计,对于高速运动或仅双星可视等极端复杂环境下的性能表现有待进一步探索,这些情况可能会导致历史伪距信息相关性降低或方程约束不足,从而影响其定位精度与稳定性。

未来研究将针对上述复杂场景开展适应性优化,包括改进时空信息引入方式、融合更多外部辅助信息,以及探索利用人工智能等技术挖掘随机噪声特征,以进一步提升月轨卫星在复杂月球环境的精准定位能力。

## 参 考 文 献

- [1] 吴伟仁,于登云,王赤,等.月球极区探测的主要科学与技术问题研究[J].深空探测学报(中英文),2020,7(3):223-231,240.  
WU W R, YU D Y, WANG C, et al. Research on the main scientific and technological issues on lunar polar exploration[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2020, 7(3): 223-231, 240.
- [2] 裴照宇,王琼,姜生元,等.面向月球科研站的原位资源利用活动展望[J].前瞻科技,2024,3(1):9-21.  
PEI Z Y, WANG Q, JIANG S Y, et al. Development prospect of in-situ resource utilization activities in lunar research stations[J]. Prospective Science and Technology, 2024, 3(1): 9-21.
- [3] 王晓伟,詹亚锋,谢浩然,等.通导一体化环月星座设计初探[J].系统工程与电子技术,2023,45(1):241-249.  
WANG X W, ZHAN Y F, XIE H R, et al. A preliminary study on the design of constellation orbiting the moon with the communication and navigation integration[J]. Systems Engineering and Electronics, 2023, 45(1): 241-249.
- [4] GIORDANO P, SWINDEN R, GRAMLING C, et al. LunaNet position, navigation, and timing services and signals, enabling the future of lunar exploration[C]/Proceedings of the 36th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2023). Denver: The Institute of Navigation, 2023.
- [5] 陈诗雨,倪彦硕,彭兢.近月空间星座轨道设计方法[J].中国空间科学技术(中英文),2024,44(3):15-29.  
CHEN S Y, NI Y S, PENG J. Orbit design method of near-lunar space constellation[J]. Journal of Space Science and Technology of China, 2024, 44(3): 15-29.

- [6] NASA. Lunar Communications Relay and Navigation Systems (LCRNS)[EB/OL].[2025-03-28]. <https://esc.gsfc.nasa.gov/projects/LCRNS?tab=overview>.
- [7] European Space Agency. Moonlight: connecting Earth with the Moon [EB/OL].(2020-11-16)[2025-03-28]. [https://www.esa.int/ESA\\_Multimedia/Videos/2020/11/Moonlight\\_connecting\\_Earth\\_with\\_the\\_Moon/lang](https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Videos/2020/11/Moonlight_connecting_Earth_with_the_Moon/lang).
- [8] MURATA M, KAWANO I, KOGURE S. Lunar navigation satellite system and positioning accuracy evaluation[C]//Proceedings of the 2022 International Technical Meeting of The Institute of Navigation. Long Beach, California: The Institute of Navigation, 2022.
- [9] GRAMLING C, CRENSHAW J, MANN L. Interoperable services to mitigate lunar position, navigation, and timing challenges[C]//Proceedings of 73rd International Astronautical Congress. Paris: International Astronautical Federation, 2022.
- [10] 梅洪元,包为民,于登云,等.关于未来月球基地建设方案的构想[J].深空探测学报(中英文),2022,9(6):553-559.  
MEI H Y, BAO W M, YU D Y, et al. Research on building plans design for future China lunar base[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2022, 9(6): 553-559.
- [11] GIORDANO P, GRENIER A, ZOCCARATO P, et al. Moonlight navigation service - how to land on peaks of eternal light[C]//Proceedings of the 72nd International Astronautical Congress (IAC). Dubai: International Astronautical Federation, 2021.
- [12] GRENIER A, GIORDANO P, BUCCI L, et al. Positioning and velocity performance levels for a Lunar Lander using a dedicated Lunar Communication and Navigation System[J]. Navigation: Journal of the Institute of Navigation, 2022, 69(2): 513.
- [13] TOMASICCHI G, GARGIUL A M, GENOVA A, et al. Lunar Surface exploration based on LCNS orbiters and Onboard Sensor observables[C]//Proceedings of International Astronautical Congress. Paris: International Astronautical Federation, 2022.
- [14] AUUDET Y, MELMAN F T, MOLLI S, et al. Positioning of a lunar surface rover on the south pole using LCNS and DEMs[J]. Advances in Space Research, 2024, 74(6): 2532-2550.
- [15] JUN W W, CHEUNG K M, LIGHTSEY E G, et al. A minimal architecture for real-time lunar surface positioning using joint Doppler and ranging[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2021, 58(2): 1367-1376.
- [16] JUN W W, CHEUNG K M, LIGHTSEY E G. Improved surface positioning with measurement differences in joint doppler and ranging [C]//Proceedings of 2023 IEEE Aerospace Conference. Big Sky, MT: IEEE, 2023.
- [17] JUN W W, CHEUNG K M, LIGHTSEY E G. Real-time position, velocity, and timing estimation of lunar surface users with joint doppler and ranging[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2024, 60(4): 5525-5537.
- [18] COIMBR K M Y, CORTINOVIS M, MINA T, et al. Single-Satellite Lunar Navigation via Doppler Shift Observables for the NASA Endurance Mission[C]//Proceedings of the 37th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+2024). Baltimore, Maryland: The Institute of Navigation, 2024.
- [19] CORTINOVIS M, MINA T, GAO G. Assessment of single satellite-based lunar positioning for the nasa endurance mission[C]//Proceedings of 2024 IEEE Aerospace Conference. Big Sky: IEEE, 2024.
- [20] MURAT M, KAWANO I, KOGURE S. Lunar navigation satellite system and positioning accuracy evaluation[C]//Proceedings of the 2022 International Technical Meeting of The Institute of Navigation. Long Beach, California: [s. n.], 2022.
- [21] MURAT M, AKIYAMA K, SATOH N. Precise clock estimation on Moon surface using lunar navigation satellite system[C]//Proceedings of the 2023 International Technical Meeting of The Institute of Navigation. Long Beach, California: [s. n.], 2023.
- [22] MURAT M, AKIYAMA K, SATOH N. Lunar south pole region navigation using lunar navigation satellite system[C]//Proceedings of the 36th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2023). Denver, Colorado: The Institute of Navigation, 2023.
- [23] 谢浩然,詹亚锋,王晓伟,等.卫星通导一体化技术及其在探月中的应用[J].深空探测学报(中英文),2021,8(2):154-162.  
XIE H R, ZHAN Y F, WANG X W, et al. Communication-navigation integrated technology and its application in lunar exploration[J]. Journal of Deep Space Probe, 2021, 8(2): 154-162.
- [24] WANG D, XU T, LI M, et al. Lunar navigation satellite system for the south pole and Earth-Moon space: constellation design and performance evaluation with integrated BDS[J]. GPS Solutions, 2025, 29(2): 1-18.
- [25] SIRBU G, LEONARDI M, CAROSI M, et al. Performance evaluation of a lunar navigation system exploiting four satellites in ELFO orbits[C]//Proceedings of 2022 IEEE 9th International Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace), Pisa, Italy: [s. n.], 2022.
- [26] JANG J H, SUNG S, LEE Y J. Improvement of differential GPS performance using range measurements between satellites[J]. International Journal of Aeronautical and Space Sciences, 2020, 21: 201-209.
- [27] SIRBU G, LEONARDI M, STALLO C, et al. Improving the performance of lunar satellite navigation systems by exploiting inter-satellite distance information[C]//Proceedings of the 36th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS+ 2023). Denver, Colorado: The Institute of Navigation, 2023.
- [28] TARO. Carrier smoothing + robust WLS + Kalman smoother[EB/OL].[2025-01-28]. <https://www.kaggle.com/code/taro1461/carrier-smoothing-robust-wls-kalman-smoother>
- [29] 陈旗鸣,李珍妮,陈立基,等.绕月卫星与月面探测器的GNSS信号可见性分析[J].深空探测学报(中英文),2025,12(1):64-76.  
CHEN Q M, LI Z N, CHEN L J, et al. Visibility analysis of GNSS satellite signals by lunar orbit satellites and probes[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2025, 12(1): 64-76.
- [30] 刘进军,郭建成,蒋峥.论月球基地的条件与选址[J].卫星与网络,2021(11):60-68.  
LIU J J, GUO J C, JIANG Z. On the conditions and location of lunar base[J]. Satellite and Network, 2021(11): 60-68.
- [31] TANAKA T, EBINUMA T, NAKASUKA S. Dual-satellite lunar global navigation system using multi-epoch double-differenced pseudorange observations[J]. Aerospace, 2020, 7(9): 122.

作者简介:

李珍妮(1985-),女,教授,主要研究方向:深空探测技术与系统、人工智能技术。

通信地址:广东工业大学自动化学院(510006)

E-mail:lizhenni2012@gmail.com

陈立基(1997-),男,博士研究生,主要研究方向:深空探测技术与系统、人工智能技术。共同第一作者。

通信地址:广东工业大学自动化学院(510006)

E-mail:13145768013@163.com

谢胜利(1975-)男,教授,主要研究方向:智能信息处理、无线通信与网络、多媒体传输、射频识别等。本文通信作者。

通信地址:广东工业大学自动化学院(510006)

E-mail:shlixie@gdut.edu.cn

## Positioning Optimization Method Based on Satellite Spatiotemporal Information for Queqiao Constellation System

LI Zhenni<sup>1</sup>, CHEN Liji<sup>1</sup>, LI Maodeng<sup>2</sup>, CHEN Qiming<sup>1</sup>, HE Xiongwen<sup>3</sup>, Chen Chaoji<sup>3</sup>, Xie Shengli<sup>1</sup>

(1. School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China;

2. Deep Space Exploration Lab, Beijing 100195, China;

3. Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China)

**Abstract:** Due to the fact that the number of visible satellites is limited, the finiteness of observation information and the ill-condition of the observation equation seriously constrain the positioning accuracy of the Least Squares (LS) method. To address this, a spatiotemporal information-enhanced LS positioning optimization method for future Queqiao communication-navigation-remote sensing constellation was proposed, aiming to improve the robustness of LS-based solutions. First, an auxiliary equation incorporating multi-epoch pseudorange observations was constructed, coupled with a dynamic weighting strategy based on a constant-velocity motion model, to effectively utilize historical data and mitigate information deficiency in dynamic scenarios. Second, multi-epoch inter-satellite distance measurements are introduced to form geometric constraints that to suppress ill-conditioning in the observation model. Finally, a Forward-Backward Smoother (FBS) algorithm was applied to further refine positioning results and enhance solution stability. Simulation experiments based on platform-generated orbital data of the Queqiao constellation demonstrate that, under a 10 m orbital error and with a historical epoch length of 19, the proposed method—fusing multi-epoch pseudorange and inter-satellite distance data with FBS smoothing—achieved a positioning accuracy of  $7.03 \pm 2.50$  m. Compared to the conventional LS method without any auxiliary information or smoothing, the positioning mean error was reduced by 88.26% and the standard deviation by 96.14%, providing solid technical support for high-precision positioning and navigation services required for Chinese astronauts' lunar surface operations.

**Keywords:** lunar orbit satellite positioning; least squares method; multi-epoch observation data fusion; inter-satellite distance constraint; Forward-Backward Smoother (FBS) algorithm

### Highlights:

- Constructed a dynamic weighting strategy based on a constant velocity motion model to adjust contribution weights of the introduced historical pseudorange observation time series, enabling effective weighted fusion of multi-epoch pseudorange observation time series in dynamic scenarios.
- Introduced multi epoch inter-satellite distance constraints and constructed a pseudorange- inter-satellite distance joint observation equation, fully exploiting spatial geometric information from multi-epoch satellite orbital data to overcome the ill-conditioning problem in pseudorange observation equations.
- Based on the above weighted least squares solution, a Forward-Backward Smoother (FBS) algorithm was further introduced to enhance stability of positioning results.

[责任编辑: 宋宏, 英文审校: 宋利辉]