

# 小天体探测附着段导航陆标高效优选方法

侯博文<sup>1</sup>, 王大轶<sup>1,2</sup>, 王炯琦<sup>1</sup>, 徐超<sup>3</sup>

(1. 国防科技大学理学院, 长沙 410073; 2. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094; 3. 北京控制工程研究所, 北京 100094)

**摘要:** 针对小天体探测附着段精度要求高的需求, 在星上资源严重受限且可用于附着段导航陆标数量多的条件下, 提出了一种基于“陆标-探测器”几何关系的导航系统状态估计精度评价指标, 在推导导航陆标与小天体探测器几何关系解析表达式的基础上, 结合Fisher信息矩阵设计了系统状态估计方差下界的标量计算方法, 避免了传统精度评价过程中复杂矩阵的运算, 并采用“模拟退火-枚举法”对导航陆标组合优化选取, 在保证系统状态估计精度的同时, 提升了导航陆标优化选取的效率。将该方法应用到小行星“爱神”(Eros)探测附着段光学导航场景中, 仿真结果表明该方法能有效提升导航陆标优化选取效率和系统状态估计精度, 可为小天体探测导航提供技术支撑。

**关键词:** 小天体探测; 附着段; 导航陆标; 优化选取

**中图分类号:** V1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2096-9287(2025)02-0124-09

**DOI:** 10.15982/j.issn.2096-9287.2025.20250012

**引用格式:** 侯博文, 王大轶, 王炯琦, 等. 小天体探测附着段导航陆标高效优选方法[J]. 深空探测学报(中英文), 2025, 12(2): 124-132.

**Reference format:** HOU B W, WANG D Y, WANG J Q, et al. Research on efficient optimization method of navigation landmarks during asteroid exploration attachment section[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2025, 12(2): 124-132.

## 引言

小天体探测是推动太阳系起源、行星演化、生命起源等基础科学问题突破的重要手段。小天体附着探测能够对其开展深度探测, 并将采集到的目标天体样品带回地球, 进而开展进一步的研究<sup>[1]</sup>。为更好地完成附着探测任务, 需实时获取探测器相对于小天体预定着陆点的高精度状态信息。然而小天体距离地球非常遥远, 小天体探测器与地面测控站的通讯延迟非常长, 其执行任务的实时性和安全性都无法保证<sup>[2]</sup>。光学导航方法具备强自主、高时效的优势, 可有效提升导航性能。因此, 光学导航逐渐成为小天体探测自主导航领域的主流手段<sup>[3-4]</sup>。

在小天体附着段, 由于距离小天体很近, 表面特征逐渐显现出来, 这些特征定义为陆标(天体表面的固定点), 包括陨石坑、岩石等小行星表面的突出自然特征以及人工陆标等, 在小天体探测环绕段通过三维重构方法可以获取其相对于小天体中心的位置<sup>[5-7]</sup>, 用来确定探测器相对于小天体的状态信息<sup>[8]</sup>。然而小天体表面陆标数据库庞大, 受限与星上有限的资源约

束, 难以实时处理。因此, 需要选取合适的数据用于小天体附着段自主导航。

目前, 陆标优化选取方法主要是以自主导航系统状态估计精度预测结果为依据, 对比选择使得导航精度达到最优的陆标数据集合。枚举法是最简单的对比选择方法, 通过比较所有可能的导航陆标集合精度预测结果, 确定最优的导航陆标数据集<sup>[9-10]</sup>。虽然该方法可有效实现高精度导航陆标的优化选取, 但在导航陆标数据集合庞大的情况下会消耗大量计算资源, 难以在星上实现应用。贪婪算法是一种广泛应用的导航陆标优化选取方法, 通过迭代搜索来获得满足特定条件的最佳导航陆标组合, 将枚举法的计算复杂度降低到多项式级别, 在机器人地面自主定位<sup>[11-12]</sup>和大行星着陆下降段<sup>[13]</sup>自主导航领域得到了广泛应用。上述方法虽能较好地实现导航陆标优化选取, 但计算复杂度依旧较高, 适用范围有限。除此之外, 胡荣海等<sup>[14]</sup>根据小天体着陆过程中探测器与陆标测量的几何关系获得了自主导航精度的解析表达形式, 并通过最大最小方法实现了导航陆标的快速优化选取, 结合几何方法实现了探测器附着段高精度自主导航; 李嘉兴等<sup>[15]</sup>针对惯

收稿日期: 2025-02-18 修回日期: 2025-04-10

基金项目: 国防科技大学青年自主创新科学基金项目(ZK23-01); 空间智能控制基金国家实验室项目(HTKJ2023KL502012)

性/光学敏感器组合导航系统, 在火星探测着陆下降段自主导航系统可观测能力分析的基础上, 对探测器陆标观测序列进行规划, 不仅能直接获取高精度的导航陆标, 还大大提升了自主导航的效率。这两种方法都在提升导航陆标优化选取效率的同时, 提升了自主导航的精度。

虽然在行星着陆段导航陆标优化选取方面已取得了一定的研究进展, 但大多数导航系统模型都依靠几何关系求解或依靠惯性导航信息获取探测器的状态信息, 而小天体引力极小, 惯性导航系统难以发挥作用, 其带来的累积误差也会严重影响导航精度。因此, 需针对导航陆标信息的误差影响, 结合小天体着陆段动力学模型设计基于不同陆标组合的状态估计精度评价指标, 进而优选出使得导航系统状态估计精度最优的导航陆标组合。目前, 状态估计精度评价指标主要包括Fisher信息矩阵法<sup>[16]</sup>、几何精度因子法<sup>[17]</sup>、条件数法<sup>[9]</sup>等, 在航天器自主导航领域得到了广泛应用。然而, 这些方法都涉及复杂的矩阵计算, 难以克服星上资源严重受限的约束。因此, 需设计一个避免复杂矩阵运算的精度评价指标。

本文针对小天体探测附着段高精度状态估计的需求和星上计算资源严重受限的约束, 在小天体附着段动力学模型的基础上, 设计了一个基于标量计算的导航系统状态估计精度评价指标, 并采用“模拟退火+枚举法”的组合优化算法<sup>[9]</sup>来选取最优导航陆标组合, 在保证系统状态估计精度的同时, 尽可能地降低自主导航过程的计算复杂度。

## 1 小天体附着段自主光学导航系统模型

### 1.1 小天体附着段动力学模型

探测器通常需要附着到预定着陆点, 需实时获取探测器相对于着陆点的位置, 在着陆点固联坐标系构建小天体附着段动力学模型, 其微分方程模型<sup>[18]</sup>为

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \dot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \\ \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \ddot{\mathbf{r}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$  为探测器相对于小天体质心的位置向量;  $\boldsymbol{\omega}$  为着陆坐标系相对于小天体惯性坐标系的旋转角速度矢量。

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F} + \mathbf{U} - 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} - \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{F}$  为控制加速度;  $\mathbf{U}$  为目标小天体的重力加速度。

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \frac{\partial V(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V}{\partial x^b} \\ \frac{\partial V}{\partial y^b} \\ \frac{\partial V}{\partial z^b} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} r = \sqrt{(x^b)^2 + (y^b)^2 + (z^b)^2} \\ \tan \theta = \frac{y^b}{x^b} \\ \sin \varphi = \frac{z^b}{r^b} \end{cases}, \begin{cases} x^b = r \cos \varphi \cos \theta \\ y^b = r \cos \varphi \sin \theta \\ z^b = r \sin \varphi \end{cases}$$

其中:  $r$ 、 $\theta$ 、 $\varphi$  分别为探测器在附着段的运动半径以及在体坐标系的经度、纬度;  $C_{ij}$  为球谐重力系数;  $b$  为小天体体坐标系<sup>[19]</sup>;  $V$  为小天体重力场。

$$\begin{aligned} V(r, \theta, \varphi) = \frac{\mu_A}{r} \left\{ 1 + \left( \frac{a}{r} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} C_{20} (3 \sin^2 \varphi - 1) + \right. \right. \\ \left. \left. 3 C_{22} \cos^2 \varphi \cos 2\theta \right] + \left( \frac{a}{r} \right)^2 \left[ \frac{1}{8} C_{40} (35 \sin^4 \varphi - \right. \right. \\ \left. \left. 30 \sin^2 \varphi + 3) + \frac{15}{2} C_{42} \cos^2 \varphi (7 \sin^2 \varphi - \right. \right. \\ \left. \left. 1) \cos 2\theta + 105 C_{44} \cos^2 \varphi \cos 4\theta + O(r^{-5}) \right] \right\} \quad (4) \end{aligned}$$

其中:  $a$  为小行星的外接圆半径;  $\mu_A$  为小行星的引力常数。

探测器姿态主要通过星敏感器确定<sup>[20]</sup>, 本文假设探测器姿态已知。则导航系统状态模型为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{w} \quad (5)$$

其中

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \\ \ddot{\mathbf{r}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中:  $\mathbf{x} = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$  为探测器在着陆坐标系的位置和速度;  $\mathbf{w}$  为服从高斯分布的过程噪声,  $E(\mathbf{w}) = 0$ ,  $E(\mathbf{w}^T \mathbf{w}) = \mathbf{Q}$ 。

### 1.2 光学敏感器测量模型

为获取测量模型, 以相机主点作为坐标原点,  $z_c$  轴与相机光轴平行, 相机平面定义为  $o_c - x_c y_c$ 。光学敏感器的测量原理图如图1所示, 构建相机坐标系, 在坐标系中, 第  $i$  个陆标点到导航相机曝光点的视线矢量为

$$\mathbf{z}_i^c = \frac{1}{\sqrt{(\bar{x}_i^c)^2 + (\bar{y}_i^c)^2 + f^2}} \begin{bmatrix} -\bar{x}_i^c \\ -\bar{y}_i^c \\ -f \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中:  $\bar{x}_i^c = x_i^c - x_0^c$ 、 $\bar{y}_i^c = y_i^c - y_0^c$  分别为陆标成像坐标点与光学投影中心  $c(x_0^c, y_0^c)$  的位移;  $f$  为导航相机的焦

距;  $c$ 代表相机坐标系, 为表述简便, 在本文假设相机坐标系中心与探测器的质心重合, 令 $o(x^l, y^l, z^l)$ 为相机透镜中心在 $\Sigma^l$ 系的坐标,  $F_i(x_i^l, y_i^l, z_i^l)$ 为第 $i$ 个陆标在 $\Sigma^l$ 系的坐标。因此, 在着陆坐标系中相机成像中心视线矢量到第 $i$ 个陆标的矢量 $l_i^l$ 表示为

$$l_i^l = \frac{1}{\sqrt{(x_i^l - x^l)^2 + (y_i^l - y^l)^2 + (z_i^l - z^l)^2}} \begin{bmatrix} x_i^l - x^l \\ y_i^l - y^l \\ z_i^l - z^l \end{bmatrix} \quad (8)$$

在考虑测量噪声的情况下, 单个陆标的测量模型可表示为

$$\tilde{z}_i^c = m_i(x) + v_i \quad (9)$$

其中:  $\tilde{z}_i^c$ 为第 $i$ 个陆标视线矢量;  $x = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ 为探测器在着陆坐标系的位置和速度, 由于光学透镜和成像平面距离很小, 因此, 可近似认为 $x^l = x$ ,  $y^l = y$ ,  $z^l = z$ ;  $m_i(x) = A l_i^l(x)$ ;  $A$ 为探测器本体到相机坐标系的旋转矩阵, 是一个常值矩阵, 为简化问题, 本文将其设置为单位矩阵; 导航相机噪声 $v_i$ 是0均值高斯白噪声, 方差矩阵 $R_i = \text{diag}([\sigma^2 \ \sigma^2 \ \sigma^2])$ ,  $\sigma$ 为光学相机; 测量误差 $E(v_i) = 0$ ,  $E(v_i v_j^T) = R_i \delta_{ij}$ 。

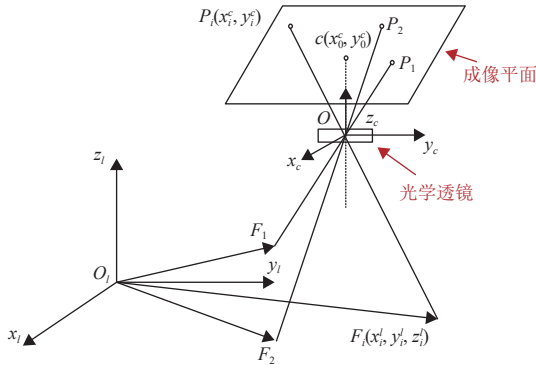


图1 光学传感器测量原理图

Fig. 1 Schematic diagram of measurement principle for optical sensors

在 $k$ 时刻时, 导航系统模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_k = f(x_k) + w_k \\ z_k = h(x_k) + v_k \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$h(x_k) = \begin{bmatrix} m_1^{(k)}(x) \\ m_2^{(k)}(x) \\ \vdots \\ m_n^{(k)}(x) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$v_k = \begin{bmatrix} v_1^{(k)}(x) \\ v_2^{(k)}(x) \\ \vdots \\ v_n^{(k)}(x) \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中:  $n$ 为选取的导航陆标数量。

## 2 陆标优化选取方法

由于附着段探测器距离目标天体距离较近, 可用的陆标信息较多, 需选取最优的陆标组合; 又由于星上计算、存储资源有限, 需要尽可能少的陆标信息, 来实现探测器状态的最优估计。文献[14]对附着段的导航系统陆标数量要求进行了分析。

**引理 1.** 自主导航系统状态是可观的当且仅当使用图像中至少具有两个不同坐标信息的陆标。

根据引理1, 当采用两个不同陆标信息时, 可获得导航系统的状态。然而星上计算、存储资源有限, 且不同陆标组合情况下能够实现的自主导航精度也不同, 所以需分析不同陆标组合情况的精度并选择使得导航精度最优的2个陆标组合。

### 2.1 导航系统精度评价指标

导航系统精度可通过优选导航陆标信息来改善。为尽可能地降低星上计算存储的负担, 根据引理1, 本文将从所有可见的导航陆标中优选2个陆标用于导航系统的状态估计。

导航系统精度主要通过Cramer-Rao下界 (Cramer-Rao Lower Bound, CRLB) 和Fisher信息矩阵 (Fisher Information Matrix, FIM) 来评价, 但是由于计算过程涉及到大量矩阵的运算, 给星上计算资源带来巨大的负担。本文在FIM的基础上, 通过几何关系推导FIM的标量解析表达形式, 进而实现精度评价过程星上自主运行。

**定理 1.** 根据模型 (9), 小天体探测器在着陆坐标系中的坐标可表示为

$$d = F_1 + k_1 m_1 \quad (13)$$

或

$$d = F_2 + k_2 m_2 \quad (14)$$

其中:  $F_1$ 和 $F_2$ 分别为两个陆标在着陆坐标系的位置矢量;  $k_1$ 和 $k_2$ 分别为不同陆标对应的距离参数, 用于描述陆标和探测器之间的尺度距离。

$$\begin{cases} k_1 = \frac{\rho_0 m_1 - \rho_0 m_2}{(m_1 m_2)^2 - 1} \\ k_2 = \frac{\rho_0 m_1 (m_1 m_2) - \rho_0 m_2}{(m_1 m_2)^2 - 1} \end{cases} \quad (15)$$

**证明.** 假设探测器在着陆坐标系的位置矢量为 $OP$ , 对于被观测的陆标 $F_1$ , 则探测器、陆标以及着陆点的位置关系如图2所示。

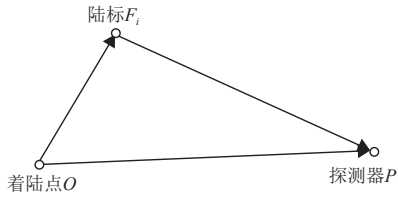


图2 陆标、着陆点及探测器几何关系

Fig. 2 Geometry relationship among landmark, landing site and probe

$$OP = OF_1 + F_1P \quad (16)$$

对于第二个被观测的陆标有

$$OP = OF_2 + F_2P \quad (17)$$

根据式 (16) ~ (17) 有

$$F_1F_2 = \rho_0 = F_2P - F_1P \quad (18)$$

其中:  $\rho_0$  为两个陆标之间的矢量, 根据陆标观测方程有

$$\begin{cases} F_2P = k_2m_2 \\ F_1P = k_1m_1 \end{cases} \quad (19)$$

对式 (19) 两边同乘  $m_1$ 。

$$\begin{cases} \rho_0 \cdot m_1 = k_2m_2 \cdot m_1 - k_1 \\ \rho_0 \cdot m_2 = k_2 - k_1m_1 \cdot m_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \rho_0 \cdot m_1 \\ \rho_0 \cdot m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_2 \cdot m_1 & -1 \\ 1 & -m_2 \cdot m_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k_2 \\ k_1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

其中:  $\cdot$  为误差传递公式。

$$\begin{cases} k_1 = \frac{\rho_0 \cdot m_1 - \rho_0 \cdot m_2}{(m_1 \cdot m_2)^2 - 1} \\ k_2 = \frac{(\rho_0 \cdot m_1)(m_1 \cdot m_2) - \rho_0 \cdot m_2}{(m_1 \cdot m_2)^2 - 1} \end{cases} \quad (21)$$

进一步, 探测器在着陆坐标系的位置矢量表示为

$$d = F_1 + k_1m_1 \quad (22)$$

或

$$d = F_2 + k_2m_2 \quad (23)$$

因相机测量存在误差, 所以需根据式 (22) 对探测器的位置误差进行分析。现有基于相机测量误差的导航系统状态估计精度评价指标通常涉及复杂的矩阵求逆运算, 计算复杂度高, 难以实现星上自主运行, 本文提出一种基于标量计算的精度评价指标。

**定理2.** 导航系统状态估计方差的下界  $a_J$  表示为

$$a_J = \frac{[(x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(z-z_1) + (z-z_1)(z-z_2) - 1]^2}{4\sigma^6 A^2 B^2 C^2} \quad (24)$$

其中:  $A, B, C$  具体表示为

$$\begin{cases} A = (x_2y + xy_1 - x_1y - x_2y_1 - xy_2 + x_1y_2) \\ B = (x^2 - xx_1 - xx_2 + x_1x_2 + y^2 - yy_1 - yy_2 + \\ y_1y_2 + z^2 - zz_1 - zz_2 + z_1z_2) \\ C = (x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2 + z_1^2 - 2z_1z_2 + z_2^2) \end{cases} \quad (25)$$

其中:  $(x_1, y_1, z_1)$  和  $(x_2, y_2, z_2)$  分别为两个导航陆标在着陆坐标系的位置坐标。

**证明:** 根据式 (22), 在  $k$  时刻针对  $d$  有测量敏感矩阵计算为

$$D_k = \frac{\partial d_k}{\partial \bar{x}_k} \quad (26)$$

其中:  $\bar{x}_k = [x_k \ y_k \ z_k]^T$ , 对于非线性模型式 (22), 在  $k+1$  时刻的FIM描述为<sup>[18]</sup>

$$J_{k+1} = D_{k+1}^T R_{k+1}^{-1} D_{k+1} \quad (27)$$

根据CRLB与FIM的关系为

$$P_k = [(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] \geq J^{-1}(x_k) \quad (28)$$

其中:  $\hat{x}_k$  为状态最优估计值, 为使得状态估计精度最高, 需使得  $\det(J^{-1}(x_k))$  最小, 令  $\tilde{D}_k = \tilde{R}_k^T D_k^T$ , 其中:  $\tilde{R}_k = \text{Chol}(R_k^{-1})$ ,  $\text{Chol}(\cdot)$  为Cholesky分解运算, 由于  $J^{-1}(x_k)$  非奇异, 则结合矩阵行列式计算公式, 则有

$$\begin{aligned} a_J &= \det(J^{-1}(x_k)) = \\ &= \frac{1}{\det(\tilde{D}_k^T \tilde{D}_k)} = \\ &= \frac{1}{\det(D_k \tilde{R}_k) \det(\tilde{R}_k^T D_k^T)} = \\ &= \frac{1}{(\det(D_k \tilde{R}_k))^2} \end{aligned} \quad (29)$$

其中:  $a_J$  为精度评价指标。

$$\det(D_k \tilde{R}_k) = -\frac{2\sigma^3 ABC}{D-1} \quad (30)$$

这里

$$\begin{aligned} A &= (x_2y + xy_1 - x_1y - x_2y_1 - xy_2 + x_1y_2) \\ B &= (x^2 - xx_1 - xx_2 + x_1x_2 + y^2 - yy_1 - yy_2 + \\ & y_1y_2 + z^2 - zz_1 - zz_2 + z_1z_2) \\ C &= (x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 + y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2 + z_1^2 - 2z_1z_2 + z_2^2) \\ D &= (x-x_1)(x-x_2) + (y-y_1)(z-z_1) + (z-z_1)(z-z_2) \end{aligned}$$

则可以根据式 (29) 评价不同陆标组合的导航系统状态估计精度。

**注1.** 相比于传统的GDOP法、条件数法等基于矩阵运算的精度指标评价方法, 指标式 (29) 通过Fisher信息矩阵行列式的解析表达式实现了状态估计精

度评价准则 (Cramer-Rao Lower Bound, CRLB) 的降维表征, 只需进行标量运算, 避免了复杂的矩阵运算, 可有效提升星上优化选取的计算效率。

## 2.2 最优陆标组合选取方法

探测器着陆过程中, 光学相机距离小天体表面距离相对环绕段、转移段较近, 导航陆标数量较多, 传统的枚举法计算复杂度极高, 本文将采用模拟退火算法优选导航陆标; 当探测器即将着陆时, 导航陆标数量相对下降段较少, 本文将直接采用枚举法进行陆标组合优选<sup>[9]</sup>。两种算法使用的分界点根据视场内可获取的陆标数量来确定。

模拟退火算法是源于固体退火的原理, 从一个高初始单调递减温度出发, 基于概率跳变特征在解空间中随机找到目标函数的全局最优解。本文将选取光学相机视场内任意陆标组合作为初始解, 假设其为最优陆标组合, 计算精度评价指标 $a_0$ , 给出与初始解相对应的初始温度 $T_0$ 。每个温度参数值对应的迭代次数为 $N$ , 算法的终止误差为 $\varepsilon$ , 熄火迭代次数 $L$ 为算法的终止条件。如果温度降低 $L$ 次后 $a_j$ 的平均变化小于终止误差, 则算法停止。

在每次迭代开始时, 在光学相机的可见视场中随机选择陆标组合, 并计算精度指标。如果新的精度指标较小, 则新组合将被接受为最优组合, 否则可根据Metropolis接受标准计算接受概率 $p = \exp[-(a_j - a_0)/T]$ 。如果 $p$ 大于 $[0, 1]$ 范围内的任意一个随机数, 则有概率低接受新陆标组合作为最优陆标组合, 否则保持最优陆标组合为初始陆标组合。接受概率随温度参数的减小而减小。当温度参数较高时, 即使 $a_j$ 和 $a_0$ 相差很大, 算法也能接受新的陆标组合。当温度参数较低时, 算法只接受特征值和与 $a_0$ 差很小的陆标组合。

判断完成后, 进行下一次迭代, 直到迭代次数达到 $n$ , 然后检查终止条件。如果满足终止条件, 则停止迭代, 当前陆标组合为最优陆标组合,  $a_j$ 最小; 如果不满足终止条件, 则根据退火策略降低温度, 温度更新函数为 $T_{k+1} = \alpha T_k$ , 其中:  $k$ 为当前迭代次数, 常数 $\alpha$ 需满足条件 $0 < \alpha < 1$ 。

结合模拟退火算法和枚举法<sup>[21]</sup>, 针对不同情况下陆标数量采取枚举和模拟退火相结合的优选方法, 选择合适的正整数 $n_0$ , 如果可见陆标数量 $n$ 小于 $n_0$ , 则采取枚举法进行最优陆标组合选择, 否则采用模拟退火算法。根据组合选取的结果, 并结合扩展卡尔曼滤波 (Extended Kalman Filter, EKF) 算法, 求解探测器附着段的位置状态。基于导航陆标优化选取方法的附着段光学自主导航过程如图3所示。

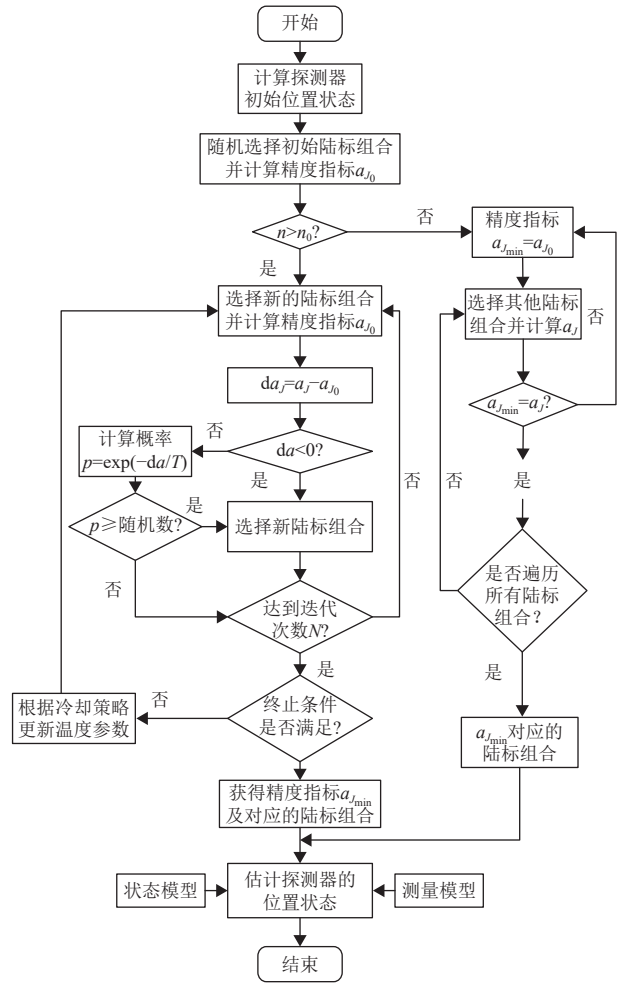


图3 基于导航陆标优化选取的附着段光学自主导航流程  
Fig. 3 Optical autonomous navigation process based on the landmark optimization selection

## 3 仿真实验

本节以小行星Eros为目标天体开展附着段光学导航陆标优选方法的验证。本次仿真将在8 GB内存的笔记本进行, 其CPU为Intel (R) Core (TM) i7-7500U CPU 2.70 GHz的64位处理器, 共进行500次蒙特卡洛仿真, 相关的状态估计精度和时间消耗统计结果为500次仿真的平均值, 每一次仿真过程均通过无迹卡尔曼滤波算法 (Unscented Kalman Filter, UKF) 估计探测器位置状态。探测器着陆段轨迹通过动力学模型式 (1) 来仿真, 相关仿真参数如表1所示。

在上述仿真参数的基础上, 得到小天体探测的场景如图4所示, 其中: 黄色曲线为探测器轨迹, 蓝色为小天体表面陆标。本文主要将陆标考虑为点状, 在实际应用过程中, 呈面状的陆标信息也可通过质心提取实现点状信息获取。根据光学敏感器的参数设置, 不同时刻探测器可观测到的陆标数量如图5所示。

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

参数	数值
仿真时长/s	930
$a/m$	1 600
$\mu_A/(m^3 \cdot s^{-2})$	446 300
初始位置/m	[500 -300 3 500]
初始速度/( $m \cdot s^{-1}$ )	[-0.5 0.3 -0.4]
初始位置误差方差/ $m^2$	$1.0 \times 10^4$
初始速度误差方差/( $m^2 \cdot s^{-2}$ )	$1.0 \times 10^{-2}$
探测器推力/N	2
探测器质量/kg	100
相机视场/ $^\circ$	69
采样时间间隔/s	1
相机焦距/m	0.0102
分辨率/pixel	1024×1024
像素大小/ $\mu m$	13×13
测量误差标准差/pixel	0.06

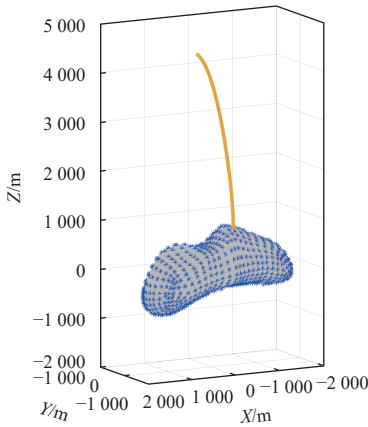


图 4 小天体附着段场景

Fig. 4 Small body attachment scene

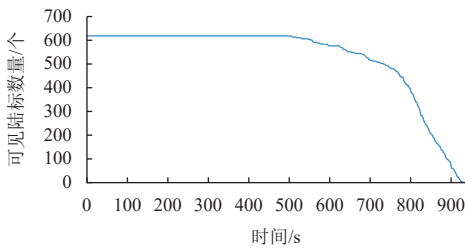


图 5 不同时刻探测器可观测到的导航陆标数量

Fig. 5 Number of visible navigation landmarks

为说明导航精度评价指标的合理性, 随机选取 50 组导航陆标组合 (2 个陆标) 并进行探测器位置状态估计, 再结合本文提出的精度评价指标优选 1 组导航陆标进行状态估计, 距离估计误差如图 6 所示。

**注 2.** 精度指标评价了系统整体状态的估计精度, 因此图 5 主要对比了距离估计精度, 即反映了 3 个方向位置状态估计精度的总误差。

根据图 6 可知, 在大多数时刻, 优选导航陆标后的导航系统状态估计误差相对要小。在最后一些时刻,

结合图 5, 由于导航陆标数量较少, 甚至接近于没有, 导航陆标优化选取的作用不大。当陆标数量小于 2 时, 此时导航系统无法满足引理 1 的条件, 系统状态估计结果仅能通过动力学模型外推得到。在存在初始误差的情况下, 外推结果会出现误差累积的情况, 进而出现估计误差累积增加的情况。在上述导航陆标信息的基础上, 分别采用“枚举法”和如图 3 所示的“模拟退火 + 枚举法”, 以精度评价指标式 (29) 为待优化函数优化选取最优的导航陆标组合, 其中: 模拟退火法和枚举法切换的界限  $n_0 = 100$ , 对探测器附着段自主位置状态进行估计, 两个方法的估计精度如图 7 和图 8, 统计的探测器状态估计均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 结果如表 2 所示。

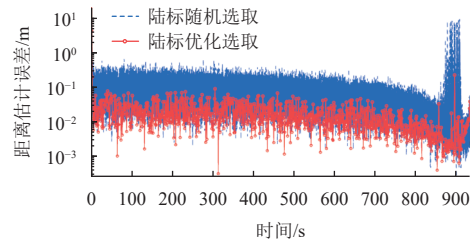
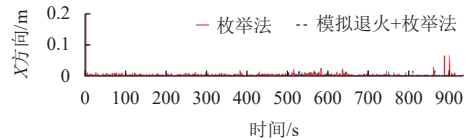
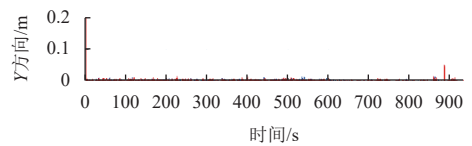


图 6 不同导航陆标组合距离估计精度

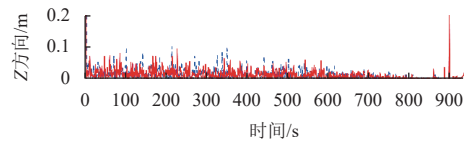
Fig. 6 Distance estimation accuracy with different navigation landmarks



(a) X 方向



(b) Y 方向



(c) Z 方向

图 7 基于不同方法的探测器 3 个方向位置状态估计精度

Fig. 7 Probe position estimation accuracy with different methods in three directions

根据上述仿真结果可见, “模拟退火 + 枚举法”与“枚举法”优化选取的导航陆标能够达到相当的状态估计精度, 但总误差相对较低一点, 这是因为模拟退火算法可能在迭代次数达到极限时无法进一步优化, 进而陷入局部最优, 所以在某些时刻状态估计精度不如“枚举法”。在实际工程应用中, 需对模拟退火算法的

相关参数在地面进行试验验证,获得能够达到精度需求的参数设定,进而获得更加符合工程实际、有利于星上实现的模拟退火算法。两种方法在不同时刻实现状态估计的时间消耗如图9所示。

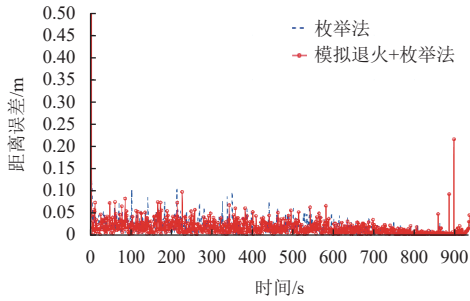


图8 基于不同方法的探测器位置状态估计精度

Fig. 8 Probe position estimation accuracy with different methods

表2 探测器状态估计均方误差统计结果

Table 2 Statistical results of mean squared error for detector state estimation

方法对比	X/m	Y/m	Z/m	总误差/m
枚举法	0.006 4	0.004 2	0.016 0	0.017 7
模拟退火+枚举法	0.006 1	0.004 1	0.016 5	0.018 1

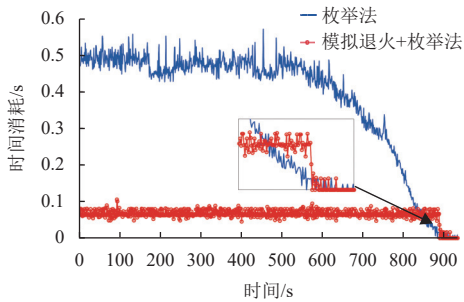


图9 不同算法的时间消耗

Fig. 9 Time cost of different algorithms

由图9可见,“枚举法”在大多数的情况下,计算时间消耗都比“模拟退火+枚举法”高,且与可见陆标数量的变化趋势一致,图中放大部分是可见陆标数量为100时的分界线,当可见陆标数量小于100时,同样采用“枚举法”来优化选取陆标,而这个时刻之前,有一部分时间“模拟退火+枚举法”计算效率相对“枚举法”较低,这是因为未能准确找到一个合适的临界值 $n_0$ ,使得该优化算法能够始终保持较高的计算效率,这和计算机处理性能和可见导航陆标数量相关,需进一步探究。

为对比选择不同陆标数量时状态估计的效率和精度,分别设计了“优选2个陆标”、“优选3个陆标”、“优选4个陆标”3种情况,并对状态估计过程的时间消耗和状态估计误差进行比较,时间消耗对比结果如图10所示,状态估计误差如表3所示。

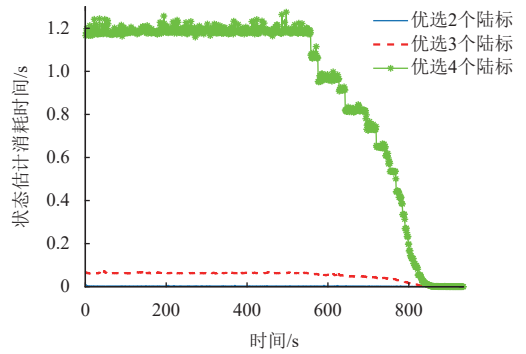


图10 选取不同陆标数量时时间消耗

Fig. 10 Time cost of different number of landmarks

表3 不同陆标数量状态估计均方误差统计结果

Table 3 Statistical results of mean squared error with different landmark number

优选路标数	X/m	Y/m	Z/m	总误差/m
优选2个路标	0.006 1	0.004 1	0.016 5	0.018 1
优选3个路标	0.005 9	0.003 9	0.016 2	0.017 7
优选4个路标	0.005 6	0.003 9	0.015 9	0.017 3

根据上述结果可以看出,虽然随着所选陆标数量的增加,状态估计精度有所提升,但是所消耗的计算时间也会逐渐提升,在实际工程应用中,应该根据具体任务需求和探测器硬件性能,选择合适的优选陆标数量,在探测器能够自主运行导航算法的同时,实现满足任务需求的自主导航精度。

## 4 结论

针对小天体探测附着段对状态估计精度高、计算复杂度低的需求,本文推导了导航系统状态估计精度评价指标的标量表达形式,有效避免了传统复杂的矩阵计算过程;在该精度评价指标的基础上,采用“模拟退火+枚举法”的优化选取方法,实现了使得精度评价指标最优的陆标组合高效选取,在提高计算效率的同时保证了自主导航系统状态估计精度。文中以Eros小行星着陆场景为例,验证了本文提出方法的有效性和高效性。

## 参考文献

- [1] 王巍,姚伟. 太空资源开发技术体系研究[J]. 宇航学报, 2023, 44(11): 1621-1632.  
WANG W, YAO W. Research on the technology architecture of space resource exploitation[J]. *Journal of Astronautics*, 2023, 44(11): 1621-1632.
- [2] TURAN E, SPERETTA S, GILL E. Autonomous navigation for deep space small satellites: scientific and technological advances[J]. *Acta Astronautica*, 2022, 193: 56-74.
- [3] LI S, CUI P Y. Landmark tracking based autonomous navigation schemes for landing spacecraft on asteroids[J]. *Acta Astronautica*,

- 2008, 62: 391-403.
- [4] ZHU S Y, XIU Y, ZHANG N, et al. Crater-based attitude and position estimation for planetary exploration with weighted measurement uncertainty[J]. *Acta Astronautica*, 2020, 176: 216-32.
- [5] 崔平远, 邵巍, 崔祐涛. 绕飞过程中小天体三维模型重构及探测器运动估计研究[J]. *宇航学报*, 2010, 31(5): 1381-1389.
- CUI P Y, SHAO W, CUI H T. 3-D Small body model reconstruction and spacecraft motion estimation during fly-around[J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(5): 1381-1389.
- [6] 梁子璇, 鲁冰洁, 崔平远, 等. 小天体智能附着技术研究进展[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2024, 11(3): 213-224.
- LIANG Z X, LU B J, CUI P Y, et al. Research progress of technologies for intelligent landing on small celestial bodies[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2024, 11(3): 213-224.
- [7] 修文博, 何颖, 朱圣英, 等. 小天体附着形貌特征快速优选[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2024, 11(3): 286-294.
- XIU W B, HE Y, ZHU S Y, et al. Morphology feature rapid selection for asteroid landing[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2024, 11(3): 286-294.
- [8] 李嘉兴, 王大轶, 邓润然, 等. 小天体附着相对导航观测序列规划及试验[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2024, 11(3): 295-303.
- LI J X, WANG D Y, DENG R R, et al. Relative navigation observation sequence planning for small body attachment and its experiment[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2024, 11(3): 295-303.
- [9] ZHU S Y, LIU D C, LIU Y, et al. Observability-based visual navigation using landmarks measuring angle for pinpoint landing[J]. *Acta Astronautica*, 2019, 155: 313-324.
- [10] HOU B W, WANG D Y, XU C, et al. Landmark-selection optimization method for autonomous optical planetary landing navigation systems using a relaxation optimization algorithm[C]//Proceedings of 2021 Chinese Intelligent Systems Conference. Singapore: Springer, 2022.
- [11] ZHANG G C, VELA P A. Good features to track for visual slam[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Boston: IEEE, 2015.
- [12] ZHAO Y P, VELA P A. Good feature selection for least squares pose optimization in VO/VSLAM[C]//Proceedings of 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems(IROS). Madrid, Spain: IEEE, 2018.
- [13] XU C, HUANG X Y, LI M D, et al. Landmark database selection for vision-aided inertial navigation in planetary landing missions[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 118: 107040.
- [14] HU R H, HUANG X Y, XU C. Visual navigation with fast landmark selection based on error analysis for asteroid descent stage[J]. *Advances in Space Research*, 2021, 68(9): 3765-3780.
- [15] LI J X, WANG D Y, LI M D, et al. Onboard observation planning for sequential image-based planetary landing navigation in unknown environments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(5): 5943-5960.
- [16] XIONG K, ZONG H. Performance evaluation of star sensor low frequency error calibration[J]. *Acta Astronautica*, 2014, 98(1): 24-36.
- [17] DAVID K G, TALAN L. Angles-only initial relative orbit determination performance analysis using cylindrical coordinates[J]. *Journal of Astronautic Science*, 2017, 64(1): 72-96.
- [18] 袁旭, 朱圣英, 乔栋, 等. 小天体着陆动力学参数不确定性影响分析[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2014, 1(2): 134-139.
- YUAN X, ZHU S Y, QIAO D, et al. Impact analysis of dynamic parameters uncertainty on small celestial body landing[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2014, 1(2): 134-139.
- [19] 杨宇, 田浩, 史纪鑫, 等. 小天体探测器附着缓冲系统设计及稳定性分析[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2024, 11(6): 559-569.
- YANG Y, TIAN H, SHI J X, et al. Design and stability analysis of attachment buffer system for small celestial body detector[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2024, 11(6): 559-569.
- [20] JIA H, ZHU S Y, CUI P Y. Observability-based navigation using optical and radiometric measurements for asteroid proximity[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 56(4): 2677-2688.
- [21] LU S N, SONG H S, XU X J. An enumeration method applied in intelligent transportation system[J]. *International of Journal Smart Home*, 2015, 9(2): 143-150.

作者简介:

**侯博文**(1994-), 男, 博士, 副研究员, 主要研究方向: 航天器自主导航、信息融合理论及应用等。

通信地址: 湖南省长沙市开福区福元路1号(410073)

电话: (0731)87001862

E-mail: [houbowen95@126.com](mailto:houbowen95@126.com)

**王大轶**(1973-), 男, 博士, 研究员, 主要研究方向: 航天器自主导航与自主诊断重构等。**本文通信作者。**

通信地址: 北京市海淀区友谊路104号院(100094)

E-mail: [dayiwang@163.com](mailto:dayiwang@163.com)

# Research on Efficient Optimization Method of Navigation Landmarks During Asteroid Exploration Attachment Section

HOU Bowen<sup>1</sup>, WANG Dayi<sup>1,2</sup>, WANG Jiongqi<sup>1</sup>, XU Chao<sup>3</sup>

(1. College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China;

3. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

**Abstract:** A navigation system state estimation accuracy evaluation index was proposed based on the geometric relationship between the landmark and the probe for asteroid exploration attachment section with high precision requirements. Under the condition of limited resources on board and with a large number of available navigation landmarks for the probe, the index was derived by analyzing the geometric relationship between the navigation landmarks and the asteroid probe. Combined with the Fisher information matrix, a scalar calculation method for the lower bound of the system state estimation variance was designed. The method avoided the complex matrix calculations in the traditional accuracy evaluation process and adopted the “simulated annealing-enumeration method” to optimize the selection of navigation landmarks, which ensured the system state estimation accuracy and improved the navigation landmark optimization selection efficiency. The method was applied to the optical navigation scene of the Eros asteroid probe detachment section. Simulation results show that the method can effectively improve the efficiency of navigation landmark optimization selection and system state estimation accuracy.

**Keywords:** asteroids; landing; navigation landmark; optimization

**Highlights:**

- A detector positioning method based on geometric relations was proposed.
- An analytical quantitative indicator for the lower bound of state estimation errors was constructed.
- An efficient optimization scheme for navigation landmarks of small celestial bodies' attachment segments was designed.

[责任编辑: 杨晓燕, 英文审校: 宋利辉]