

金星-水星探测行星际轨迹优化

陈诗雨, 黄晓峰, 刘雨昂, 张正峰

(北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094)

摘要: 针对金星-水星探测轨迹优化变量多, 难以全局寻优的问题, 提出一种分段轨迹优化方法。首先搜索金星-水星转移窗口, 降低金星捕获和水星捕获的代价; 然后优化地球-金星转移段的金星借力轨迹, 得到发射窗口; 最后优化金星/水星捕获段的连续多次金星/水星借力轨迹, 基于 V_{∞} 杠杆机动原理, 提出表征杠杆机动效率的优化指标, 将每次借力后的轨迹单独进行优化, 逐步降低金星/水星捕获所需的速度增量。仿真结果表明: 通过2次金星借力, 地球-金星转移段和金星-水星转移段可实现零速度增量消耗; 通过2或3次金星借力和 V_{∞} 杠杆机动, 金星捕获速度增量可减小1.4 km/s; 通过4次水星借力和 V_{∞} 杠杆机动, 水星捕获速度增量可减小2.3 km/s。与金星-水星探测轨迹优化相比, 该方法通过约束离开金星和到达水星时的 V_{∞} , 可降低金星-水星探测任务整体速度增量。

关键词: 金星探测; 水星探测; 轨迹优化; 借力; V_{∞} 杠杆机动

中图分类号: V57

文献标识码: A

文章编号: 2096-9287(2025)01-0039-11

DOI: 10.15982/j.issn.2096-9287.2025.20240058

引用格式: 陈诗雨, 黄晓峰, 刘雨昂, 等. 金星-水星探测行星际轨迹优化[J]. 深空探测学报(中英文), 2025, 12(1): 39-49.

Reference format: CHEN S Y, HUANG X F, LIU Y A, et al. Interplanetary trajectory optimization for Venus-Mercury exploration[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2025, 12(1): 39-49.

引言

金星是太阳系中体积、质量与地球最相近的行星, 迄今为止, 人类已实施了46次金星探测任务。金星表面具有稠密的硫酸大气和强烈的温室效应^[1], 人们在2020年通过望远镜发现金星的大气中含有磷化氢, 暗示金星可能存在生命^[2], 开启了新一轮金星探测热潮。美国计划于2030年发射“真理号”(Veritas)和“达芬奇+”(Davinci)两个金星探测器, 欧洲航天局(European Space Agency, ESA)计划在2032年发射“展望号”(EnVision)金星探测器^[3]。

水星是最靠近太阳的行星, 探测水星有助于人类了解太阳系及类地行星的形成和演化。然而探测器被水星捕获需消耗大量能量, 人类目前仅实施了3次水星探测任务^[4]。相比于火星和金星, 人类对水星的了解较少。欧洲航天局和日本联合任务“贝皮-科伦坡号”(BepiColombo)航天器将于2025年实现水星环绕^[5], 美国计划于2035年发射水星着陆器^[6-7]。

为了填补人类水星探测活动的空缺, 同时增进对金星的了解, 可考虑一种金星-水星探测任务构想: 通

过发射金星、水星探测器的组合体, 在一次任务中实现同时对金星、水星开展环绕探测, 从而获得更高的科学收益。

在水星探测任务中, 为降低探测器从地球转移至水星所需的速度增量, 通常需要实施多次行星借力, 利用行星的引力改变轨道。例如, 2004年美国发射的“信使号”(MErcury Surface, Space ENvironment, GEochemistry and Ranging, MESSENGER)水星探测器经历了1次地球借力、2次金星借力、3次水星借力, 耗时6.6年到达水星^[8-9]; 美国计划2035年发射的水星着陆器任务中, 水星借力次数增加到了5次^[6-7]。传统的借力飞行轨迹优化一般采用圆锥曲线拼接法, 将行星借力过程近似为给探测器施加瞬时的速度脉冲, 该脉冲的大小和方向可由借力参数表示, 同时考虑附加深空机动, 从而将转移轨迹简化为由行星借力和深空机动拼接的多段圆锥曲线轨迹。然后利用随机启发式优化算法或非线性规划算法对多次借力和深空机动的参数进行优化, 得到速度增量最小的轨迹^[10-14]。这种方法可应用于火星、木星等外行星探测的轨迹设计, 借力次数通常不超过4次。然而, 水星探测任务所需的借力次

数显著多于上述任务,导致设计变量急剧增多,随机启发式算法搜索效率低,而采用非线性规划算法则难以给出合适的初值,两者难以逼近全局最优解。此外,在金星、水星同时探测的任务场景中,在优化水星探测轨迹时还需兼顾金星探测的任务窗口,进一步提高了轨迹优化的难度。

为解决上述困难,本文提出一种分段轨迹优化方法。首先对金星-水星转移段、地球-金星转移段的窗口进行搜索和优化,得到探测器首次到达金星和水星时的轨迹;然后针对探测器经过连续多次金星借力或水星借力最终实现捕获的过程,基于 V_∞ 杠杆机动原理对每次借力后的轨迹单独进行优化。从而将变量较多、难以求解的复杂优化问题解耦为多个变量较少的简单优化问题。同时通过约束金星-水星转移窗口,使金星-水星探测任务整体的速度增量较小,为未来多目标联合探测任务的轨迹优化提供参考。

1 金星-水星探测飞行过程

金星-水星探测任务中,探测器由金星探测器和水星探测器组成,其行星际飞行过程可分为地球-金星转移段、金星捕获段、金星-水星转移段、水星捕获段四部分,如图1所示。

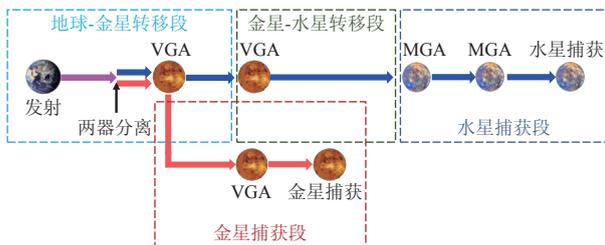


图1 金星-水星探测行星际飞行过程

Fig. 1 Interplanetary flight process of Venus-Mercury exploration

地球-金星转移段:两器组合体从地球发射后,在到达金星前实施两器分离,考虑到分离时两器相对速度通常在 1 m/s 以下,可认为分离后两器的速度近似相同;

金星捕获段:金星探测器经过金星借力(Venus Gravity Assist, VGA)后,捕获至环金星椭圆轨道上;

金星-水星转移段:水星探测器经金星借力后到达水星;

水星捕获段:水星探测器经过水星借力(Mercury Gravity Assist, MGA)后,捕获至环水星椭圆轨道上。

上述飞行过程中涉及多次借力(Gravity Assist, GA),即利用行星引力改变探测器的行星际飞行轨迹。同时,探测器还需要实施多次深空机自行改变飞行轨迹。下文将研究如何对行星借力及深空机动(Deep Space Maneuver, DSM)进行优化,使得完成

金星-水星探测任务的总速度增量代价最小。

2 行星借力模型

探测器在飞行过程中受到太阳和各个行星的引力以及太阳光压、天体的非球形摄动等影响,其运动规律非常复杂。为简化动力学模型,本文在设计探测器飞行轨迹时仅考虑太阳和行星的引力。

考虑到探测器行星际飞行的空间和时间尺度都比在行星附近飞行大得多,因此可将行星借力近似为行星施加给探测器的瞬间速度增量,而忽略探测器在行星附近飞行的过程以及在相应时间之内行星相对太阳的公转运动,即认为借力是瞬间完成的,类似于深空机动。因此,行星际飞行轨迹被简化为仅受太阳引力作用的多段圆锥曲线轨迹,由深空机动和行星借力拼接而成。

尽管设计探测器行星际轨迹时不考虑在借力行星附近的飞行轨迹,但为了计算借力提供的速度增量,仍需对借力过程中探测器相对于借力行星的运动进行建模。借力过程中探测器运动主要受到借力行星的中心引力影响,为简化模型,可忽略太阳引力作用,从而将借力过程中的飞行轨迹简化为相对于借力行星的双曲线轨迹。根据借力过程中探测器是否实施变轨机动,可将借力分为动力借力和无动力借力两种模型^[14]。

2.1 动力借力模型

考虑在借力过程中实施一次变轨机动,探测器相对于借力行星的轨迹是两段以变轨点为交点的双曲线轨迹。Gobet^[16]指出,最节省推进剂的变轨点为接近行星的双曲线轨迹和远离行星的双曲线轨迹的公共近星点处,如图2所示,该变轨方向沿切向。

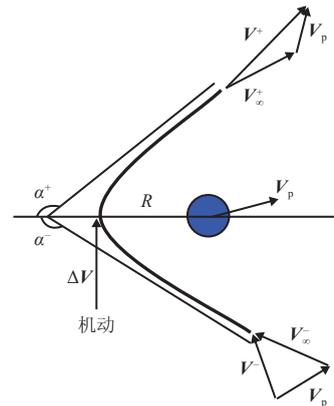


图2 动力借力示意图

Fig. 2 Diagram of powered gravity assist

假设已知借力时行星的日心速度 V_p ,以及借力前后探测器的日心速度 V^- 、 V^+ 。探测器接近和远离借力

行星的双曲线无穷远速度分别为 V_{∞}^- 、 V_{∞}^+ , 可由下式求得

$$V_{\infty}^{\pm} = V^{\pm} - V_p \quad (1)$$

令 δ 为 V^- 与 V^+ 的夹角, 同时也是 V_{∞}^- 与 V_{∞}^+ 的夹角, 即

$$\delta = \arccos\left(\frac{V_{\infty}^-}{\|V_{\infty}^-\|} \cdot \frac{V_{\infty}^+}{\|V_{\infty}^+\|}\right) \quad (2)$$

设双曲线轨迹的近星点半径为 R , 借力行星的引力常数为 μ_p , 根据如图2, 有以下角度关系

$$\alpha^- + \alpha^+ - \pi - \delta = 0 \quad (3)$$

其中, α^- 、 α^+ 的表达式如下

$$\alpha^{\pm} = \arccos\left[-1 \left/ \left(1 + \frac{R\|V_{\infty}^{\pm}\|^2}{\mu_p}\right)\right.\right] \quad (4)$$

将式(1)、(2)、(4)代入(3), 可得到关于 R 的非线性方程。通过牛顿迭代求解该方程可得到双曲线轨迹的近星点半径 R , 进而可根据下式求得近星点处的机动速度增量

$$\Delta V = \sqrt{\frac{2\mu_p}{R} + \|V_{\infty}^+\|^2} - \sqrt{\frac{2\mu_p}{R} + \|V_{\infty}^-\|^2} \quad (5)$$

2.2 无动力借力模型

借力过程中不实施变轨机动的情况下, 探测器相对于借力行星的轨迹是一段双曲线轨迹, 如图3所示。

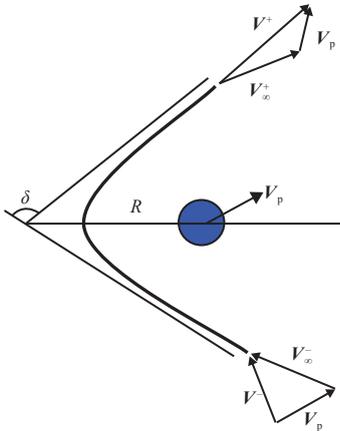


图3 无动力借力示意图

Fig. 3 Diagram of unpowered gravity assist

假设已知借力时行星的日心速度 V_p , 以及借力前探测器的日心速度 V^- , 可由式(1)计算接近借力行星的双曲线无穷远速度 V_{∞}^- 。远离借力行星的双曲线无穷远速度 V_{∞}^+ 与 V_{∞}^- 的模相等, 记为 V_{∞} 。为确定 V_{∞}^+ 的方向, 首先建立如图4所示的借力坐标系, 其坐标原点在借力行星中心, x 、 y 、 z 轴的单位矢量定义如下

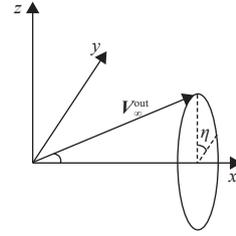


图4 借力坐标系

Fig. 4 Coordinate system of gravity assist

$$i_x = \frac{V_{\infty}^-}{V_{\infty}}, i_z = \frac{V_{\infty}^- \times V_p}{\|V_{\infty}^- \times V_p\|}, i_y = i_z \times i_x \quad (6)$$

在该坐标系中, V_{∞}^+ 在一个以 x 轴为旋转轴的锥面上, 其半锥角为 δ , 可由下式计算得到

$$\delta = \arcsin\left[1 / \left(1 + \frac{R}{\mu_p} V_{\infty}^2\right)\right] \quad (7)$$

定义 V_{∞}^+ 与 xy 平面的夹角为 η , 从而可得到 V_{∞}^+ 的表达式

$$V_{\infty}^+ = V_{\infty} (\cos \delta i_x + \cos \eta \sin \delta i_y + \sin \eta \sin \delta i_z) \quad (8)$$

由式(7)和(8)可知, 给定双曲线近星点半径 R 及角度 η 即可确定 V_{∞}^+ 。其中 R 不小于借力行星半径, η 在 $[-\pi, \pi]$ 内取任意值。

无动力借力后, 为使得探测器能到达下一颗行星, 通常需要实施深空机动, 深空机动的优化将在第3节讨论。

3 轨迹优化方法

金星-水星探测的转移过程涉及多次行星借力和深空机动。参考“信使号”任务, 采用无动力借力模型, 假设水星探测器共经历2次金星借力和3次水星借力后到达水星, 每次借力后施加一次深空机动, 则涉及的优化变量包括发射时刻、水星捕获时刻、每次借力的时刻、每次深空机动的时刻, 以及每次借力时的双曲线近星点半径 R 及角度参数 η , 一共22个优化变量, 寻优空间巨大。若直接采用随机优化算法对整个任务的转移轨迹进行优化, 则难以收敛至最优解。此外, 在优化水星探测器转移轨迹的同时还需兼顾金星探测器转移轨迹的优化, 这将引入更多优化变量, 使得全局寻优更加困难。

为简化问题, 本文将金星-水星探测任务的转移轨迹分为地球-金星转移段、金星捕获段、金星-水星转移段、水星捕获段四部分, 对每段的转移轨迹分别进行优化, 从而减少每次优化的变量个数, 缩小寻优空间。

3.1 金星-水星转移窗口搜索

在设计金星-水星探测任务转移轨迹时, 为了兼顾

探测器被金星和水星捕获的代价, 应优先搜索合适的金星-水星转移窗口, 使得探测器被金星和水星捕获时制动所需的速度增量尽可能小。

探测器捕获至行星环绕轨道时制动所需的速度增量可由式(9)计算, 其中: V_∞ 为探测器接近或离开行星的双曲线无穷远速度大小; μ_p 为行星的引力常数; R_p 是双曲线近星点半径, 也是绕行星椭圆轨道的近星点半径; V_p 是绕行星椭圆轨道的近星点速度大小。

$$\Delta V_c = \sqrt{V_\infty^2 + 2\mu_p/R_p} - V_p \quad (9)$$

由式(9)可知, 对于特定的绕行星椭圆轨道, 降低 V_∞ 即可减小捕获所需的速度增量。因此, 在搜索金星-水星转移窗口时, 应优先选择离开金星时相对于金星的 V_∞ 和到达水星时相对于水星的 V_∞ 均较小的窗口。

给定从金星出发的时刻 T_V 和到达水星的时刻 T_M , 可通过星历获取 T_V 时刻金星的位置和速度及 T_M 时刻水星的位置和速度, 进而求解Lambert问题即可得到探测器 T_V 时刻相对于金星的 V_∞ 和 T_M 时刻相对于水星的 V_∞ 。在一定区间内遍历搜索出发时刻 T_V 和飞行时间 $T_M - T_V$, 即可得到该区间内的所有金星-水星转移机会。

3.2 地球-金星转移段轨迹优化

在金星-水星段转移的搜索结果中, 挑选出离开金星时 V_∞ 和到达水星时 V_∞ 均较小的转移机会, 对地球-金星转移段轨迹进行优化, 使得总速度增量需求最小, 并考虑以下两点约束条件:

- 1) 地球发射 $C_3 \leq 16 \text{ km}^2/\text{s}^2$;
- 2) 金星借力时近星点半径 $\geq 6\ 373 \text{ km}$ (即高度 $\geq 300 \text{ km}$)。

假设探测器从地球发射后至到达水星前共经历了 N 次金星借力, 为了引入避免深空机动导致优化变量急剧增加, 每次借力均采用动力借力模型。其中第 N 次金星借力的时刻 T_N 及借力后相对于金星的双曲线无穷远速度 $V_{\infty N}^+$ 已知。设地球发射时刻为 T_0 , 第 i 次金星借力时刻为 T_i ($i = 1, 2, \dots, N-1$), 则总速度增量 ΔV 计算流程详见算法1。

算法1. 地球-金星转移段总速度增量 ΔV 计算

- 1) 输入 $T_0, T_1, T_2, \dots, T_N, V_{\infty N}^+$;
- 2) $\Delta V = 0$;
- 3) For $i = N : -1 : 1$
- 4) 通过星历获取 T_{i-1} 和 T_i 时刻行星 (金星或地球) 的位置、速度;
- 5) 求解从 T_{i-1} 到 T_i 之间的Lambert转移, 得到 $V_{\infty i-1}^+$, $V_{\infty i}^-$;
- 6) 根据 $V_{\infty i}^-$ 和 $V_{\infty i}^+$, 打靶求解式(3)得到近星点

半径 R , 再由式(5)求得第 i 次借力时机动所需的速度增量 ΔV_i ;

- 7) If $R < 6\ 373 \text{ km}$
- 8) 不满足约束, 置 $\Delta V = 10^8$, 计算结束;
- 9) End
- 10) If $i = 1$
- 11) 地球发射 $C_3 = \|V_{\infty 0}^+\|^2$;
- 12) If 地球发射 $C_3 > 16 \text{ km}^2/\text{s}^2$
- 13) 不满足约束, 置 $\Delta V = 10^8$, 计算结束;
- 14) End
- 15) End
- 16) $\Delta V = \Delta V + \Delta V_i$;
- 17) End
- 18) 输出 ΔV , 计算结束。

根据上述计算流程, 可将地球-金星转移段所需的总速度增量 ΔV 表示为变量 T_i ($i = 0, 2, \dots, N-1$)的函数, 从而优化变量的个数即为金星借力次数 N 。

粒子群优化算法 (Particle Swarm Optimization, PSO)^[17]是一种随机启发式算法, 在多脉冲、借力等轨迹优化问题中得到广泛应用^[13-15], 相比于遗传算法具有更快的收敛速度和更高的优化性能^[15]。本文使用PSO对变量 T_i ($i = 0, 2, \dots, N-1$)进行寻优, 优化指标为 ΔV 最小, 从而得到地球-金星转移段最优轨迹。

3.3 金星/水星捕获轨迹优化

为了降低探测器制动捕获至行星环绕轨道所需的速度增量, 利用 V_∞ 杠杆机动原理^[18-21], 探测器在最终捕获前进行多次无动力借力, 每次借力后在远日点附近实施一次深空机动, 以降低下一次到达行星时相对于行星的 V_∞ , 从而减小捕获所需的速度增量, 且减小量大于深空机动额外消耗的速度增量。传统的关于 V_∞ 杠杆机动的研究为了便于解析分析, 通常作出理想的假设: 行星运行在理想的圆轨道上, 且探测器转移轨道与行星轨道共面。然而金星和水星的实际轨道并非圆轨道, 且由于地球、金星、水星轨道不共面, 探测器在转移过程中可能处在与金星或水星轨道异面的轨道上。本文基于金星、水星的实际星历, 提出一种 V_∞ 杠杆机动转移轨迹的数值求解方法。

首先构造单次无动力借力及 V_∞ 杠杆机动的转移过程。已知借力时刻 T_H 和借力前探测器相对于行星的双曲线无穷远速度 $V_{\infty H}^-$ 。设借力时近星点半径为 R (对于金星借力, 约束 $R \geq 6\ 373 \text{ km}$, 即高度 $\geq 300 \text{ km}$; 对于水星借力, 约束 $R \geq 2\ 640 \text{ km}$, 即高度 $\geq 200 \text{ km}$), 借力后的双曲线无穷远速度 $V_{\infty H}^+$ 与借力坐标系 xy 平面的夹角为 η , 深空机动时刻为 T_m , 深空机动后再次到达

行星的时刻为 T_L , 则深空机动的速度增量 ΔV_m 计算流程见算法2。

算法2. V_∞ 杠杆机动速度增量 ΔV_m 计算

- 1) 输入 T_H , $V_{\infty H}^-$, R , η , T_m , T_L ;
- 2) 通过星历获取 T_H 时刻借力行星的位置 R_{pH} 、速度 V_{pH} ;
- 3) 根据式(7)和(8)计算借力后的双曲线无穷远速度 $V_{\infty H}^+$;
- 4) 令探测器位置为 R_{pH} , 速度为 $V_{pH} + V_{\infty H}^+$, 在二体模型下将其日心轨迹外推至 T_m 时刻, 得到该时刻探测器的日心位置 R_m 和深空机动前的速度 V_m ;
- 5) 通过星历获取 T_L 时刻借力行星的位置 R_{pL} 、速度 V_{pL} ;
- 6) 求解从 T_m 到 T_L 的Lambert转移, 得到 T_m 时刻深空机动的速度增量大小 ΔV_m 及 T_L 时刻相对于行星的双曲线无穷远速度 $V_{\infty L}^-$;
- 7) 输出 ΔV_m , $V_{\infty L}^-$, 计算结束。

通过第6)步求解深空机动位置与 T_L 时刻行星位置之间的Lambert问题, 可保证真实星历下的杠杆机动转移存在可行解, 而不要求行星轨道为圆轨道且与探测器轨道共面。根据上述计算流程, 可将 V_∞ 杠杆机动速度增量 ΔV_m 表示为4个变量 R 、 η 、 T_m 、 T_L 的函数。本文使用PSO优化每段 V_∞ 杠杆机动转移轨迹, 优化变量即 R 、 η 、 T_m 、 T_L 。

对于两次行星借力之间的杠杆机动转移, 为了以最小的 ΔV_m 尽可能多地减小捕获所需的速度增量, 本文提出如下杠杆机动效率的优化指标

$$J_1 = \min \left(\frac{\sqrt{\|V_{\infty H}^-\|^2 + 2\mu_p/R_p} - \sqrt{\|V_{\infty L}^-\|^2 + 2\mu_p/R_p}}{\Delta V_m} \right) \quad (10)$$

其中: μ_p 为行星的引力常数; R_p 为接近行星的双曲线近星点半径, 与绕行星椭圆轨道的近星点半径相同; 式中分子为 V_∞ 杠杆机动转移减小的捕获速度增量; 分母为 V_∞ 杠杆机动额外消耗的速度增量。该指标小于-1时表示 V_∞ 杠杆机动可有效地减小捕获所需的总速度增量, 且指标越小则杠杆机动效率越高。通过PSO等数值优化算法优化该指标, 即可得到最优 V_∞ 杠杆机动转移。

对于最后一次行星借力和最终行星捕获之间的杠杆机动转移, 定义优化指标为

$$J_2 = \min \left(\sqrt{\|V_{\infty L}^-\|^2 + 2\mu_p/R_p} - V_p + \Delta V_m \right) \quad (11)$$

其中, V_p 是绕行星椭圆轨道的近星点速度大小, 该优化指标即捕获速度增量与最后一次杠杆机动速度增量

之和。

通过上述方法, 可将金星/水星捕获段的多次借力过程解耦, 对每次借力及借力后 V_∞ 杠杆机动的转移轨迹分别进行优化, 进而得到金星/水星捕获段的完整飞行轨迹。

4 仿真算例

4.1 地球-金星/金星-水星转移段轨迹

令金星出发时刻 T_V 在2030—2040年范围内, 飞行时间 $T_M - T_V$ 在40~200 d内, 使用3.1节的方法对金星-水星转移进行全局搜索, T_0 和飞行时间的搜索步长都设置为1 d。图5显示了金星-水星转移的出发时刻相对于金星的 V_∞ 和到达时相对于水星的 V_∞ 的分布情况, 其中: 红色圆圈表示离开金星时 $V_\infty < 8$ km/s且到达水星时 $V_\infty < 7$ km/s的转移机会, 一共440个, 可认为是较优的转移机会。图6显示了水星到达 V_∞ 在出发时刻和飞行时间平面上的等高线图, 其中红色的部分对应图5中红色圆圈表示的较优转移机会, 可见较优转移机会大致上呈现出周期性分布, 周期约为5.5 a。

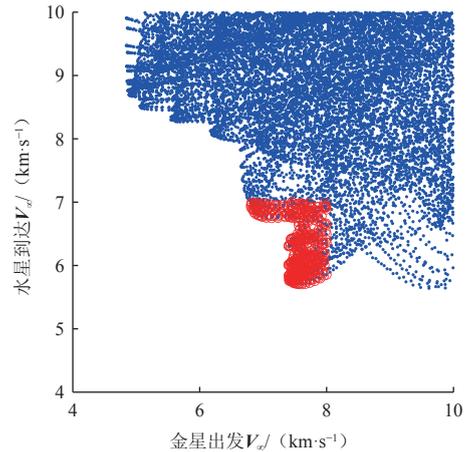


图5 金星-水星转移 V_∞ 分布

Fig. 5 Distribution of V_∞ for Venus-Mercury transfers

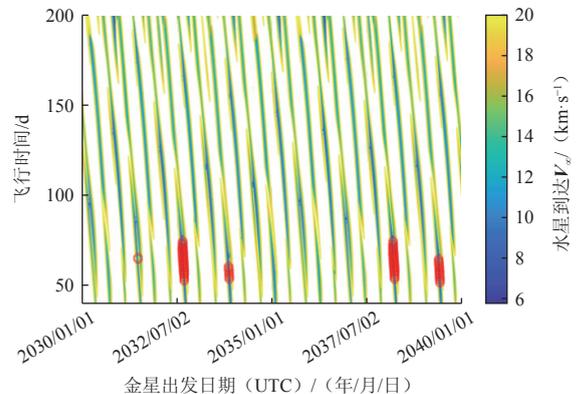


图6 水星到达 V_∞ 等高线图

Fig. 6 Contour map of Mercury arrival V_∞

基于搜索得到的440组金星-水星转移机会,使用3.2节的方法优化地球-金星段转移轨迹。令 $N=2$,输出所有 $\Delta V < 100 \text{ m/s}$ 的解,共得到212组可行解。图7给出了这212组可行解的窗口分布,图中横坐标为可行解的编号,蓝圈表示发射日期,红十字表示金星借力日期,黑叉表示水星借力日期。可见本文考虑的搜索范围内,金星-水星探测任务的发射窗口主要分布在2027—2030年、2033—2036年,其中2029年和2036年的发射窗口较多。分别从2029年和2036年的发射窗口中,选出地球-金星、金星-水星转移过程的总速度增量最小的解,详见表1中2个解中的总速度增量均为 0 m/s 。两次金星借力时相对于金星的 V_{∞} 均约为 7.7 km/s 。这两个解的地球-金星转移段轨迹和金星-水星转移段轨迹如图8~9所示。可见2029年窗口发射时地球的相位、两次金星借力时金星的相位以及首次到达水星时水星的相位与2036年窗口基本一致,不同之处在于2029年窗口中地球到金星的转移过程比2036年窗口多飞行一圈。

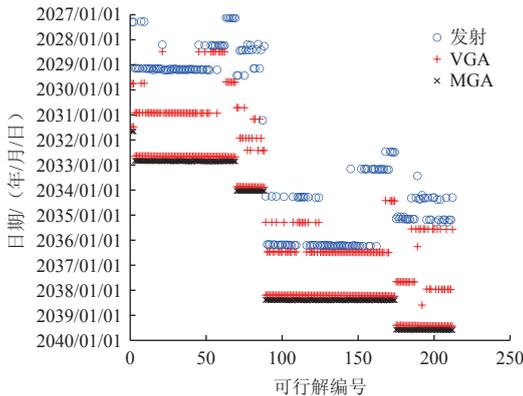


图7 金星-水星探测窗口分布

Fig. 7 Window distribution of Venus-Mercury exploration

表1 地球-金星转移段、金星-水星转移段优化结果

Table 1 Optimized results of Earth-Venus transfer and Venus-Mercury transfer

参数	2029年发射	2036年发射
发射日期	2029-03-01	2036-03-13
发射 C_3 ($\text{km}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)	13.73	13.57
VGA-1/ (年-月-日)	2030-12-02	2036-06-19
VGA-1 V_{∞} ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	7.776	7.750
VGA-2/ (年-月-日)	2032-08-24	2038-03-12
VGA-2 V_{∞} ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	7.759	7.728
MGA-1/ (年-月-日)	2032-10-29	2038-05-16
MGA-1 V_{∞} ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	6.759	6.475
总 ΔV ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	0	0

以上述两个解为典型算例,进一步优化金星捕获段和水星捕获段轨迹。

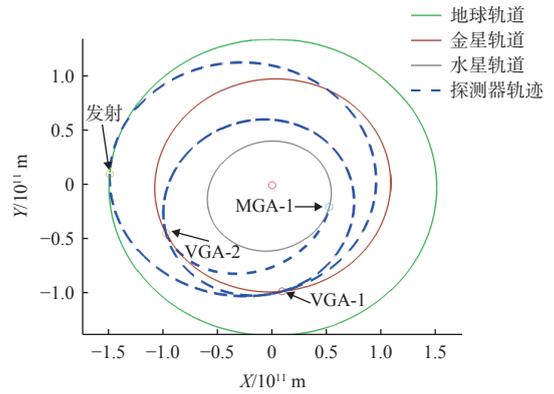


图8 地球-金星转移段、金星-水星转移段轨迹(2029年发射)

Fig. 8 Trajectories of Earth-Venus transfer and Venus-Mercury transfer (launch in 2029)

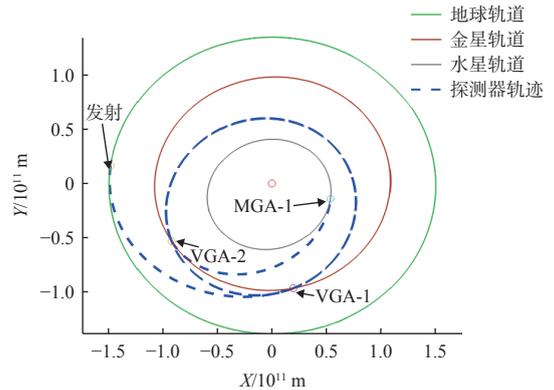


图9 地球-金星转移段、金星-水星转移段轨迹(2036年发射窗口)

Fig. 9 Trajectories of Earth-Venus transfer and Venus-Mercury transfer (launch in 2036)

4.2 金星捕获段轨迹

探测器在首次到达金星前实施两器分离,随后金星探测器多次利用金星借力并实施深空机动,逐步减小金星捕获所需的速度增量,最终捕获至近星点高度为 300 km 、周期为 24 h 的环金星椭圆轨道。

2029年和2036年发射窗口的金星捕获段优化结果分别见表2、表3,相应的轨迹分别如图10和图11所示。2029年和2036年发射窗口分别共进行了3次和2次 V_{∞} 杠杆机动。若两个窗口再多实施1次 V_{∞} 杠杆机动,则该次 V_{∞} 杠杆机动的指标 J_1 将大于 -1 ,即深空机动所需的额外速度增量超过了节省的捕获速度增量。

表2 金星捕获段优化结果(2029年发射)

Table 2 Optimized result of Venus capture (launch in 2029)

事件	日期	ΔV ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	V_{∞} ($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	J_1
VGA-1	2030-12-02	/	7.776	/
DSM-1	2031-06-13	0.303	/	/
VGA-2	2032-11-27	/	6.191	-2.97
DSM-2	2033-04-18	0.343	/	/
VGA-3	2034-09-08	/	3.961	-2.91
DSM-3	2035-12-15	0.134	/	/
金星捕获	2037-03-14	0.865	3.044	-2.24
总和	/	1.645	/	/

表 3 金星捕获段优化结果 (2036年发射)

Table 3 Optimized result of Venus capture (launch in 2036)

事件	日期	$\Delta V/$ (km·s ⁻¹)	$V_{\infty}/$ (km·s ⁻¹)	J_1
VGA-1	2036-06-19	/	7.750	/
DSM-1	2037-12-01	0.565	/	/
VGA-2	2038-05-27	/	4.334	-3.08
DSM-2	2039-06-19	0.343	/	/
金星捕获	2041-05-26	0.704	2.427	-1.76
总和	/	1.612	/	/

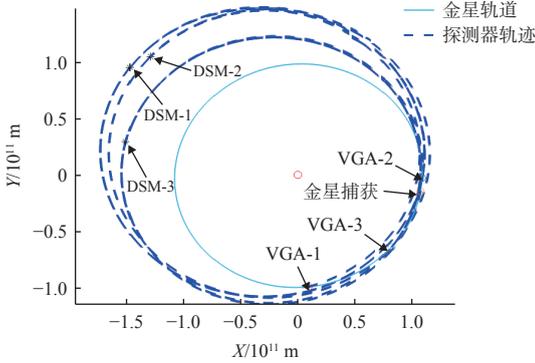


图 10 金星捕获段轨迹 (2029年发射窗口)
Fig. 10 Trajectories of Venus capture (launch in 2029)

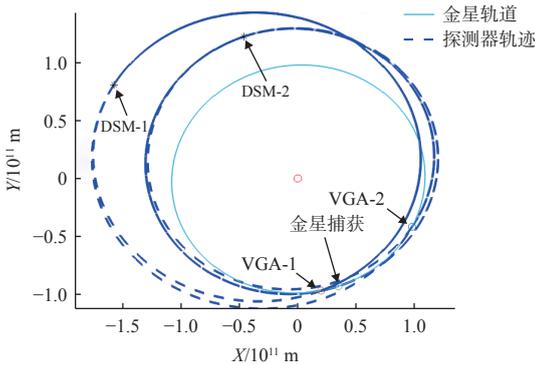


图 11 金星捕获段轨迹 (2036年发射窗口)
Fig. 11 Trajectories of Venus capture (launch in 2036)

图12和图13中, 横轴表示金星探测器到达金星的次数, 蓝色实线表示每次到达金星时若直接实施捕获

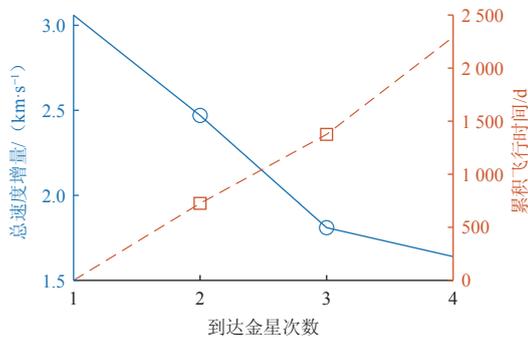


图 12 金星捕获所需总 ΔV 和累计飞行时间 (2029年发射窗口)
Fig. 12 Total ΔV for Venus capture and cumulative time of flight (launch in 2029)

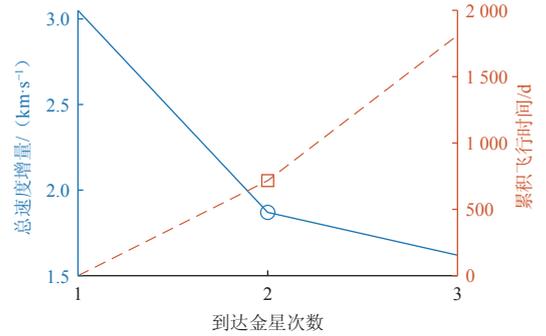


图 13 金星捕获所需总 ΔV 和累计飞行时间 (2036年发射窗口)
Fig. 13 Total ΔV for Venus capture and cumulative time of flight (launch in 2036)

制动则金星捕获段消耗的总速度增量, 红色虚线表示从每次到达金星时金星捕获段的累计飞行时间。可见经过2至3次金星借力 and V_{∞} 杠杆机动, 金星捕获段所需的总速度增量可减小约1.4 km/s, 飞行时间也相应地增加约5~7年。

4.3 水星捕获段轨迹

水星探测器在首次到达水星后, 多次利用水星借力并实施深空机动, 逐步减小水星捕获所需的速度增量, 最终捕获至近星点高度为200 km、周期为12 h的环水星椭圆轨道。

2029年和2036年发射窗口的水星捕获段优化结果分别见表4、表5, 相应的轨迹分别如图14和图15所

表 4 水星捕获段优化结果 (2029年发射)

Table 4 Optimized result of Mercury capture (launch in 2029)

事件	日期	$\Delta V/$ (km·s ⁻¹)	$V_{\infty}/$ (km·s ⁻¹)	J_1
MGA-1	2032-10-29	/	6.759	/
DSM-1	2033-01-01	0.047	/	/
MGA-2	2033-07-30	/	5.926	-14.96
DSM-2	2034-09-19	0.138	/	/
MGA-3	2035-04-05	/	5.053	-5.08
DSM-3	2036-01-08	0.154	/	/
MGA-4	2036-03-18	/	4.114	-4.43
DSM-4	2036-08-05	0.242	/	/
水星捕获	2037-08-20	1.169	2.847	-3.38
总和	/	1.750	/	/

表 5 水星捕获段优化结果 (2036年发射)

Table 5 Optimized result of Mercury capture (launch in 2036)

事件	日期	$\Delta V/$ (km·s ⁻¹)	$V_{\infty}/$ (km·s ⁻¹)	J_1
MGA-1	2038-05-16	/	6.475	/
DSM-1	2038-07-18	0.054	/	/
MGA-2	2039-02-13	/	5.630	-13.08
DSM-2	2039-12-04	0.137	/	/
MGA-3	2040-10-18	/	4.738	-5.10
DSM-3	2041-07-04	0.172	/	/
MGA-4	2041-12-29	/	3.766	-4.07
DSM-4	2042-01-29	0.333	/	/
水星捕获	2043-11-23	0.808	2.153	-2.81
总和	/	1.504	/	/

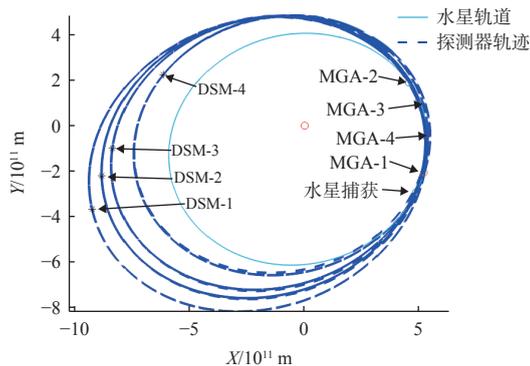


图 14 水星捕获段轨迹 (2029年发射窗口)

Fig. 14 Trajectories of Mercury capture (launch in 2029)

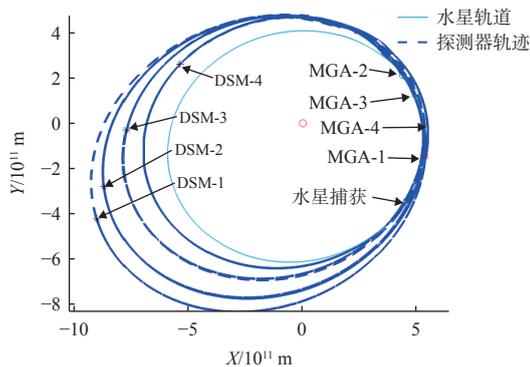
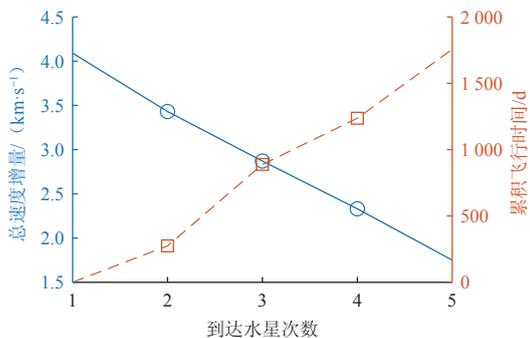
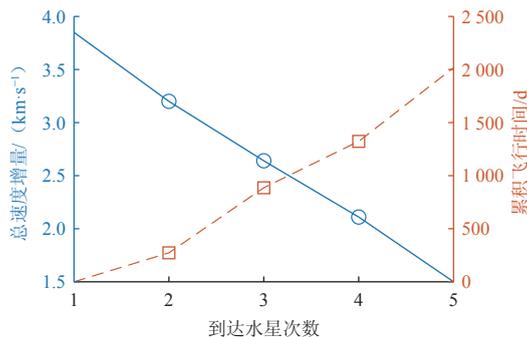


图 15 水星捕获段轨迹 (2036年发射窗口)

Fig. 15 Trajectories of Mercury capture (launch in 2036)

示。2029年和2036年发射窗口均进行了4次水星借力 and V_∞ 杠杆机动, 从指标 J_1 可看出历次 V_∞ 杠杆机动效率逐步降低。

图16和图17分别显示了2029年和2036年发射窗口中, 水星捕获段总速度增量和累计飞行时间随水星到达次数增加的变化情况。可见经过4次水星借力 and V_∞ 杠杆机动, 水星捕获段所需的总速度增量可减小约 2.3 km/s, 飞行时间也相应地增加约5~6年。

图 16 水星捕获所需总 ΔV 和累计飞行时间 (2029年发射窗口)Fig. 16 Total ΔV for Mercury capture and cumulative time of flight (launch in 2029)图 17 水星捕获所需总 ΔV 和累计飞行时间 (2036年发射窗口)Fig. 17 Total ΔV for Mercury capture and cumulative time of flight (launch in 2036)

5 与水星探测转移轨迹的对比分析

本文设想的金星-水星探测任务通过一次发射实现对金星、水星的环境探测, 因此在搜索金星-水星转移窗口时分别限制探测器离开金星时的 $V_\infty < 8$ km/s、到达水星时的 $V_\infty < 7$ km/s, 以保证金星捕获和水星捕获所需的速度增量均较小。若仅考虑水星探测任务的转移轨迹设计, 本文提出的方法同样适用, 只需去掉金星捕获段, 并在搜索金星-水星转移窗口时放开离开金星的 V_∞ 约束, 仅约束到达水星时的 V_∞ 。本节以2029年发射窗口为例, 对水星探测转移轨迹进行优化, 并与第4节中2029年发射窗口的金星-水星探测转移轨迹作比较。

首先搜索金星-水星转移窗口, 由于第4节给出了离开金星时 $V_\infty < 8$ km/s 的搜索结果, 作为比较, 本节仅考虑离开金星时 $V_\infty \geq 8$ km/s 的情况, 同时限制到达水星时的 $V_\infty < 7$ km/s。然后对所有金星-水星转移机会对应的地球-金星转移段轨迹进行优化, 取2029年发射的解中速度增量最小的为最优解, 结果如表6所示, 表6中同时列出金星-水星探测的解作为对比。可见, 两个解的地球-水星转移过程均不消耗速度增量。水星探测轨迹在到达水星时的 V_∞ 更小, 更利于实施水星捕获, 但在金星借力时的 V_∞ 较大。若在该轨迹的基础上

表 6 地球-水星转移优化结果对比

Table 6 Comparison for Optimized results of Earth-Mercury transfer

参数	金星-水星探测	水星探测
发射日期/(年-月-日)	2029-03-01	2029-02-27
发射 C_3 /($\text{km}^2 \cdot \text{s}^{-2}$)	13.73	15.76
VGA-1日期/(年-月-日)	2030-12-02	2030-12-02
VGA-1 V_∞ /($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	7.776	8.138
VGA-2日期/(年-月-日)	2032-08-24	2032-08-23
VGA-2 V_∞ /($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	7.759	8.120
MGA-1日期/(年-月-日)	2032-10-29	2032-11-06
MGA-1 V_∞ /($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	6.759	6.485
总 ΔV /($\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$)	0	0

增加金星捕获段, 开展金星-水星探测任务, 则不利于实施金星捕获。

为验证上述分析, 在水星探测轨迹的基础上对金星捕获段和水星捕获段轨迹进行了优化, 并与金星-水星探测的相应轨迹作对比, 如表7、表8所示。可见, 使用水星探测轨迹开展金星-水星探测, 在金星捕获段需多消耗速度增量0.228 km/s, 而在水星捕获段可减少速度增量0.121 km/s, 任务整体的速度增量需求增加0.107 km/s。因此, 从速度增量的角度而言, 本节得到

表 7 金星捕获段优化结果对比

参数	金星-水星探测	水星探测
VGA-1日期/(年-月-日)	2030-12-02	2030-12-02
VGA-1 V_{∞} (km·s ⁻¹)	7.776	8.138
DSM-1日期/(年-月-日)	2031-06-13	2031-06-16
DSM-1 ΔV (km·s ⁻¹)	0.303	0.260
VGA-2日期/(年-月-日)	2032-11-27	2032-12-02
VGA-2 V_{∞} (km·s ⁻¹)	6.191	6.838
DSM-2日期/(年-月-日)	2033-04-18	2034-03-24
DSM-2 ΔV (km·s ⁻¹)	0.343	0.424
VGA-3日期/(年-月-日)	2034-09-08	2034-09-14
VGA-3 V_{∞} (km·s ⁻¹)	3.961	4.176
DSM-3日期/(年-月-日)	2035-12-15	2035-02-19
DSM-3 ΔV (km·s ⁻¹)	0.134	0.029
金星捕获日期/(年-月-日)	2037-03-14	2036-07-12
金星捕获 V_{∞} (km·s ⁻¹)	3.044	3.946
金星捕获制动 ΔV (km·s ⁻¹)	0.865	1.160
总 ΔV (km·s ⁻¹)	1.645	1.873

表 8 水星捕获段优化结果对比

参数	金星-水星探测	水星探测
MGA-1日期/(年-月-日)	2032-10-29	2032-11-06
MGA-1 V_{∞} (km·s ⁻¹)	6.759	6.485
DSM-1日期/(年-月-日)	2033-01-01	2032-12-27
DSM-1 ΔV (km·s ⁻¹)	0.047	0.149
MGA-2日期/(年-月-日)	2033-07-30	2033-07-25
MGA-2 V_{∞} (km·s ⁻¹)	5.926	5.517
DSM-2日期/(年-月-日)	2034-09-19	2035-04-15
DSM-2 ΔV (km·s ⁻¹)	0.138	0.176
MGA-3日期/(年-月-日)	2035-04-05	2035-06-25
MGA-3 V_{∞} (km·s ⁻¹)	5.053	4.482
DSM-3日期/(年-月-日)	2036-01-08	2036-02-26
DSM-3 ΔV (km·s ⁻¹)	0.154	0.221
MGA-4日期/(年-月-日)	2036-03-18	2036-11-29
MGA-4 V_{∞} (km·s ⁻¹)	4.114	3.321
DSM-4日期/(年-月-日)	2036-08-05	2037-01-03
DSM-4 ΔV (km·s ⁻¹)	0.242	0.197
水星捕获日期/(年-月-日)	2037-08-20	2038-10-25
水星捕获 V_{∞} (km·s ⁻¹)	2.847	2.315
水星捕获制动 ΔV (km·s ⁻¹)	1.169	0.886
总 ΔV (km·s ⁻¹)	1.750	1.629

的水星探测轨迹更适用于针对水星的探测任务, 而对于金星-水星探测任务, 第4节得到的2029年发射窗口的转移轨迹更适用。该比较结果说明, 通过在搜索金星-水星转移窗口时同时限制离开金星的 V_{∞} 和到达水星的 V_{∞} , 可有效地兼顾金星和水星捕获的代价, 使得任务整体趋近于最优。

6 结 论

本文针对金星-水星探测任务行星际转移轨迹优化变量多、难以全局寻优的问题, 将整个转移过程分为4段分别进行优化的思路, 可减少每次求解优化问题时的变量个数, 缩小寻优空间。为兼顾金星探测和水星探测所需的速度增量, 本文提出首先搜索金星-水星转移窗口, 筛选离开金星时和到达水星时 V_{∞} 均较小的转移机会, 可使得金星捕获和水星捕获所需的速度增量均较小, 从而有效地降低金星-水星探测任务的整体速度增量; 若仅筛选到达水星时 V_{∞} 较小的金星-水星转移机会, 则可得到水星探测速度增量较小的转移轨迹。针对金星/水星捕获段轨迹优化, 基于 V_{∞} 杠杆机动原理, 提出了表征杠杆机动效率的优化指标, 使用PSO等算法优化该指标即可得到实际星历下的最优杠杆机动转移轨迹。

仿真结果表明, 地球-金星转移段和金星-水星转移段在满足地球发射 $C_3 \leq 16 \text{ km}^2/\text{s}^2$ 和金星借力近星点高度 $\geq 300 \text{ km}$ 的条件下, 经过至少2次金星借力, 不消耗速度增量即可到达水星。金星捕获段经过2至3次金星借力和 V_{∞} 杠杆机动可将捕获所需总速度增量减至最小, 共减小约1.4 km/s, 飞行时间增加5~7年; 水星捕获段经过4次水星借力和 V_{∞} 杠杆机动可减小约2.3 km/s 的总速度增量, 飞行时间增加5~6年。

参 考 文 献

- [1] 杨孟飞, 郑燕红, 倪彦硕, 等. 太阳系内行星探测活动进展与展望[J]. 中国空间科学技术, 2023, 43(5): 1-12.
YANG M F, ZHENG Y H, NI Y S, et al. Progress and prospect in planetary exploration of solar system[J]. Chinese Space Science and Technology, 2023, 43(5): 1-1.
- [2] GREAVES J S, RICHARDS A, BAINS W, et al. Phosphine gas in the cloud decks of Venus[J]. Nature Astronomy, 2021, 5(7): 655-664.
- [3] 赵宇鹤, 刘建忠, 邹永廖, 等. 金星探测研究进展与未来展望[J]. 地质学报, 2021, 95(9): 2718-2719.
ZHAO Y Y, LIU J Z, ZOU Y L, et al. Progress and future prospects of Venus exploration[J]. Acta Geologica Sinica, 2021, 95(9): 2718-2719.
- [4] SOLOMON S C, BYRNE P K. The exploration of Mercury by spacecraft[J]. Elements: An International Magazine of Mineralogy, Geochemistry, and Petrology, 2019, 15(1): 15-20.
- [5] BENKHOFF J, MURAKAMI G, BAUMJOHANN W, et al.

- BepiColombo-mission overview and science goals[J]. *Space Science reviews*, 2021, 217(8): 90-98.
- [6] SHANNON J L, ATCHISON J A, VILLAC B F, et al. Mission design for the 2020 Mercury lander decadal survey[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2021, 68: 995-1013.
- [7] KUBOTA S, ROGERS G, ERNST C M, et al. Mercury lander: a new-frontiers-class planetary mission concept design[C]//Proceedings of 2021 IEEE Aerospace Conference (50100). Montana, USA: IEEE, 2021: 1-16.
- [8] MCADAMS J V, DUNHAM D W, FARQUHAR R W, et al. Trajectory design and maneuver strategy for the MESSENGER mission to Mercury[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, 43(5): 1054-1064.
- [9] SOLOMON S C, MCNUTT R L, GOLD R E, et al. MESSENGER mission overview[J]. *Space Sci Rev*, 2007, 131: 3-39.
- [10] 张莹, 岳晓奎, 贺亮. 结合深空机动的多次行星借力轨道设计[J]. *中国空间科学技术*, 2013, 33(2): 61-66.
ZHANG Y, YUE X K, HE L. Design of multiple gravity assist trajectories with deep space maneuver[J]. *Chinese Space Science and Technology*, 2013, 33(2): 61-66.
- [11] 国志磊. 基于引力辅助的深空探测轨道设计与优化研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2015.
GUO Z L. Trajectory design and optimization for deep space exploration based on gravity assist[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2015.
- [12] 田百义, 张磊, 周文艳, 等. 木星系及行星际飞越探测的多次借力飞行轨道设计研究[J]. *航天器工程*, 2018, 27(1): 25-30.
TIAN B Y, ZHANG L, ZHOU W Y, et al. Research on multiple gravity assist trajectories for a Jovian system exploration and planet flyby mission[J]. *Spacecraft Engineering*, 2018, 27(1): 25-30.
- [13] 张博戎. 附加机动的深空探测引力辅助轨道优化技术研究[D]. 北京: 中国运载火箭技术研究院, 2020.
ZHANG B R. Research on optimization technology of gravity-assist trajectory with maneuvers in deep space exploration[D]. Beijing: China Academy of Launch Vehicle Technology, 2020.
- [14] 赵国强. 深空探测飞行任务轨道设计[D]. 北京: 清华大学, 2011.
ZHAO G Q. Trajectory design for deep space exploration mission[D]. Beijing: Tsinghua University, 2011.
- [15] 陈全, 杨震, 罗亚中. 基于粒子群算法的多脉冲转移轨迹优化[J]. *空间控制技术与应用*, 2014, 40(5): 25-30.
CHEN Q, YANG Z, LUO Y Z. Optimization of multi-impulse orbit transfer based on particle swarm optimization algorithm[J]. *Aerospace Control and Application*, 2014, 40(5): 25-30.
- [16] GOBETZ F W. Optimum transfers between hyperbolic asymptotes[J]. *AIAA Journal*, 1963, 1(9): 2034-2041.
- [17] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]//Proceedings of ICNN'95 international conference on neural networks. Perth, WA, Australia: [s. n.], 1995, 4: 1942-1948.
- [18] SIMS J A, LONGUSKI J M, STAUGLER A J. V_{∞} leveraging for interplanetary missions: multiple-revolution orbit techniques[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 1997, 20(3): 409-415.
- [19] CAMPAGNOLA S, RUSSELL R P. Endgame problem part 1: V_{∞} -leveraging technique and the leveraging graph[J]. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2010, 33(2): 463-475.
- [20] WOOLLEY R C, SCHEERES D J. Applications of V-infinity leveraging maneuvers to endgame strategies for planetary moon orbiters[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2011, 34(5): 1298-1310.
- [21] LI R, WU D, BAOYIN H. V-infinity leveraging for endgame problem: efficiency analysis and optimal strategy[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2024, 47(4): 777-786.

作者简介:

陈诗雨(1994-), 男, 博士, 工程师, 主要研究方向: 航天器轨道动力学、深空探测器系统总体设计等。

通信地址: 北京市海淀区友谊路104号院(100094)

电话: (010)68114993

E-mail: chen_sy19@163.com

Interplanetary Trajectory Optimization for Venus-Mercury Exploration

CHEN Shiyu, HUANG Xiaofeng, LIU Yuang, ZHANG Zhengfeng

(Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China)

Abstract: The large number of variables for Venus-Mercury exploration trajectory design results in the difficulty to find the global optimum. Therefore, a segmented optimization method was proposed. Firstly, the Venus-Mercury transfer window was searched to reduce the cost for Venus capture and Mercury capture. Then, the Earth-Venus transfer trajectory with Venus gravity assists was optimized, and the launch window was obtained. Finally, the Venus/Mercury capture trajectory with successive Venus/Mercury gravity assists was optimized. Based on V_∞ -leveraging maneuver principle, an optimization index of leveraging maneuver efficiency was proposed. The trajectory after each gravity assist was optimized separately so that the velocity increment for Venus/Mercury capture was reduced steadily. The simulation results reveal that the velocity increment for the Earth-Venus transfer segment and the Venus-Mercury transfer segment could be zero when 2 Venus gravity assists were executed. The velocity increment for Venus capture could be reduced by 1.4 km/s when 2 or 3 Venus gravity assists and V_∞ -leveraging maneuvers were executed. The velocity increment for Mercury capture could be reduced by 2.3 km/s when 4 Mercury gravity assists and V_∞ -leveraging maneuvers were executed. Compared with trajectory optimization for Mercury exploration, the proposed method can reduce the overall velocity increment for Venus-Mercury exploration by constraining the V_∞ for departing from Venus and arriving at Mercury.

Keywords: Venus exploration; mercury exploration; trajectory optimization; gravity assist; V_∞ -leveraging maneuver

Highlights:

- Interplanetary trajectory for Venus-Mercury exploration was divided into four segments and optimized separately.
- The V_∞ for both departing from Venus and arriving at Mercury were constrained when searching the Venus-Mercury transfer window, so that the overall velocity increment was reduced.
- Based on V_∞ -leveraging maneuver principle, an optimization index of leveraging maneuver efficiency was proposed to optimize the Venus/Mercury capture trajectory.
- The velocity increment for Venus capture was reduced by 1.4 km/s with 2 or 3 Venus gravity assists and maneuvers.
- The velocity increment for Mercury capture was reduced by 2.3 km/s with 4 Mercury gravity assists and maneuvers.

[责任编辑: 高莎, 英文审校: 宋利辉]