

# 地月空间单程测量观测建模与算法实现

曹建峰<sup>1</sup>, 满海钧<sup>1</sup>, 黄勇<sup>2</sup>, 王文彬<sup>3</sup>, 刘山洪<sup>1</sup>, 周之金<sup>1</sup>

(1. 北京航天飞行控制中心 航天飞行动力学技术重点实验室, 北京 100094; 2. 中国科学院上海天文台, 上海 200030;  
3. 中国科学院空间应用工程与技术中心, 北京 100094)

**摘要:** 针对地月空间星地、星间链路观测建模与应用算法开展研究。根据测量原理, 在广义相对论参考框架下详细推导了单程测量的观测建模方法; 通过求和组合与求差组合给出了钟差消去与钟差解算的方法; 根据求和组合观测模型的特征, 推导了原时与坐标时差异变化的计算公式, 并给出了具体的算法实现; 结合典型轨道算例分析了相对论效应对单程测量建模的影响。结果表明, 相对论效应引起的地月空间位置转换差异在10 m量级, 原时与坐标时的差异每天变化数10  $\mu$ s, 是高精度导航建模必须考虑的因素, 提出的建模算法可服务地月空间高精度导航应用。

**关键词:** 地月空间; 星间链路; 观测建模; 精密定轨; 原时

**中图分类号:** V412.4+1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2096-9287(2025)01-0050-08

**DOI:** 10.15982/j.issn.2096-9287.2025.20240007

**引用格式:** 曹建峰, 满海钧, 黄勇, 等. 地月空间单程测量观测建模与算法实现[J]. 深空探测学报(中英文), 2025, 12(1): 50-57.

**Reference format:** CAO J F, MAN H J, HUANG Y, et al. Modeling and algorithm implementation of cislunar space one-way ranging measurement[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2025, 12(1): 50-57.

## 引言

地月空间是指受地月系统引力影响的区域, 包括地球空间、月球空间以及地月转移空间等<sup>[1]</sup>。地月空间存在着丰富的物质、能源、环境与位置等稀缺战略资源。随着资源开发与利用能力的提升, 大规模的开发探索地月空间必将成为现实, 未来很长一段时间内地月空间将是人类生存发展的重要战略空间<sup>[2]</sup>。

地月空间探测器的跟踪、测量主要依靠传统的地基手段。美国的深空网(Deep Space Network, DSN)在月球及深空探测任务中发挥了重要作用, 欧洲航天局(European Space Agency, ESA)的月球和深空探测任务也主要依赖深空网。中国探月工程采用了传统的统一S/X频段测量与天文VLBI测量系统, 深空网的持续建设将测量频段由初期的S频段提升至当前X频段, 测定轨能力也得到了大幅提升<sup>[3-5]</sup>。同时, 航天事业的蓬勃发展使得在轨深空探测器逐渐增多, 有限的测控资源亦日趋紧张。

星间链路(Inter Satellite Link, ISL)是用于卫星与卫星之间通信的链路, ISL的应用有效降低了航天器对地面测控资源的依赖<sup>[6]</sup>。20世纪80年代, 美国为提升

GPS的战场生存能力, 提出了基于ISL的自主导航模式<sup>[7-8]</sup>, 并利用BLOCK IIR卫星首次实现了测距测量和数据的交换<sup>[9]</sup>。中国“北斗三号”试验卫星进行了ISL的跟踪模式测试, 利用Ka相控阵天线通过时分多址体制实现星间建链, 完成双向单程测距<sup>[10-11]</sup>。现行的ISL主要服务于地球卫星, 其观测建模与数据处理都在地心天球参考系(Geocentric Celestial Reference System, GCRS)下完成。地月空间通信与导航也处于论证中, 通过地月空间星间、星地链路完成地月目标的导航应用<sup>[12,13]</sup>。地月空间探测器之间的星间链路覆盖地球、月球空间, 因此宜在质心天球参考系(Barycentric Celestial Reference System, BCRS)下开展建模与数据处理。论文针对地月空间星间、星地链路观测数据的建模与算法实现进行研究, 详细推导了建模公式, 并通过典型轨道算例给出了相对论效应对观测建模的影响量级。

## 1 观测建模

地月空间星地链路与星间链路单程测量的基本原理为, 卫星端(A)通过携带的星间链路载荷发射无线电信号, 由地面站(T)或是另一颗卫星(B)接收

该信号, 获取星地、星间的距离测量量。不同于传统的地基双程测量, 星地、星间测量均属于单程、开环测量, 测量值除包含所需测量的信号传输几何距离外, 还包括信号收发端钟差产生的影响, 信号传输路径上传播介质产生的延迟等。

## 1.1 单程距离建模

### 1.1.1 星地单程距离

图1为星地链路跟踪示意图, 为保持与星间链路建模形式的一致, 星地单程测量的卫星端用A表示, 接收端用T表示。

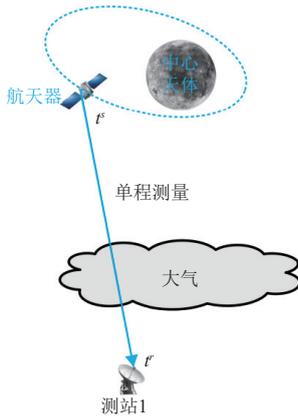


图1 星地链路跟踪示意图

Fig. 1 Schematic of satellite to ground tracking mode

星地链路的测量值为

$$\rho_A^T = t_T^r - t_A^s = [(T_T^r - T_A^s) + (\Delta t(T_T^r) - \Delta t(T_A^s))]c \quad (1)$$

其中:  $\rho$ 表示距离测量值;  $t$ 表示钟面时;  $T$ 表示坐标时;  $\Delta t$ 表示钟差;  $c$ 表示光速; 上标 $s$ 表示信号发送时刻,  $r$ 表示信号接收时刻。

标记卫星信号发射的真实时刻 $T_A^s$ , 信号传输几何时延为 $C_A^T$ , 考虑卫星的设备发射延迟为 $D_A^s$ , 测站的接收延迟为 $D_T^r$ , 电离层传输延迟为 $I_A^T$ , 对流层传输延迟为 $P_A^T$ 。后续文中变量 $T$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $I$ 、 $P$ 表示相同的意义。根据测量原理, 测站接收信号的真实时刻 $T_T^r$  (坐标时) 为

$$T_T^r = T_A^s + D_A^s + C_A^T + D_T^r + I_A^T + P_A^T \quad (2)$$

信号传输几何延迟满足

$$cC_A^T = I_A^T = |\mathbf{r}_{T,B}(T_T^r) - \mathbf{r}_{A,B}(T_A^s)| + \Delta I_A^T \quad (3)$$

其中:  $I_A^T$ 表示卫星至测站的直线距离, 需要迭代计算, 计算步骤见1.3节;  $\Delta I_A^T$ 表示信号传输路径的引力弯曲;  $\mathbf{r}_{T,B}$ 、 $\mathbf{r}_{A,B}$ 分别表示表示测站与卫星的BCRS位置矢量, 下标B表示BCRS。

在质心天球参考系下<sup>[14]</sup>

$$\Delta l = \frac{(1+\gamma)}{c^2} \ln \left[ \frac{r_1^s + r_2^s + r_{12}^s + \frac{(1+\gamma)\mu_S}{c^2}}{r_1^s + r_2^s - r_{12}^s + \frac{(1+\gamma)\mu_S}{c^2}} \right] + \sum_B \frac{(1+\gamma)}{c^2} \ln \left[ \frac{r_1^B + r_2^B + r_{12}^B + \frac{(1+\gamma)\mu_B}{c^2}}{r_1^B + r_2^B - r_{12}^B + \frac{(1+\gamma)\mu_B}{c^2}} \right] \quad (4)$$

其中:  $\mu_S$ 为太阳引力常数;  $\mu_B$ 为行星、外行星系统或月球的引力常数;  $r_1$ 、 $r_2$ 分别为传输路径起点与终点距各引力天体质心的直线距离;  $r_{12}$ 为信号传输起点与终点之间的直线距离; B表示太阳系各大行星。

考虑卫星, 测站的钟差分别为 $\Delta t_A$ 与 $\Delta t_T$ , 则钟面时满足

$$\begin{cases} t_A^s = T_A^s + \Delta t_A(T_A^s) + \varepsilon_A \\ t_T^r = T_T^r + \Delta t_T(T_T^r) + \varepsilon_T \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $\varepsilon_A$ 、 $\varepsilon_T$ 分别表示卫星、测站钟的随机误差。

将式(2)代入式(5)得到

$$t_T^r = T_T^r + \Delta t_T(T_T^r) + \varepsilon_T = T_A^s + D_A^s + C_A^T + D_T^r + I_A^T + P_A^T + \Delta t_T(T_T^r) + \varepsilon_T \quad (6)$$

卫星至测站的单程测距为

$$\rho_A^T(t_T^r) = (t_T^r - t_A^s)c = C_A^T + D_A^s + D_T^r + I_A^T + P_A^T + \Delta t_T(T_T^r) - \Delta t_A(T_A^s) + \varepsilon_A^T \quad (7)$$

单程测距的观测偏导数为

$$\frac{\partial \rho_A^T(t_T^r)}{\partial \mathbf{r}^s(t_A^s)} = c \frac{\partial C_A^T}{\partial \mathbf{r}^s(t_A^s)} \approx \frac{\mathbf{r}_A(T_A^s) - \mathbf{r}_T(T_T^r)}{I_A^T} \quad (8)$$

### 1.1.2 星间单程距离

星间单程距离测量与星地单程测量类似, 仅是将接收设备由地面站移至在轨卫星。标记发射信号卫星为A, 接收信号的卫星为B, 测量方程可以借鉴星地单程距离写为

$$\rho_A^B(t_B^r) = C_A^B + D_A^s + D_B^r + I_A^B + P_A^B + \Delta t_B(T_B^r) - \Delta t_A(T_A^s) + \varepsilon_A^B \quad (9)$$

相应的观测偏导数为

$$\frac{\partial \rho_A^B(t_B^r)}{\partial \mathbf{r}^s(t_A^s)} \approx \frac{\mathbf{r}_A(T_A^s) - \mathbf{r}_B(T_B^r)}{I_A^T} \quad (10)$$

## 1.2 双向单程测距

工程任务中通常采用星间双向链路跟踪测量模式, 即两星采用时分或是码分模式分别发送、接收对方的信号, 以获取单程距离测量, 该模式下可以采用求和组合模式消除主要的钟差项, 采用求差组合计算星间相对钟差。

### 1.2.1 求和组合模式

图2为星间链路的双向单程跟踪示意图, 卫星A在 $t_A^s$ 时刻向卫星B发射信号, 卫星B于 $t_B^r$ 接收该信号, 卫星B在 $t_B^s$ 时刻向卫星A发射信号, 卫星A于 $t_A^r$ 接收该信号。

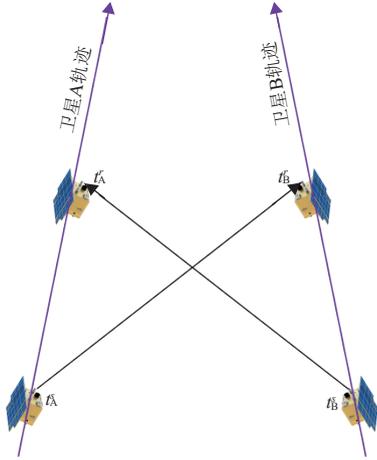


图2 星间双向单程跟踪示意图  
Fig. 2 Schematic of DOWM

考虑将A星与B星坐标时相同时刻( $T = T_B^r = T_A^r$ )的测量值相加

$$\begin{aligned} \rho_+(T) = & \rho_A^B(T_B^r) + \rho_B^A(T_A^r) = (C_A^B + C_B^A)c + (D_A^r + D_B^r + \\ & D_A^s + D_B^s)c + [(\Delta c_B(T_B^r) - \Delta c_A(T_A^s)) + (\Delta c_A(T_A^r) - \\ & \Delta c_B(T_B^s))]c + [(\Delta \tau_B(T_B^r) - \Delta \tau_A(T_A^s)) + \\ & (\Delta \tau_A(T_A^r) - \Delta \tau_B(T_B^s))]c + (I_A^B + I_B^A)c + \\ & (\varepsilon_A^B + \varepsilon_B^A)c \end{aligned} \quad (11)$$

标记:

$$\rho_+^D = (D_A^r + D_B^r + D_A^s + D_B^s)c$$

$$\rho_+^c = [(\Delta c_A(T_A^r) - \Delta c_A(T_A^s)) + (\Delta c_B(T_B^r) - \Delta c_B(T_B^s))]c$$

$$\rho_+^{\tau} = [(\Delta \tau_B(T_B^r) - \Delta \tau_A(T_A^s)) + (\Delta \tau_A(T_A^r) - \Delta \tau_B(T_B^s))]c$$

$$\rho_+^I = (I_A^B + I_B^A)c$$

$$\varepsilon_+ = (\varepsilon_A^B + \varepsilon_B^A)c$$

其中:  $\rho_+^D$ 表示设备硬件延迟;  $\rho_+^c$ 表示物理钟差影响, 短时间内该项的值近似为0;  $\rho_+^{\tau}$ 表示原时与坐标时的差异;  $\rho_+^I$ 表示电离层延迟。则求和组合为

$$\begin{aligned} \rho_+(T) = & (C_A^B + C_B^A)c + \rho_+^D + \rho_+^I + \varepsilon_+ - \{[T_B^r - \tau(T_B^r)] - \\ & [T_B^s - \tau(T_B^s)]\}c - \{[T_A^r - \tau(T_A^r)] - [T_A^s - \tau(T_A^s)]\}c \end{aligned} \quad (12)$$

根据坐标时与原时的转换关系, 式(12)的最后两项可以表示为坐标时与原时差的变化

$$\Delta(t_{TCB} - \tau) = \int_{t_{TCB,b}}^{t_{TCB,e}} \frac{1}{c^2} \left( U + \frac{v^2}{2} \right) dt \quad (13)$$

$(C_A^B + C_B^A)c$ 满足

$$(C_A^B + C_B^A)c = (I_A^B + \Delta I_A^B) + (I_B^A + \Delta I_B^A) \quad (14)$$

其中:  $l$ 表示几何传输距离, 需要进行光行时迭代计算。

将式(13)与式(14)代入式(12)

$$\begin{aligned} \rho_+(t) = & (I_A^B + \Delta I_A^B) + (I_B^A + \Delta I_B^A) - [\Delta(T - \tau)_B + \\ & \Delta(T - \tau)_A]c + \rho_+^D + \rho_+^c + \rho_+^I + \varepsilon_+ \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)第3项的计算可以进一步简化处理, 具体计算见1.4节钟差处理。

根据式(15), 求和组合的观测偏导数可以表示为式(16)~(19), 观测量对每颗卫星的观测偏导数都涉及2个历元时刻, 算法实现中需要分别独立计算

$$\frac{\partial \rho_+(t)}{\partial (\mathbf{r}_A(T_A^r))} = \frac{\partial I_A^B}{\partial (\mathbf{r}_A(T_A^r))} \quad (16)$$

$$\frac{\partial \rho_+(t)}{\partial (\mathbf{r}_A(T_A^s))} = \frac{\partial I_A^B}{\partial (\mathbf{r}_A(T_A^s))} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \rho_+(t)}{\partial (\mathbf{r}_B(T_B^r))} = \frac{\partial I_B^A}{\partial (\mathbf{r}_B(T_B^r))} \quad (18)$$

$$\frac{\partial \rho_+(t)}{\partial (\mathbf{r}_B(T_B^s))} = \frac{\partial I_B^A}{\partial (\mathbf{r}_B(T_B^s))} \quad (19)$$

求和组合要求A星与B星接收信号时刻相同。实际数据处理中, 因为钟差的不一致, 即使两颗卫星的钟面时 $t_A^r = t_B^r$ , 实际坐标时间 $T_A^r \neq T_B^r$ 。标识相对钟差 $\delta T = T_B^r - T_A^r$ , 则 $\delta T$ 对求和组合的影响为

$$\delta \rho_+ = \delta T \dot{\rho}_A^B \quad (20)$$

其中:  $\dot{\rho}_A^B$ 表示A星与B星的相对距离变化率。在实际数据处理中, 可先对两颗卫星进行钟差补偿, 再进行时标对齐, 确保接收时间(坐标时)的一致。

### 1.2.2 求差组合计算钟差

考虑A星与B星的坐标时相同时刻( $T = T_B^r = T_A^r$ )的测量值相减, 略去推导过程, 求差组合可以表示为

$$\begin{aligned} \rho_-(T) = & \rho_A^B(T_B^r) - \rho_B^A(T_A^r) = (C_A^B - C_B^A)c + (D_B^r - D_B^s + \\ & D_A^s - D_A^r)c + (I_A^B - I_B^A)c + (\varepsilon_A^B - \varepsilon_B^A)c + \\ & [(\Delta \tau_B(T_B^r) + \Delta \tau_B(T_B^s)) - (\Delta \tau_A(T_A^r) + \Delta \tau_A(T_A^s))]c + \\ & [(\Delta c_B(T_B^r) + \Delta c_B(T_B^s)) - (\Delta c_A(T_A^r) + \Delta c_A(T_A^s))]c \end{aligned} \quad (21)$$

标记

$$\rho_-^D = (D_B^r - D_B^s + D_A^s - D_A^r) c$$

$$\rho_-^c = [[\Delta c_B(T_B^r) + \Delta c_B(T_B^s)] - [\Delta c_A(T_A^r) + \Delta c_A(T_A^s)]] c \approx 2 \left[ \Delta c_B \left( \frac{T_B^r + T_B^s}{2} \right) - \Delta c_A \left( \frac{T_A^r + T_A^s}{2} \right) \right] c$$

$$\rho_-^r = [[\Delta \tau_B(T_B^r) + \Delta \tau_B(T_B^s)] - [\Delta \tau_A(T_A^r) + \Delta \tau_A(T_A^s)]] c \approx 2 \left[ \Delta \tau_B \left( \frac{T_B^r + T_B^s}{2} \right) - \Delta \tau_A \left( \frac{T_A^r + T_A^s}{2} \right) \right] c$$

$$\rho_-^l = (I_A^B - I_A^A) c$$

$$\varepsilon_- = (\varepsilon_A^B - \varepsilon_A^A) c$$

式 (21) 可写成

$$\rho_-(T) = (C_A^B - C_B^A) c + \rho_-^D + \rho_-^l + \rho_-^r + \rho_-^c + \varepsilon_- \quad (22)$$

利用预报轨道信息计算几何延迟  $C_A^B$ 、 $C_B^A$ 、电离层延迟  $\rho_l$ ，并代入式 (22) 可计算相对钟差

$$\rho_-^c = \rho_-(T) - (C_A^B - C_B^A) \cdot c - \rho_-^D - \rho_-^l + \rho_-^r + \varepsilon_- \quad (23)$$

式 (23) 给出的  $\rho_-^c$  即为物理钟差。事实上，星上测量的时标一般设置为等间隔钟面时，这就导致 A 星与 B 星的钟面时相同 ( $t_A = t_B$ )，而坐标时不同 ( $T_A \neq T_B$ )。该情况下，需要对 A 星与 B 星的观测数据进行预处理，完成时间比对，并统一至相同的坐标时。

### 1.3 几何延迟的计算

本节给出单程测量的几何延迟计算步骤，考虑数据时标为信号接收时刻的坐标时，即测站端为  $T_T^r$ ，卫星端为  $T_B^r$ 。星地链路与星间链路的计算方式类似，本节分别给出详细计算步骤。

星地链路几何延迟的计算步骤为：

1) 计算测站接收信号  $T_T^r$  时刻测站 GCRS 坐标  $r_{T,G}(T_T^r)$ ；

2) 将测站的 GCRS 坐标转换为 BCRS 坐标  $r_{T,B}(T_T^r)$ ，同时将接收时间由 TCG 转换为 TCB；

3) 计算信号发射时刻  $T_A^s$  卫星的 BCRS 坐标  $r_{A,B}(T_A^s)$ ，第 1 次迭代计算令  $T_A^s = T_T^r$ ；

4) 计算信号传输直线距离  $l_A^r = |r_{A,B}(T_A^s) - r_{T,B}(T_T^r)|$  以及信号传输路径上的引力弯曲  $\Delta l_A^r$ ，信号传输的几何距离表示为  $\rho = l_A^r + \Delta l_A^r$ 。

5) 判断第 (4) 步计算的几何距离  $\rho$  是否收敛。如果迭代收敛，则计算结束，否则重新计算信号发射时刻  $T_A^s = T_T^r - \rho/c$ ，并重复步骤 3~5。

星间链路几何延迟的计算步骤为：

1) 计算卫星接收信号  $T_B^r$  时刻接收机坐标  $r_B(T_B^r)$ ；

2) 若卫星为地球卫星，其星历采用的是地心天球参考系，时间引数为地球坐标时，则需要卫星的 GCRS 坐标转换为 BCRS 坐标  $r_{T,B}(T_B^r)$ ，接收时间由 TCG 转换为 TCB；

3) 计算信号发射时刻  $T_A^s$  卫星的 BCRS 坐标  $r_{A,B}(T_A^s)$ ，第 1 次迭代计算令  $T_A^s = T_T^r$ ；

4) 计算信号传输直线距离  $l_A^B = |r_{A,B}(T_A^s) - r_{B,B}(T_B^r)|$ ，以及信号传输路径上的引力弯曲  $\Delta l_A^B$ ，则信号传输的几何距离为  $\rho = l_A^B + \Delta l_A^B$ 。

5) 判断第 4 步计算的几何距离是否收敛。如果迭代收敛，则计算结束，否则计算信号发射时刻  $T_A^s = T_B^r - \rho/c$ ，重复步骤 3~5。

### 1.4 钟差处理

时钟的钟差包括两部分：一是由相对论效应引起的原时与坐标时的差异，标记为  $\Delta\tau$ ，二是由钟的制造工艺引起，标记为  $\Delta c$ 。则卫星的钟差可以表示为  $\Delta t = \Delta\tau + \Delta c$ 。在数据处理中，需要完成  $\Delta\tau$  的理论计算，而  $\Delta c$  则需要在数据处理中解算，或是通过时间比对计算。

#### 1.4.1 质心坐标时与原时的转换关系

星地、星间单程距离测量的数学建模公式表明，相对论效应引起的坐标时与原时差异的计算需要分别考虑卫星端与地面端的钟。

1) 位于地表的原子钟

原子钟位于地面端（测站）时间转换关系的分析表达式为<sup>[14]</sup>

$$t_{TDB} - t_{TAI} = 32.184 + \frac{2}{c^2} (\dot{r}_B^S r_B^S) + \frac{1}{c^2} (\dot{r}_B^C r_E^B) + \frac{1}{c^2} (\dot{r}_E^C r_A^E) + \frac{\mu_J}{c^2 (\mu_S + \mu_J)} (\dot{r}_J^S r_J^S) + \frac{\mu_{Sa}}{c^2 (\mu_S + \mu_{Sa})} (\dot{r}_{Sa}^S r_{Sa}^S) + \frac{1}{c^2} (\dot{r}_S^C r_B^S) \quad (24)$$

其中： $C$  表示太阳系质心； $B$  表示地月系质心； $E$  表示地球； $S$  表示太阳； $J$  表示木星； $Sa$  表示土星； $A$  表示原子钟； $\mu$  表示引力常数； $r$ 、 $\dot{r}$  分别表示位置、速度矢量。TDB 与 TCB 的转换关系见式 (25)。

更便于工程应用的转换关系可参考 SOFA 的 dtdb 函数<sup>[15]</sup>。式 (24) 考虑了力学时与国际原子时的差异，严格的计算还需要考虑测站时与国际原子时的转换关系，但是该转换量级较小，一般可以忽略。图 3 给出了测站时与坐标时之间的相互转换关系<sup>[16]</sup>。

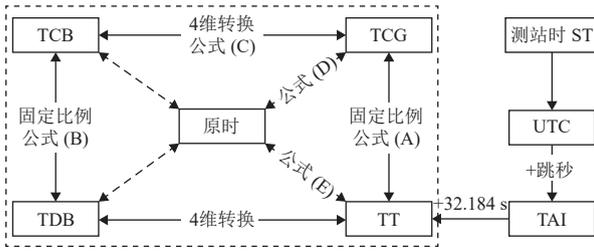


图3 测站时与坐标时之间的转换关系

Fig. 3 Conversion relationship between station time and coordinate time

式(25)为图3中几类时间相互转换使用的计算公式, 参数意义参见文献[16]。

$$\begin{aligned}
 (A) \quad & t_{TCG} - t_{TT} = L_G \times (t_{TT, MID} - 43\,144.0) \times 86\,400 \text{ s} \\
 (B) \quad & t_{TDB} = t_{TCB} - L_B \times (t_{TCB, JD} - T_0) \times 86\,400 \text{ s} + t_{TDB0} \\
 (C) \quad & t_{TCB} - t_{TCG} = \frac{[L_C \times (t_{TT} - T_0) + P(t_{TT}) - P(T_0)]}{1 - L_B} + \\
 & c^{-2} \mathbf{v}_e \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}_e) \\
 (D) \quad & \frac{d\tau_A}{dt} = 1 - \frac{1}{c^2} \left[ \frac{V_A^2}{2} + U_E(x_A) \right] \\
 (E) \quad & \frac{d\tau_A}{dt_{TT}} = 1 + L_G - \frac{1}{c^2} \left[ \frac{V_A^2}{2} + U_E(x_A) \right] \quad (25)
 \end{aligned}$$

其中: 下标MJD表示简略儒略日; JD表示儒略日。

## 2) 地球卫星星载原子钟的时间转换

位于地球卫星的原子钟与位于地表测站处的原子钟的主要区别为钟自身运动速度的不一致。Moyer指出<sup>[14]</sup>, 当原子钟在绕地飞行的人造卫星上时, 式(24)仍然适用, 但需要作以下修改: 在计算时钟同步项时,  $\mathbf{r}_A^E$ 利用人造卫星的位置矢量计算 $\mathbf{r}_{SC}^E$ ; 增加卫星周期项 $P_{SC}$

$$P_{SC} = \frac{2}{c^2} (\dot{\mathbf{r}}_{SC}^E \mathbf{r}_{SC}^E)$$

则在人造地球卫星处

$$\begin{aligned}
 t_{TDB} - t_{TAI} = & 32.184 + \frac{2}{c^2} (\dot{\mathbf{r}}_B^S \mathbf{r}_B^S) + \frac{1}{c^2} (\mathbf{r}_B^C \mathbf{r}_B^B) + \\
 & \frac{1}{c^2} (\mathbf{r}_E^C \mathbf{r}_{SC}^E) + \frac{2}{c^2} (\mathbf{r}_{SC}^E \mathbf{r}_{SC}^E) + \frac{\mu_J}{c^2 (\mu_S + \mu_J)} (\mathbf{r}_J^S \mathbf{r}_J^S) + \\
 & \frac{\mu_{Sa}}{c^2 (\mu_S + \mu_{Sa})} (\mathbf{r}_{Sa}^S \mathbf{r}_{Sa}^S) + \frac{1}{c^2} (\mathbf{r}_S^C \mathbf{r}_B^S) \quad (26)
 \end{aligned}$$

SOFA工具包提供了较高精度的TDB与TT的转换关系, 其算法的精度与计算效率得到了充分的验证。针对地球卫星处原子钟的时间转换, 借鉴SOFA提供的算法, 将测站相关的时间项 $w_{sc}$ 替换为<sup>[16-17]</sup>

$$w_{sc} = \frac{1}{c^2} (\mathbf{r}_E^C \mathbf{r}_{SC}^E) + \frac{2}{c^2} (\mathbf{r}_{SC}^E \mathbf{r}_{SC}^E) \quad (27)$$

式(26)给出了卫星处质心坐标时与国际原子时的转换关系, 如果地球卫星的钟未与国际原子时进行

同步处理(如采用北斗授时), 还需要进一步计算国际原子时与原时的关系。

## 3) 星载原子钟质心坐标时与原时的转换

当卫星位于更为远离地球的区域(如用于地月空间导航星座), 其轨道在质心天球参考系中描述, 轨道采用的时间引数为TCB。在广义相对论参考框架下, TCB与原时的关系为<sup>[18-19]</sup>

$$\frac{dt}{d\tau} = 1 + \frac{1}{c^2} U + \frac{1}{2c^2} v^2 \quad (28)$$

其中:  $t$ 为坐标时;  $\tau$ 为原时;  $U$ 为考察目标所处的引力势;  $v$ 为与坐标时 $t$ 对应的参考系下的目标运动速度。

该模式下, 需要维护星钟原时与坐标时的对应关系, 即原时与坐标时的映射关系表, 坐标时与原时的转换可对式(28)积分计算。

### 1.4.2 坐标时与原时差的变化

在求和组合模式中, 涉及到坐标时与原时差的变化, 保留 $c^{-1}$ 量级, 式(13)的计算可以展开为<sup>[20]</sup>

$$\begin{aligned}
 \Delta(T - \tau) = & [T^r - \tau(T^r)] - [(T^s) - \tau(T^s)] = \\
 & \frac{1}{c^2} \left( \sum_i \frac{\mu_i}{r_i(t)} + \frac{v(t)^2}{2} \right) [T^r - T^s] t = \\
 & \frac{1}{2} [T^r + T^s] \quad (29)
 \end{aligned}$$

其中:  $r_i(t)$ 表示 $t$ 时刻信号所处位置相对于扰动天体的距离;  $\mu_i$ 表示天体引力常数; 下标 $i$ 表示太阳、大行星及月球;  $v_A(t)$ 、 $v_B(t)$ 分别表示A星、B星质心天球参考系速度的模。对于地月空间, 需要考虑的摄动天体包括太阳、地球与月球。

### 1.4.3 物理钟差的处理

物理钟差 $\Delta c$ 需要对每个钟进行单独处理, 并在数据处理中进行解算。考虑地月空间导航卫星配置星载铷钟或是氢钟, 基于当前钟的性能( $2 \times 10^{-14}$ @1 d,  $1 \times 10^{-14}$ @7 d), 可以采用多项式对测量的物理钟差建模与预报, 实现优于纳秒的短期预报精度<sup>[21]</sup>。

## 2 相对论效应影响分析

### 2.1 坐标时与原时的转换影响

本节分析考虑地月空间导航星与地球低轨卫星建链, 以及地月空间导航星及用户星之间的相互建链。首先分析了几组地球轨道卫星的坐标时与原时差异, 轨道高度分别考虑了500、1 000、10 000 km, 轨道倾角为 $45^\circ$ , 以及地球同步轨道。图4给出了不同轨道高度下TCG与原时的差异。由于分析都采用的是圆轨道, 时间差异的变化仅表现出线性项, 长期漂移率分别为83.56、77.90、35.09、13.63  $\mu\text{s}/\text{d}$ 。

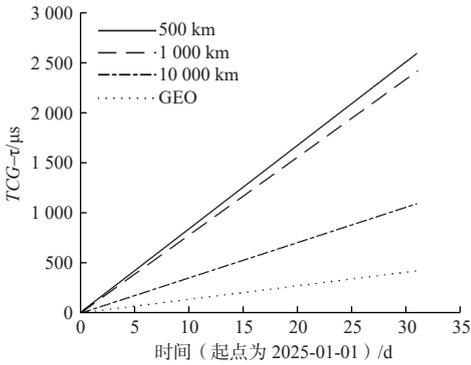


图 4 坐标时与原时的差

Fig. 4 Difference between proper time and coordinate time

针对上述几组轨道, 分别计算其与GEO卫星坐标时与原时差异的差, 图5为比较结果。图5(a)为TCG与原时差的比较, 该差异主要由地球的引力势引起; 图5(b)为TCB与原时差的比较, 其中线性项主要由地球引力势引起, 而周期项由月球的引力势引起。

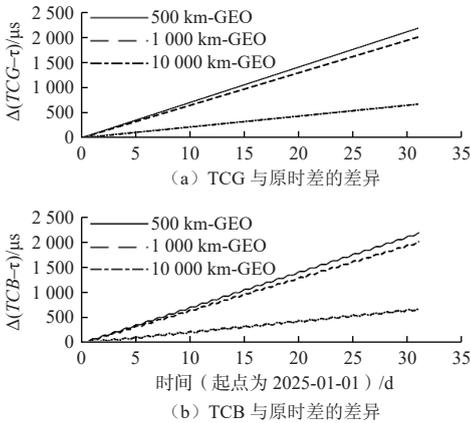
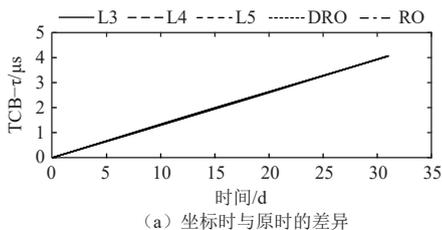


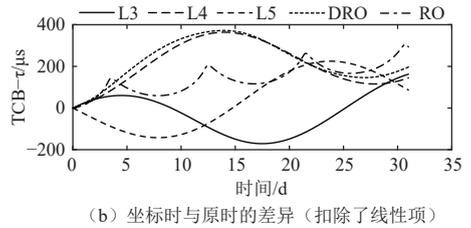
图 5 地球卫星坐标时与原时差的变化

Fig. 5 Variation of difference between proper time and coordinate time for earth satellites

针对地月空间典型的平动点轨道 (L3, L4, L5)、远距离逆行轨道 (Distant Retrograde Orbit, DRO) 以及共振轨道 (Resonant Orbit, RO), 分别计算坐标时与原时的差异。图6(a)给出了几组轨道的坐标时与原时差异, 结果比较一致, 为便于展示结果, 图6(b)为扣除了L3轨道的线性项, 预报30 d, 几组轨道坐标时与原时差异小于400 μs, 这是因为各轨道的探测器都远离地球、月球, 其引力势的影响较小。



(a) 坐标时与原时的差异



(b) 坐标时与原时的差异 (扣除了线性项)

图 6 地月空间卫星的坐标时与原时差的变化

Fig. 6 Variation of difference between proper time and coordinate time for cislunar space satellites

### 2.2 坐标转换的影响

针对坐标系的转换差异, 文献[22]给出了地面测站的转换的影响, 太阳引力是影响项, 对站址坐标的影响约为20 cm。本节分别计算了L3、L4、L5平动点轨道、DRO轨道以及RO轨道的位置速度转换差异, 如图7所示。这几组轨道在地心天球参考系与质心天球参考系下的坐标数值相差10余m, 速度差异小于0.15 mm/s。

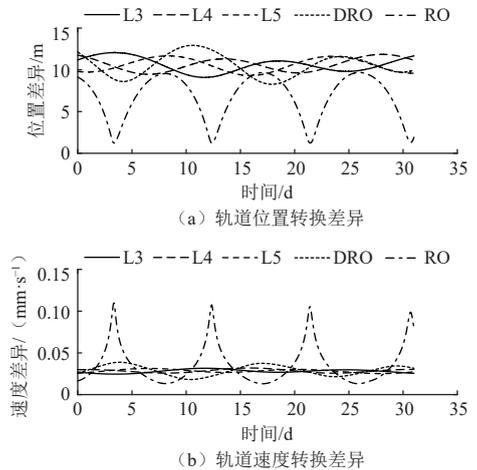


图 7 卫星轨道在GCRS与BCRS下的坐标数值差异

Fig. 7 Differences among satellite coordinates under GCRS and BCRS

### 3 结束语

论文针对地月空间星地、星间链路观测数据的应用需求, 在广义相对论参考框架下开展了观测建模研究。结合工程应用需求, 推导了单程距离、双向单程距离求和、求差模式的计算公式, 并结合工程软件开发应用需求给出了算法实现。结果表明, 地月空间相对论效应引起的位置转换差异在10 m量级, 原时与坐标时的差每天变化可达数10 μs, 是地月空间高精度导航建模应用必须考虑的重要因素。论文研究内容可服务地月空间高精度导航应用需求。

### 参 考 文 献

[1] 张育林, 刘红卫, 蒋超, 等. 地月空间发展的若干工程与技术问题[J].

- 宇航学报, 2023, 44(4): 612-632.
- ZHANG Y L, LIU H W, JIANG C, et al. Several engineering and technical issues in the development of cislunar space[J]. *Journal of Astronautics*, 2023, 44(4): 612-632.
- [2] 包为民, 汪小卫. 地月空间探索与开发的思考[J]. 宇航学报, 2021, 43(6): 705-712.
- BAO W M, WANG X W. Some thoughts about cislunar exploration and exploitation[J]. *Journal of Astronautics*, 2021, 43(6): 705-712.
- [3] 陈明, 唐歌实, 曹建峰, 等. 嫦娥一号绕月探测卫星精密定轨实现[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2011, 36(2): 212-217.
- CHEN M, TANG G S, CAO J F, et al. Precision orbit determination of CE-1 lunar satellite[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(2): 212-217.
- [4] 陈明, 张宇, 曹建峰, 等. 嫦娥二号卫星轨道确定与测轨技术[J]. 科学通报, 2012, 57(9): 689-696.
- CHEN M, ZHANG Y, CAO J F, et al. Orbit determination and tracking technology of CE-2 satellite[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2012, 57(9): 689-696.
- [5] 张宇, 曹建峰, 段建峰, 等. 嫦娥三号探测器连续姿控的轨道动力学模型补偿及实现[J]. 宇航学报, 2015, 36(5): 489-495.
- ZHANG Y, CAO J F, DUAN J F, et al. Orbit dynamics model compensation and implementation for continuous attitude control of Chang'E-3 probe[J]. *Journal of Astronautics*, 2015, 36(5): 489-495.
- [6] 蒲京辉, 李霜琳, 刘江凯, 等. 3种典型地月轨道的天基定轨与时间同步[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(6): 641-651.
- PU J H, LI S L, LIU J K, et al. Space-based orbit determination and time synchronization method for three typical cislunar orbits[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2023, 10(6): 641-651.
- [7] ANANDA M P, BERNSTEIN H, CUNNINGHAM K E, et al. Global Positioning System (GPS) autonomous navigation[C]//Proceedings of IEEE Symposium on Position Location and Navigation. A Decade of Excellence in the Navigation Sciences. [S. l.]: IEEE, 1990: 497-508.
- [8] CODIK A. Autonomous navigation of GPS satellites: a challenge for the future[J]. *Annual of Navigation*, 1985, 32: 221-232.
- [9] RAJAN J A. Highlights of GPS II-R autonomous navigation[C]//Proceedings of the 58th Annual Meeting of The Institute of Navigation and CIGTF 21st Guidance Test Symposium. Albuquerque, USA: The Institute of Navigation, 2002: 354-363.
- [10] TANG C, HU X, ZHOU S, et al. Initial results of centralized autonomous orbit determination of the new-generation BDS satellites with inter-satellite Link measurements[J]. *Journal of Geodesy*, 2018, 92(10): 1116-1155.
- [11] 王春锋. 卫星编队自主相对导航与通信一体化系统探讨[J]. 深空探测学报, 2017, 4(1): 38-42.
- WANG C F. Discussion on autonomous relative navigation and communication integrated system for satellite formation[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2017, 4(1): 38-42.
- [12] 蒲京辉, 王文彬. 地月空间两类长周期轨道自主定轨研究[C]//中国力学大会. 成都: 中国力学学会, 2022.
- PU J H, WANG W B. Study on autonomous orbit determination of two types of long period orbits in the cislunar space[C]//Proceedings of Chinese Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Chengdu, China: The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, 2022.
- [13] 王文彬. 基于DRO-LEO编队的地月航天器自主导航与授时研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2020: 1-129.
- WANG W B. Autonomous navigation and timing in cislunar space enabled by DRO-LEO formation[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2020: 1-129.
- [14] MOYER T D. Formulation for observed and computed values of deep space network data types for navigation[M]. California: Jet Propulsion Laboratory, 2000.
- [15] HOHENKERK C, ARIAS E, COMBRINCK L, et al. IAU standards of fundamental astronomy (sofa): time and date[C]//Proceedings of Astrophysics and Space Science Proceedings. Cham: Springer International Publishing, 2017: 159-163.
- [16] PETIT G, LUZUM B. IERS Conventions(2010): IERS Technical Note No. 36[R]. Paderborn: Bonifatius GMBH, 2010: 1-179.
- [17] MOYER T D. Transformation from proper time on Earth to coordinate time in Solar system barycentric space-time frame of reference part 1[J]. *Celestial Mechanics*, 1981, 23(1): 33-56.
- [18] HELTINGS R W. Relativistic effects in astronomical timing measurements[J]. *The Astronomical Journal*, 1986, 91(3): 650-659.
- [19] LIESKE J H, LEDERLE T, FRICKE W, et al. Expressions for the precession quantities based upon the IAU/1976/ system of astronomical constants[J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1977, 58: 1-16.
- [20] MOYER T D. Transformation from proper time on Earth to coordinate time in solar system barycentric space-time frame of reference part 2[J]. *Celestial Mechanics*, 1981, 23(1): 57-68.
- [21] HAN C, LIU L, CAI Z, et al. The space-time references of BeiDou Navigation Satellite System[J]. *Satellite Navigation*, 2021, 2(1): 253-262.
- [22] 曹建峰, 黄勇, 刘磊, 等. 深空探测器三程多普勒建模与算法实现[J]. 宇航学报, 2017, 38(3): 304-309.
- CAO J F, HUANG Y, LIU L, et al. Modeling and algorithm realization of Three-way doppler for deep space exploration[J]. *Journal of Astronautics*, 2017, 38(3): 304-309.
- 作者简介:  
曹建峰(1982-), 男, 副研究员, 主要研究方向: 航天器精密定轨及其科学应用。  
通信地址: 北京市5130信箱120分箱(100094)  
E-mail: jfcao@foxmail.com

# Modeling and Algorithm Implementation of Cislunar Space One-Way Ranging Measurement

CAO Jianfeng<sup>1</sup>, MAN Haijun<sup>1</sup>, HUANG Yong<sup>2</sup>, WANG Wenbin<sup>3</sup>, LIU Shanhong<sup>1</sup>, ZHOU Zhijin<sup>1</sup>

(1. Beijing Aerospace Control Center, Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing 100094, China;

2. Shanghai Astronomical Observatory, Shanghai 200030, China;

3. Technology and Engineering Center for Space Utilization, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

**Abstract:** The modeling and application of satellite to ground and Inter satellite link ranging was studied in this paper. Firstly, based on the measurement principle, the observation modeling method for one-way measurement was derived in detail under the reference frame in general relativity. Secondly, the method of clock error elimination and clock error estimation were given through the summation combination and difference combination. Thirdly, according to the characteristics of the summation combination observation model, the calculation formula for the difference between the proper time and the coordinate time was derived, and a specific algorithm implementation was provided. Finally, the influence of relativistic effects on one-way measurement modeling was analyzed using typical orbital examples. The results show that the difference between the Earth-Moon space position conversion caused by the relativistic effect is on the order of 10 meters, and the difference between the proper time and the coordinate time changes by tens of microseconds per day, which is a factor that must be considered in high-precision navigation modeling, and the modeling algorithm proposed in this paper can serve the application of high-precision navigation in cis-lunar space.

**Keywords:** cislunar space; inter satellite link; observation model; precision orbit determination; proper time

**Highlights:**

- The observation model for one-way ranging in cis-lunar space is derived, and the conversion relationship between the coordinate time and proper time for spacecraft is provided.
- The formulation for clock error elimination and clock error estimation is derived, and the specific algorithm implementation is provided.
- The impact of relativistic effects on one-way ranging measurement is quantitatively analyzed in typical scenarios.

[责任编辑: 宋宏, 英文审校: 宋利辉]