

火星表面上升轨迹映射伪谱凸优化方法

徐源景¹, 刘旭¹, 彭胜军², 席涛³, 朱永生⁴, 肖遥⁵, 李爽¹

(1. 南京航空航天大学航天学院, 南京 211106; 2. 西安卫星测控中心, 西安 710699; 3. 宇航动力学国家重点实验室, 西安 710043;
4. 中国科学院微小卫星创新研究院, 上海 201304; 5. 北京空间飞行器总体设计部, 北京 100094)

摘要: 针对火星表面上升轨迹优化问题, 提出了映射Chebyshev伪谱凸优化方法。首先采用无损凸化方法对火星表面上升燃耗最优问题进行凸松弛, 然后将凸化后的问题在映射Chebyshev-Gauss-Lobatto点处离散, 利用重心有理Lagrange插值技术进行插值, 最后使用序列凸优化方法迭代求解, 得到数值最优解。仿真对比了本文方法、一般伪谱凸优化方法和经典的序列凸优化方法, 证明了本文方法在计算效率方面存在优势, 并有效改善了标准Chebyshev微分矩阵的病态特性。

关键词: 火星上升; Chebyshev伪谱法; 凸优化

中图分类号: TP391.9;V448.23

文献标识码: A

文章编号: 2096-9287(2024)01-0040-07

DOI: 10.15982/j.issn.2096-9287.2024.20220113

引用格式: 徐源景, 刘旭, 彭胜军, 等. 火星表面上升轨迹映射伪谱凸优化方法[J]. 深空探测学报(中英文), 2024, 11(1): 40-46.

Reference format: XU Y J, LIU X, PENG S J, et al. Mapped chebyshev pseudospectral convex optimization for martian ascent trajectory planning[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2024, 11(1): 40-46.

引言

随着“天问一号”探测器成功着陆火星, 火星采样返回已成为火星探测的下一个热点。此前, 美国国家航空航天局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)和欧洲航天局(European Space Agency, ESA)都已经提出相应的火星采样返回方案, 并开展了相关理论研究和试验验证工作^[1-2]。典型的火星采样返回方案将分3次发射火星车、轨道器和着陆/上升器, 其中火星车完成样本的采集和封装, 着陆/上升器将样本舱送入预定轨道, 轨道器捕获样本舱后返回地球^[3]。火星表面上升是指着陆/上升器从火星表面发射直到把样本舱送入目标轨道的过程。相较于近地任务, 地外行星表面自主上升任务对航天器导航、制导与控制(Guidance, Navigation and Control, GNC)系统的自主性、鲁棒性、安全性提出了更高的要求。

火星表面上升轨迹优化方面, 一般使用数值法求解。Dux等^[4]使用OTIS(Optimal Trajectories by Implicit Simulation)软件对洛克希德·马丁(Lockheed Martin Space Systems Company)公司的两级固体火箭设计MAV(Mars Ascent Vehicle)进行建模, 以MAV发射质量最小为优化目标, 使用火星全球大气参考模型(Global Reference Atmospheric Model, GRAM)和只

考虑 J_2 项的火星重力模型, 加入多种过程约束, 对发动机参数、样本舱质量、目标轨道参数和发射条件对MAV的发射质量的影响进行了研究。Benito等^[5]使用高斯伪谱法将MAV最优分级设计及最优轨迹设计问题转化为非线性规划问题进行求解, 具有对初值不敏感、收敛速度快和求解精度较高的优点。但是上述软件都对中国实行封锁, 国内只能从相关文献中获取部分原理性概念。在国内, 柯森钢^[6]基于高斯伪谱法实现了两级MAV分级与轨迹耦合多阶段优化。

凸优化方法由于具有全局最优性和多项式计算复杂度的优点, 已被广泛用于航空航天轨迹优化领域^[7-9]。目前在上升轨迹凸优化设计方面, 程晓明等^[10]基于Newton-Kantorovich迭代法和序列凸优化方法进行火箭上升轨迹在线优化。晁涛等^[11]提出一种收缩信赖域半径的方法求解了火箭在发射平面内的上升轨迹。Benedikter等^[12]在不考虑路径约束时采用序列凸优化进行两级运载火箭二维上升轨迹优化, 并对均匀离散节点进行了网格细化。

然而, 经典序列凸优化方法一般采用均匀的四阶龙格库塔格式离散, 离散精度较低。而在直接法中, 伪谱法使用全局插值多项式在正交配点上近似状态量和控制量, 能以较少的节点获得较高的精度, 从而提

高计算效率。通过将伪谱离散格式与序列凸优化求解相结合, 能实现高效高精度的优化问题求解^[13-16]。刘旭等^[13]以航程角为自变量改写火星进入动力学, 将状态微分方程在伪谱配点处离散, 并通过序列凸优化进行求解。唐胜景等^[14]针对高超声速滑翔飞行器, 以高效率的伪谱凸优化方法为内核, 设计了一种在线轨迹优化的闭环最优制导方法。Liu等^[15]将模型预测静态规划方法与伪谱凸优化相结合, 设计出一种具有较高鲁棒性的空对地导弹制导律。Li等^[16]针对非线性最优控制问题, 提出了一种基于Chebyshev伪谱法的序列伪谱凸优化方法。

本文结合凸优化方法与Chebyshev伪谱离散格式, 针对火星表面上升轨迹优化问题, 采用无损凸化技术进行凸化处理, 以改进的映射Chebyshev伪谱方法进行离散, 并采用序列凸优化方法迭代求解优化问题, 完成火星上升轨迹优化。

1 火箭上升轨迹优化问题

在火星质心惯性系下建立上升火箭三自由度动力学模型如下

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V} \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{V}} = -\frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{r} - \frac{D}{m} \frac{\mathbf{V}}{\|\mathbf{V}\|} + \frac{\mathbf{T}}{m} \quad (2)$$

$$\dot{m} = -\frac{\|\mathbf{T}\|}{I_{sp}g_0} \quad (3)$$

其中: μ 和 g_0 为火星引力常数和地球表面重力加速度; \mathbf{r} 、 \mathbf{V} 和 \mathbf{T} 分别为火箭在惯性系下的位置矢量、速度矢量和推力矢量; m 和 I_{sp} 为火箭的质量和发动机比冲; D 为火箭上升过程中受到的气动阻力

$$D = \frac{1}{2}\rho_0 e^{-(\|\mathbf{r}\|-R_0)/H} \|\mathbf{V}\|^2 S_r C_d \quad (4)$$

其中: C_d 和 S_r 表示火箭的气动阻力系数和参考面积; ρ_0 和 R_0 表示火星表面大气密度和参考半径; H 为火星大气模型的尺度高度参数。

火箭上升入轨应满足的约束条件为

$$m_f \geq m_{dry}, \quad \|\mathbf{T}\| \leq T_{max} \quad (5)$$

$$\sqrt{\mathbf{r}_f^T \mathbf{r}_f} - r_f^* = 0, \quad \mathbf{r}_f^T \mathbf{V}_f = 0, \quad \sqrt{\mathbf{V}_f^T \mathbf{V}_f} - V_f^* = 0 \quad (6)$$

$$[0 \ 0 \ 1](\mathbf{r}_f \times \mathbf{V}_f) - h_f^* \cos i^* = 0 \quad (7)$$

其中: 下标 f 表示末端时刻; m_{dry} 和 T_{max} 为火箭干重和最大推力; r_f^* 、 V_f^* 、 h_f^* 和 i_f^* 为目标圆轨道的半径、速

度、角动量和轨道倾角。

若给定飞行时间 t_f , 并以能耗最优为目标函数, 那么可以定义火箭上升轨迹优化问题P0如下

$$\begin{cases} \text{P0: } \min_{\mathbf{T}} J = \int_0^{t_f} \|\mathbf{T}\| dt \\ \text{s.t. 式(1) ~ (3), (5) ~ (7)} \end{cases}$$

2 Chebyshev伪谱凸优化

2.1 序列凸优化

问题P0为非凸优化问题, 可以通过无损凸化方法转化为凸优化问题, 定义变量如下^[7]

$$\|\mathbf{T}\| \leq \eta \leq T_{max}, \quad \tau = \frac{\mathbf{T}}{m}, \quad \sigma = \frac{\eta}{m}, \quad z = \ln m \quad (8)$$

则有

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \frac{\dot{m}(t)}{m(t)} = -\frac{\sigma(t)}{I_{sp}g_0} \\ m(t) = m_0 \exp\left[-\frac{1}{I_{sp}g_0} \int_0^t \sigma(s) ds\right] \end{cases} \quad (9)$$

那么目标函数和推力约束改写为

$$J = \int_0^{t_f} \sigma(t) dt, \quad 0 \leq \sigma \leq T_{max} e^{-z} \quad (10)$$

进一步将推力约束的右侧一阶泰勒展开后可近似为

$$0 \leq \sigma \leq T_{max} e^{-z_0} [1 - (z - z_0)] \quad (11)$$

其中, $z_0 = \ln m_0$, 则推力约束为凸约束。

若定义 $\mathbf{x} = [\mathbf{r}; \mathbf{V}; z]$, $\mathbf{u} = [\tau; \sigma]$, 则问题P0可以改写为问题P1

$$\begin{cases} \text{P1: } \min_{\mathbf{u}} J = \int_0^{t_f} \sigma(t) dt \\ \text{s.t. } \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \text{式(6), (7), (11)} \end{cases} \end{cases}$$

其中:

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ -\frac{\mu}{\|\mathbf{r}\|^3} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \frac{D}{m \|\mathbf{V}\|} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & -1/(I_{sp}g_0) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (12)$$

此时式(6)和(7)定义的等式约束为非凸约束, 一般在参考轨迹上进行一阶泰勒展开近似, 将非线性约束转化为凸约束

$$\|\mathbf{r}_f^{[k]}\| - r_f^* + (\mathbf{r}_f^{[k]} / \|\mathbf{r}_f^{[k]}\|)^T (\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_f^{[k]}) = 0 \quad (13)$$

$$\|V_f^{[k]}\| - V_f^* + (V_f^{[k]} / \|V_f^{[k]}\|)^T (V_f - V_f^{[k]}) = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} (r_f^{[k]})^T V_f^{[k]} + (r_f^{[k]} / \|r_f^{[k]}\|)^T (V_f - V_f^{[k]}) + \\ (V_f^{[k]} / \|V_f^{[k]}\|)^T (r_f - r_f^{[k]}) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} [0 \ 0 \ 1] (r_f^{[k]} \times V_f^{[k]}) - h_f^* \cos i_f^* + V_{2f}^{[k]} (r_{1f} - r_{1f}^{[k]}) - \\ V_{1f}^{[k]} (r_{2f} - r_{2f}^{[k]}) - r_{2f}^{[k]} (V_{1f} - V_{1f}^{[k]}) + r_{1f}^{[k]} (V_{2f} - V_{2f}^{[k]}) = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

其中: 上标 $[k]$ 为第 k 次序列凸优化迭代; 上标 $*$ 为上一次迭代所得参考轨迹。

此时问题P1中只有动力学方程不满足凸优化条件, 即动力学方程仍为非线性形式, 而不是线性仿射形式, 因此需要对动力学方程进行线性化。线性化过程为: 首先将优化问题P1在时域上以 N 个节点均匀离散为 $N+1$ 个区间; 然后在每次迭代时, 近似地认为每个区间上的引力加速度和阻力加速度都是线性的, 即用上一次迭代的 r^* 、 V^* 、 m^* 计算得到重力和阻力, 完成动力学方程的线性化。采用四阶龙格库塔格式计算各离散点的状态量, 将线性化后的动力学约束转化为一组等式约束

$$x_{n+1} = f_{RK}(A_n^*, B, x_n, u_n) \quad (17)$$

其中, f_{RK} 表示四阶龙格库塔格式。

至此, 问题P1中的非凸约束式(6)和(7), 非线性动力学约束均已凸化, 则问题P1可以改写为凸问题P2

$$\begin{cases} \text{P2: } \min_u J \equiv -m_N = \int_0^{t_f} \sigma(t) dt = \sum_{n=0}^N \sigma_n \\ \text{s.t. } \begin{cases} \text{式(17)} \\ \|\tau\| \leq \sigma, \text{ 式(11), (13)~(16)} \end{cases} \end{cases}$$

求解问题P2即可得到问题P0的数值近似解。

2.2 映射伪谱凸优化

1) 标准Chebyshev伪谱离散格式

Chebyshev伪谱凸优化和序列凸优化方法的不同之处在于离散格式, 伪谱凸优化将动力学方程在非均匀的Chebyshev伪谱离散格式, 而不是均匀的四阶龙格库塔格式, 并采用Lagrange插值多项式近似控制量和状态量, 因此相比四阶龙格库塔格式具有更高的动力学近似精度, 从而提高了数值解的最优性。

本文采用Chebyshev伪谱离散格式在Chebyshev-Gauss-Lobatto (CGL) 点处进行离散。CGL点 $[\tau_0, \tau_1, \dots, \tau_N]$ 位于区间 $[-1, 1]$ 内, 为 N 阶Chebyshev多项式 $P_N(\tau) = \cos(N \cos^{-1} \tau)$ 的零点

$$\tau_k = \cos(\pi k / N), \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (18)$$

2) 映射Chebyshev伪谱法

标准Chebyshev伪谱微分矩阵存在病态特性, 容易导致结果在时间区间两端发散^[17], 为改善这一特性, 本文采用了共形映射方法与重心有理插值技术^[17-19]。

共形映射的基本思想是通过引入变量变换 $\lambda(t) = g(\tau)$, 扩大函数的解析区域, 使得关于变量 λ 的Chebyshev插值效果更好。对于式(18)的CGL点, 由Kosloff-Tal-Eaer共形映射得到的映射CGL点为

$$\lambda_k = g(\tau_k, \alpha) = \frac{\arcsin(\alpha \tau_k)}{\arcsin \alpha} \in [-1, 1], \quad k = 0, 1, \dots, N \quad (19)$$

其中, $\alpha \in [0, 1)$ 为共形映射参数, 决定了映射CGL点趋向于等距节点的程度。当 α 越趋近于1, 映射CGL点的分布越均匀, 但也因此若直接采用传统Lagrange插值技术, 将可能产生龙格现象。为抑制龙格现象, 本文在插值时使用重心有理Lagrange插值技术替代传统Lagrange插值近似公式^[20]。状态量和控制量在映射CGL配点处形成 $N+1$ 个离散状态量 $\bar{X} = [X_0, \dots, X_N]$ 和 $N+1$ 个离散控制量 $\bar{U} = [U_0, U_1, \dots, U_N]$, 使用重心插值多项式逼近 $x(\tau)$ 和 $u(\tau)$

$$\begin{cases} x(\lambda) \approx X(\lambda) = \sum_{i=0}^N \Phi'_i(\lambda) X(\lambda_i) \\ u(\lambda) \approx U(\lambda) = \sum_{i=0}^N \Phi'_i(\lambda) U(\lambda_i) \end{cases} \quad (20)$$

其中, $\Phi'_i(\lambda)$ 为 N 阶重心Lagrange插值多项式, 且有

$$\Phi'_i(\lambda) = \sum_{k=0}^N \frac{\omega_k^{\text{bary}}}{\lambda - \lambda_k} / \sum_{k=0}^N \frac{\omega_k^{\text{bary}}}{\lambda - \lambda_k} \quad (21)$$

其中, $\omega_0^{\text{bary}} (k = 0, 1, \dots, N)$ 为重心权重, 有

$$\begin{cases} \omega_0^{\text{bary}} = \frac{1}{2}, \quad \omega_N^{\text{bary}} = \frac{(-1)^N}{2} \\ \omega_k^{\text{bary}} = (-1)^k, \quad k = 1, \dots, N-1 \end{cases} \quad (22)$$

3) 问题转化

与2.1节的龙格库塔格式不同, 伪谱法可以在将状态变量通过插值多项式参数化后, 对状态的微分运算可以近似为对插值基函数的微分运算, 即

$$\dot{x}(\lambda_k) \approx \dot{X}(\lambda_k) = \sum_{i=0}^N \dot{\Phi}'_i(\lambda) X(\lambda_i) = \sum_{i=0}^N \bar{D}_{ki} X(\lambda_i) \quad (23)$$

其中, 微分 $\bar{D}_{ki} \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (N+1)}$, 表示重心Lagrange插值多项式在CGL配点处的微分值, 且满足

$$\begin{cases} \bar{D}_{ij} = \frac{\omega_j^{\text{bary}} / \omega_i^{\text{bary}}}{\lambda_i - \lambda_j}, \quad i \neq j \\ \bar{D}_{ii} = -\sum_{k \neq i} \bar{D}_{ik}, \quad i = j \end{cases} \quad (24)$$

由此可将状态微分方程转化为 $N + 1$ 组在 CGL 配点处的等式约束, 但需要注意先将问题 P2 的定义域变换到区间 $[-1, 1]$ 内

$$\sum_{i=0}^N \bar{D}_{ki} \mathbf{X}_i = \frac{t_f}{2} (\mathbf{A}_n^{[k]} \mathbf{x}_n + \mathbf{B} \mathbf{u}_n) \quad (25)$$

在 P2 的基础上, 将原本的龙格库塔格式构造的等式约束 (17) 改为映射伪谱法等式约束 (25), 则映射 Chebyshev 伪谱凸优化方法定义的问题 P3 为

$$\begin{cases} P3 : \min_u J = -m_N \\ \text{s.t.} \begin{cases} \text{式(25)} \\ \|\tau\| \leq \sigma, \text{式(11), (13)~(16)} \end{cases} \end{cases}$$

3 数值校验

仿真中采用的火星与火箭的具体参数如表 1 所示。另外, 初始时刻火箭位置给定为火星天球坐标系下半径为火星半径、方位角 0° 、仰角 0° 的位置, 在惯性系下的速度矢量设为零。且目标轨道为高 500 km、倾角 45° 、升交点赤经 0° 的圆轨道。仿真使用 Yalmip 工具箱^[21]进行问题描述后调用 Mosek 求解器^[22]进行求解。仿真对比了一般的序列凸优化方法 (Sequential Convex Programming, SCP), Chebyshev 伪谱凸优化方法 (Chebyshev Pseudo-spectrum Sequential Convex Programming, CPSCP) 和本文的映射 Chebyshev 伪谱凸优化方法 (Mapped Chebyshev Pseudo-spectrum Sequential Convex Programming, MCPSCP), 前者采用 100 个均匀离散节点, 后两者分别采用 20 个 CGL 点和 20 个映射 CGL 点, 初始猜测轨迹三者均采用线性猜测初值。

表 1 仿真参数设置

Table 1 Simulation parameter settings

参数	值	参数	值
$\mu / (\text{km}^3 \cdot \text{s}^{-2})$	42 828.32	m_0 / kg	280
$g_0 / (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	9.8	I_{sp} / s	310
R_0 / km	3 386.6	T_{max} / N	6 082.2
$\rho_0 / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	0.015 8	S_r / m^2	$0.285^2 \pi$
H / m	9 354.5	C_d	0.295
m_{dry} / kg	210	t_f / s	600

图 1 为 3 种方法目标函数值收敛历史对比, 可以看出 3 种方法均在 5 次迭代后收敛, 而在计算耗时上 3 种方法分别为 9.729 4 s、4.829 5 s、4.722 5 s, 本文采用的 MCPSCP 时间消耗最少。

3 种方法所得轨迹的如图 2 所示, 可以看出 3 种方法优化所得结果在径向高度剖面上几乎一致, 在速度幅

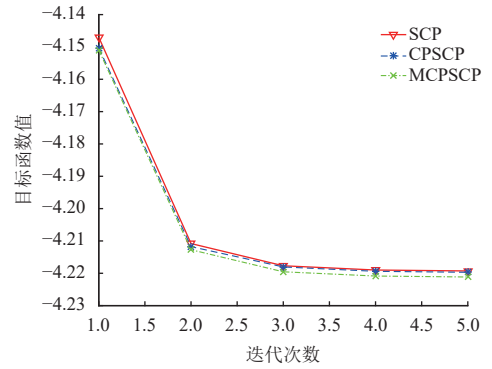
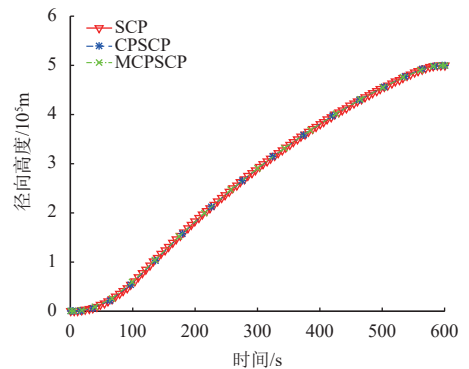
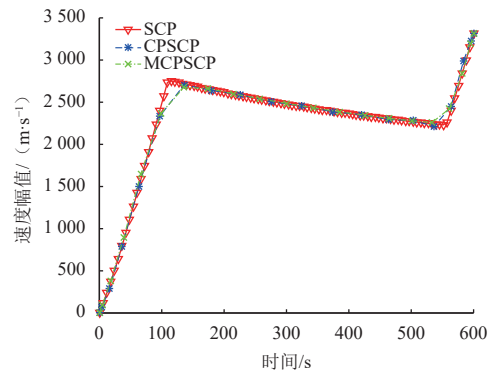


图 1 目标函数值 (负的质量) 收敛历史对比

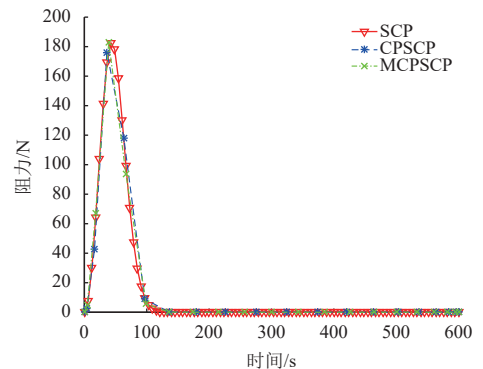
Fig. 1 Objective function values (negative masses) convergence histories comparison



(a) 径向高度剖面对比



(b) 速度幅值剖面对比



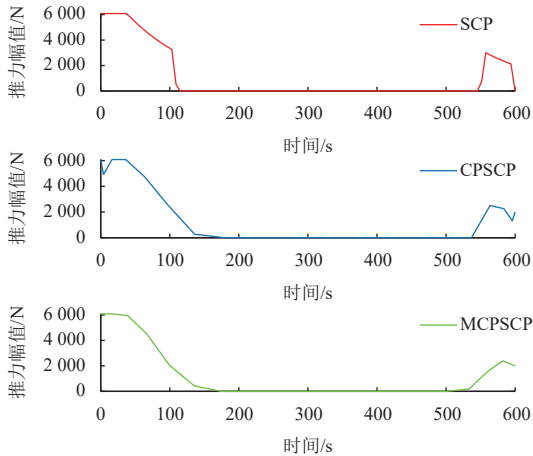
(c) 阻力剖面对比

图 2 优化结果对比

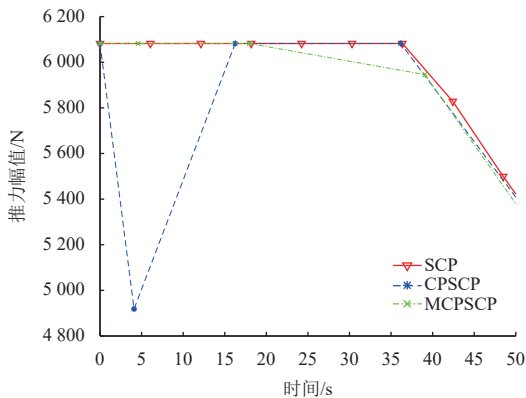
Fig. 2 Optimization result comparison

值剖面和阻力剖面上仅存在微弱差异,可以认为3种方法均成功收敛到了一致的最优结果。

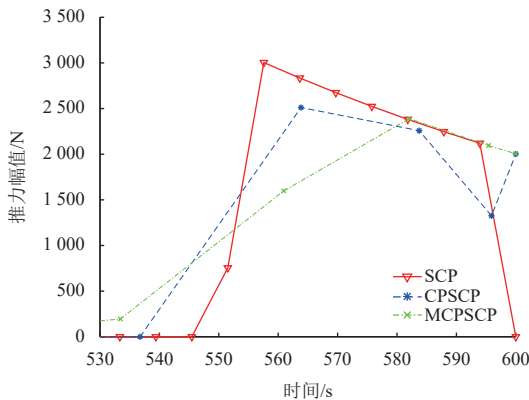
图3为3种方法在推力剖面的对比图像,由图3(b)和图3(c)可以看出CPSP方法因为Chebyshev伪谱微分矩阵的病态特性,导致推力剖面始末端存在明显震荡现象,而采用MCPSP方法的控制剖面始末端则较为平滑。



(a) 推力幅值剖面对比



(b) 0~50 s推力幅值对比



(c) 530~600 s推力幅值

图3 控制剖面对比

Fig. 3 Control profile comparison

由图4可以看出,3个方法的最优性(末端质量)排序为:MCPSP、CPSP、SCP,可以看出在解决了震荡问题后,本文提出的MCPSP方法进一步节省了燃料消耗。

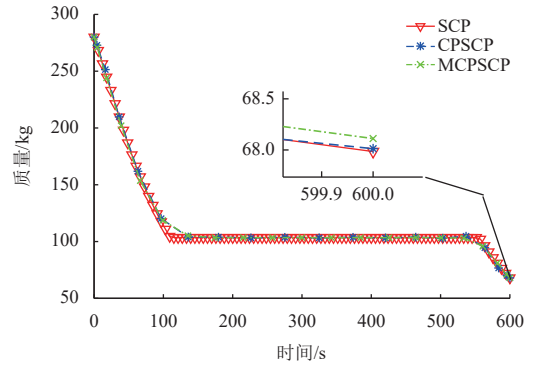


图4 质量剖面对比

Fig. 4 Mass profile comparison

为进一步证明算法的鲁棒性与有效性,对于火箭初始位置与初始质量增加随机扰动,并进行100次蒙特卡洛仿真,所添加扰动如表2所示。3种方法在100次仿真中均能成功收敛,平均计算时长分别为9.414 4 s, 4.307 7 s, 4.218 0 s;平均质量消耗分别为:212.415 4 kg, 212.040 7 kg, 211.500 5 kg。蒙特卡洛仿真结果可以看出,MCPSP在计算效率和最优性上均为三者最优。

表2 蒙特卡洛仿真参数

Table 2 Monte Carlo simulation parameters		
扰动参数	扰动分布类型	3σ
方向角/ $^{\circ}$	正态分布	5
仰角/ $^{\circ}$	正态分布	5
质量/kg	正态分布	10

综上所述,MCPSP方法成功解决了原CPSP方法在控制量上存在的震荡问题,并且在计算效率和最优性上均有提高。

4 结论

针对火星表面上升轨迹优化问题,本文提出一种基于映射Chebyshev伪谱法与凸优化技术的改进方法。对于火星上升轨迹优化问题,以推力无损凸化与序列凸优化作为内核进行求解,采用Chebyshev伪谱格式进行问题的离散,并引入共形映射与重心插值技术进行改进。仿真结果表明,本文方法以更少的离散节点数实现最优轨迹规划,使计算效率有所提高,且解决了控制量始末端震荡的问题。

参 考 文 献

- [1] ANZALONE E, ERICKSON D, MONTALVO C. Guidance and navigation design for a martian sample return ascent vehicle[C]//Proceedings of AAS Guidance, Navigation and Control Conference. Breckenridge, CO, USA: AAS, 2019.
- [2] 龚怡轩,刘旭,马瑞,等.基于IMU/FADS/无线电的火星上升器组合导航方案[J].飞控与探测,2020,3(4):39-47.
GONG Y X, LIU X, MA R, et al. Radio/FADS/IMU based integrated navigation scheme for Mars ascent vehicle[J]. Flight Control & Detection, 2020, 3(4): 39-47.
- [3] 张扬眉,龚燃.一种三元结构的火星采样返回任务方案分析[J].航天器工程,2012,21(4):89-99.
ZHANG Y M, GONG R. Analysis of a three-way structure of Mars sample return mission protocol[J]. Spacecraft Engineering, 2012, 21(4): 89-99.
- [4] DUX I J, HUWALDT J A, MCKAMEY R S, et al. Mars ascent vehicle gross lift-off mass sensitivities for robotic Mars sample return[C]//Proceedings of 2011 Aerospace Conference. [S. l.]: IEEE, 2011: 1-16.
- [5] BENITO J, JOHNSON B. Trajectory optimization for a Mars ascent vehicle[C]//Proceedings of AIAA/AAAS Astrodynamics Specialist Conference. [S. l.]: AIAA, 2016: 5441.
- [6] 柯森铜,李爽,肖东东,等.基于高斯伪谱法的火星表面上升燃耗最优轨迹设计[J].深空探测学报(中英文),2018,5(3):269-275.
KE S K, LI S, XIAO D D, et al. Minimum-fuel Mars ascent trajectory design based on gauss pseudospectral method[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2018, 5(3): 269-275.
- [7] ACIKMESE B, PLOEN S R. Convex programming approach to powered descent guidance for Mars landing[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2007, 30(5): 1353-1366.
- [8] 周鼎,陈韦贤,邱伟.利用视加速度补偿和推力逐级释放的垂直着陆制导方法[J].飞控与探测,2021,4(3):8-14.
ZHOU D, CHEN W X, QIU W. A vertical landing guidance method using apparent acceleration compensation and step-by-step release of thrust[J]. Flight Control & Detection, 2021, 4(3): 8-14.
- [9] LIU X, LI S, XIN M. Mars entry trajectory planning with range discretization and successive convexification[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2022, 45(4): 755-763.
- [10] CHENG X, LI H, ZHANG R. Efficient ascent trajectory optimization using convex models based on the Newton-Kantorovich/pseudospectral approach[J]. Aerospace Science and Technology, 2017, 66: 140-151.
- [11] SUN Z, CAO T, WANG S, et al. Convex method for ascent trajectory optimization using iterative narrowing trust region[C]//Proceedings of 2018 IEEE CSAA Guidance, Navigation and Control Conference (CGNCC). [S. l.]: IEEE, 2018: 1-6.
- [12] BENEDIKTER B, ZAVOLI A, COLASURDO G. A convex approach to rocket ascent trajectory optimization[C]//Proceedings of 8th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS). Madrid, Spain: the EUCASS Association, 2019: 430-445.
- [13] 刘旭,叶松,林子瑞,等.火星大气进入轨迹伪谱凸优化设计方法[J].宇航学报,2022,43(1):71-80.
LIU X, YE S, LIN Z R, et al. Pseudospectral convex programming approach for Mars atmospheric entry trajectory planning[J]. Journal of Astronautics, 2022, 43(1): 71-80.
- [14] 唐胜景,王肖,郭杰.基于hp伪谱凸优化的高超声速滑翔飞行器轨迹优化与制导[J].战术导弹技术,2020,5:66-75.
TANG S J, WANG X, GUO J. Trajectory optimization and guidance for hypersonic gliding vehicles based on HP pseudospectral convex programming[J]. Tactical Missile Technology, 2020 (5): 66-75.
- [15] LIU X, LI S, XIN M. Pseudospectral convex optimization based model predictive static programming for constrained guidance[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(3): 2232-2244.
- [16] LI Y, CHEN W, YANG L. Successive Chebyshev pseudospectral convex optimization method for nonlinear optimal control problems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 32(1): 326-343.
- [17] GUO X, ZHU M. Direct trajectory optimization based on a mapped Chebyshev pseudospectral method[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(2): 401-412.
- [18] CAI W, ZHU Y, YANG L, et al. Optimal guidance for hypersonic reentry using inversion and receding horizon control[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(9): 1347-1355.
- [19] SHEN J, TANG T, WANG L L. Spectral methods: algorithms, analysis and applications[M]. Berlin, Germany: Springer Science and Business Media, 2011: 279-298.
- [20] BERRUT J P, TREFETHEN L N. Barycentric lagrange interpolation[J]. SIAM Review, 2004, 46(3): 501-517.
- [21] LOFBERG J. YALMIP: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB[C]//Proceedings of 2004 IEEE international conference on robotics and automation (IEEE Cat. No. 04CH37508). [S. l.]: IEEE, 2004: 284-289.
- [22] MOSEK A. Mosek optimization toolbox for matlab[M]. User's Guide and Reference Manual, Version, 2019, 4: 1-399.

作者简介:

徐源景(1999-),男,博士研究生,主要研究方向:飞行器轨迹优化和制导。

通信地址:江苏省南京市江宁区将军大道29号(211106)

电话:18851875768

E-mail: xuyj@nuaa.edu.cn

李爽(1978-),男,教授,博士生导师,主要研究方向:深空探测、航天器动力学与控制技术。**本文通信作者。**

通信地址:江苏省南京市江宁区将军大道29号(211106)

电话:(025)84896039

E-mail: lishuang@nuaa.edu.cn

Mapped Chebyshev Pseudospectral Convex Optimization for Martian Ascent Trajectory Planning

XU Yuanjing¹, LIU Xu¹, PENG Shengjun², XI Tao³, ZHU Yongsheng⁴, XIAO Yao⁵, LI Shuang¹

(1. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. China Xi'an Satellite Control Center, Xi'an 710699, China;

3. State Key Laboratory of Aerospace Dynamics, Xi'an 710043, China;

4. Innovation Academy for Microsatellites of Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201304, China;

5. Beijing Institute of Spacecraft System Engineering, Beijing 100094, China)

Abstract: Mapped Chebyshev pseudospectral convex optimization approach was proposed for Martian ascent trajectory optimization. Firstly, the lossless convexification technique was used to convexify the fuel-optimal problem of Martian ascent. Then, the convexified problem was discretized at mapped Chebyshev-Gauss-Lobatto points and interpolated by the barycentric rational interpolation techniques. Finally, the sequential convex optimization method was used to solve the convex problem iteratively to obtain the numerical optimal solution. Simulation results show that the proposed method is superior to the classical sequential convex optimization method in computational efficiency, and effectively improves the ill-condition of standard Chebyshev differential matrices.

Keywords: martian ascent; Chebyshev pseudospectral method; convex optimization

Highlights:

- Conformal mapping and barycentric rational interpolation techniques were used to improve Chebyshev pseudospectral method to solve its pathological characteristics.
- Combined with the improved Chebyshev pseudospectral method and sequential convex optimization method, a mapping pseudospectral convex optimization method is proposed to solve the problem of Martian ascent.
- The proposed method is relatively smooth at the beginning and end of the control quantity, and the solution efficiency is improved compared with the traditional methods.

[责任编辑: 宋宏, 英文审校: 宋利辉]