

双检验质量无拖曳卫星鲁棒控制

范一迪, 王鹏程, 卢苇, 安轲, 张永合

(中国科学院微小卫星创新研究院, 上海 201304)

摘要: 针对地心轨道的双检验质量无拖曳双星编队系统的姿态与无拖曳控制问题, 设计了用于惯性拖曳效应验证任务、重力场测量任务和引力波探测任务科学测量模式的控制方案, 并提出了一种具有抗干扰能力的鲁棒控制器。结合科学任务需求和地心轨道特点设计了科学测量模式的配置方案, 以实现科学探测任务目标; 基于动力学耦合特性和控制时频特性要求对复杂系统动力学进行解耦, 得到卫星姿态、无拖曳和静电悬浮3个控制回路, 实现控制模型降维, 并结合任务指标要求确定各控制回路的控制指标; 基于控制指标的频域形式, 采用 H_{∞} 鲁棒控制理论的混合灵敏度方法, 结合外部扰动和量测噪声的频谱模型, 明确各控制回路的灵敏度函数和补灵敏度函数设计边界, 选择合适的权函数设计 H_{∞} 鲁棒控制器; 数值仿真结果表明: 所设计的鲁棒控制器保证了双星星间指向误差水平、检验质量位置-姿态误差控制水平、检验质量敏感轴方向残余加速度水平均满足指标要求, 验证了控制器的有效性。

关键词: 无拖曳控制; 地心轨道; H_{∞} 鲁棒控制; 混合灵敏度

中图分类号: V448.22

文献标识码: A

文章编号: 2096-9287(2023)03-0310-12

DOI: 10.15982/j.issn.2096-9287.2023.20230037

引用格式: 范一迪, 王鹏程, 卢苇, 等. 双检验质量无拖曳卫星鲁棒控制[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(3): 310-321.

Reference format: FAN Y D, WANG P C, LU W, et al. Robust controller design for drag-free satellites with two test masses[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2023, 10(3): 310-321.

引言

在轨卫星承受着引力场、热辐射、空间磁场、太阳风粒子、大气阻力、微陨石等复杂空间环境干扰的影响, 加之卫星内部结构的振动、姿控扰动以及各分系统之间的耦合作用, 常规卫星的残余加速度一般为 $10^{-5} \sim 10^{-3} \text{ m/s}^2$ 量级^[1], 而空间基础物理研究如引力理论验证、地球重力场测量、引力波探测等任务中往往要求测量频段内卫星的残余加速度小于 10^{-10} m/s^2 甚至更低^[2-3], 常规卫星无法满足平台稳定度的要求。无拖曳控制技术利用微推力器主动施加控制以抵消卫星受到的非保守力, 从而实现具有高精度、高稳定性和高微重力水平的超静平台, 在上述空间基础物理研究中发挥着举足轻重的作用。

无拖曳控制的基本思想是: 以位于卫星内部封闭真空腔内的检验质量为惯性参考基准, 通过高精度传感器检测卫星与检验质量之间的相对位移并反馈给控制器, 从而控制微推力器的输出以实现卫星跟踪检验质量^[4-5]。依据控制原理, 无拖曳控制可分为位移模式和加速度模式(如图1所示), 位移模式中检验质量处

于自由悬浮状态, 依据卫星平台与检验质量之间的位移变化, 利用微推力器控制卫星平台跟踪检验质量, 实现检验质量无拖曳。由于位移模式中检验质量不受控制作用, 最大程度减小了其受到的扰动, 因此能够提供更高的控制精度, 但有限的电极笼空间限制了检验质量的运动范围, 使得无拖曳控制带宽相对较窄, 且对扰动的抑制能力较弱。位移模式无拖曳控制通常被应用于要求更低噪声水平的引力波探测^[6-7]、等效原理验证^[8]、测地线效应和参考系拖曳效应验证^[9]等基础物理实验任务中。加速度计模式中检验质量在静电控制作用下跟踪卫星平台运动, 并通过微推力器施加控制力抵消卫星受到的非保守力。该模式中检验质量作为加速度计使用, 静电力的作用使得该模式具有较大的控制带宽, 但伴随的噪声和刚度给检验质量引入了附加的扰动, 因此加速度计模式一般应用于非保守力较大、卫星姿态变化较大的情况, 如重力场测量任务等^[10]。

凭借提供超低扰动的优越性能, 无拖曳控制在理论研究和工程应用两方面得到了迅猛发展。重力实验卫星GP-B采用LQR方法设计了检验质量悬浮控制系统, 并将经典PID控制器作为备份^[9]。Prieto等^[11]将低

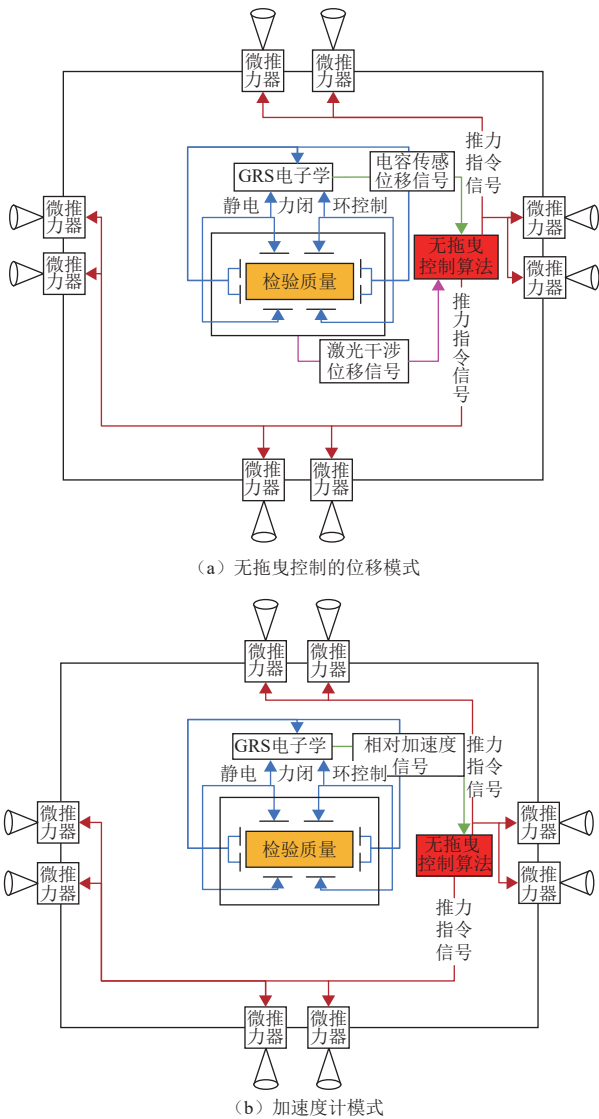


图1 无拖曳控制的位移模式与加速度计模式

Fig. 1 Drag-free control system with displacement mode and acceleration mode

轨重力测量卫星GOCE的姿态与无拖曳控制问题转化为多目标优化问题, 利用LMI设计了 H_∞ 控制器。Canuto^[12-13]针对GOCE卫星的姿态与无拖曳控制系统提出了嵌入式模型控制方法 (Embedded Mode Control, EMC), 在传统离散状态观测器的基础上引入外界环境状态量的预测反馈, 将被控系统模型和外界扰动模型直接嵌入控制器中, 进行全状态预测与反馈, 实现了对扰动的超高精度抑制。Fichter等^[6,14]基于 H_∞ 回路成形方法设计了LISA Pathfinder卫星的姿态和无拖曳控制器, 考虑到该卫星运行于地日L1点, 轨道和姿态运动缓慢, 受到的环境扰动主要来自于太阳辐射, 因此直接基于噪声源频域特性针对单自由度回路设计了控制器。此外, 模型预测控制技术、有限时间Lyapunov稳定理论、自抗扰控制等方法也被应用于无拖曳控制研究^[15-17]。

与较为干净的日心轨道环境不同, 地心轨道卫星面临着太阳方位相对于轨道面的周期性变化带来的光压摄动, 稀薄大气造成的阻力影响以及地磁场干扰, 给无拖曳控制带来了极大的挑战。而双检验质量无拖曳卫星复杂的系统模型和检验质量间明显的重力加速度差, 进一步加剧了控制策略设计的困难。

本文针对地心轨道的双检验质量无拖曳卫星, 从工作模式和控制器设计两方面开展深入研究。首先, 结合科学任务需求和地心轨道特点详细设计了科学测量模式的控制方案; 其次, 基于动力学耦合特性和控制时频特性要求对复杂系统动力学模型进行解耦, 得到卫星姿态、无拖曳和静电悬浮3个控制回路, 实现控制模型降维, 并结合任务指标要求确定各控制回路的控制指标; 然后, 考虑到无拖曳控制的频域指标以及系统对于鲁棒稳定性和抗干扰能力的需求, 采用 H_∞ 鲁棒控制理论的混合灵敏度方法, 基于科学指标和扰动的频谱模型构建了灵敏度函数与补灵敏度函数的约束边界, 并提出了一种具有抗干扰能力的无拖曳鲁棒控制器; 最后, 通过数值仿真验证了所设计的控制器的有效性。

1 无拖曳控制方案设计

本文针对双检验质量无拖曳双星编队系统, 面向惯性拖曳效应验证任务、重力场测量任务和引力波探测任务, 分别设计科学测量模式的无拖曳控制方案。图2给出了单个卫星的结构示意图, 其中双望远镜双惯性参考传感器呈 60° 夹角配置, 望远镜1为主望远镜, 两个立方体检验质量分别位于两个惯性参考传感器内, 推力器簇在卫星本体 X_b 、 Y_b 方向对称安装, 每个推力器簇由4个呈“X”形安装的推力器构成。为了便于后文叙述, 两个检验质量分别记为 $TM1$ 和 $TM2$, x_i 、 y_i 、 z_i 、 tx_i 、 ty_i 、 tz_i ($i=1,2$) 分别表示两个检验质量的三轴平动和转动自由度。

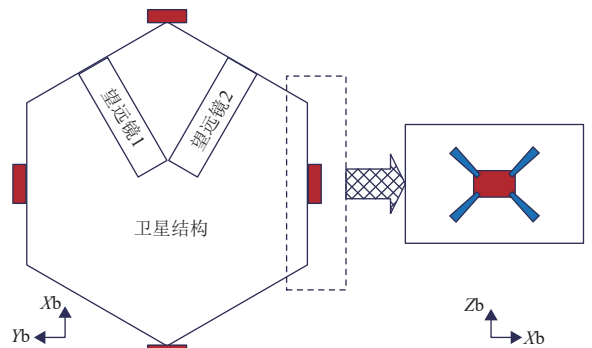


图2 卫星结构示意图

Fig. 2 Structure diagram of spacecraft

对于引力波探测任务, 需要双星的检验质量在激光链路方向的残余加速度水平不高于 $3 \times 10^{-14} \text{ ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$, 因此设计配置方案A1 (单轴位移无拖曳控制): 两星的主望远镜保持激光对准 (如图3所示), 卫星姿态保持激光跟瞄, 两星本体z轴保持同向平行, 主望远镜的检验质量x轴方向采用位移模式无拖曳控制, y、z轴方向采用静电悬浮控制, 另一检验质量采用静电悬浮控制, 如图4所示, 其中红色箭头表示无拖曳控制自由度, 黑色箭头表示静电控制自由度。

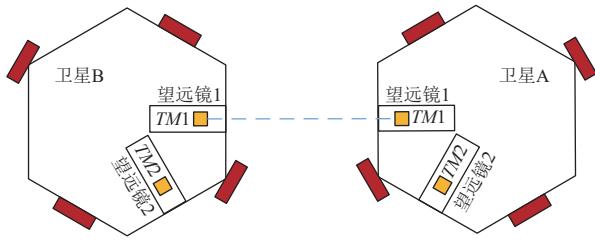


图3 科学模式下的两星构型
Fig. 3 Configuration of two spacecraft in science mode

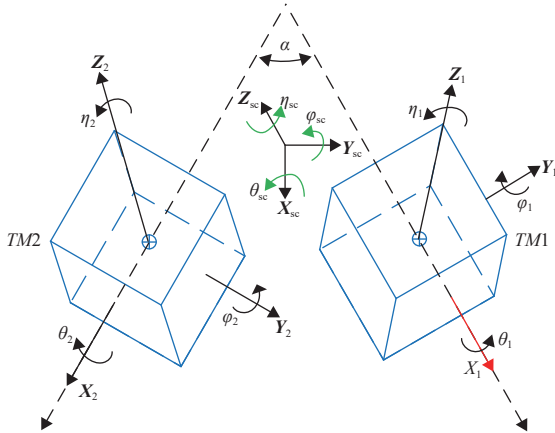


图4 A1方案中检验质量的控制方式
Fig. 4 Control scheme of two test masses in case A1

对于惯性拖曳效应验证任务, 仅依赖单检验质量即可完成, 所以设计配置方案A2 (三轴位移无拖曳控制): 两星的主望远镜保持激光对准 (如图3所示), 卫星姿态保持激光跟瞄, 两星本体z轴保持同向平行, 每个卫星的主望远镜的检验质量采用正交三轴位移模式无拖曳控制, 另一检验质量采用静电悬浮控制, 如图5所示。该方案仅使用双星的一个检验质量, TM1与TM2互为备份, 卫星三轴平动用于无拖曳, TM1受控制作用力较小, TM2较大。该方案一般应用于科学测量编队系统, 如欧洲航天局 (European Space Agency, ESA) 和美国国家航空航天局 (National Aeronautics and Space Administration, NASA) 联合提出的下一代卫星重力任务计划 (NGGM)。

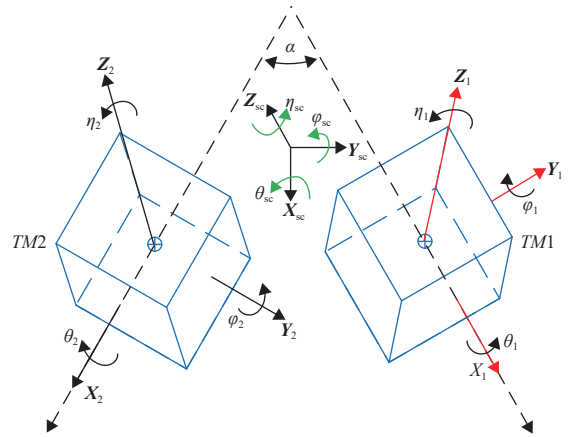


图5 A2方案中检验质量的控制方式
Fig. 5 Control scheme of two test masses in case A2

对于重力场测量任务, 星间连线方向检验质量残余加速度水平要求较低, 可以考虑使用星间连线方向的单轴无拖曳控制 (方案A1) 或三轴加速度计模式部分补偿外部扰动, 或考虑静电悬浮控制, 即不进行无拖曳, 仅读出各轴加速度, 在数据后处理阶段扣除。因此设计方案A3和A4。

A3方案 (加速度计无拖曳控制): 两星的主望远镜保持激光对准, 卫星姿态保持激光跟瞄, 两星本体z轴保持同向平行, 两个检验质量的控制方式与A2方案类似, 区别是主望远镜的检验质量采用正交三轴加速度计模式无拖曳控制;

A4方案 (非无拖曳控制): 两星的主望远镜保持激光对准, 卫星姿态保持激光跟瞄, 两星本体z轴保持同向平行, 双检验质量均采用静电悬浮控制。

2 控制模型与指标分解

2.1 控制模型

对于第1节所设计的A1~A4子模式, 当A2可实现时, 其余子模式均可实现, 而对于A2模式, 虽然各模式中无拖曳控制自由度与卫星姿态不同, 但各自由度所受的外扰量级相同, 因此在控制器设计过程中针对各自由度统一考虑。本文以A2子模式为例进行控制器设计与仿真。

图6给出了卫星平台与检验质量之间的力学关系图, 基于刚体动力学理论可以建立双质量块无拖曳卫星的动力学模型^[18]

$$M\ddot{x} = M\Omega x + Bu + Fd \quad (1)$$

其中: 状态量 $x = [r_B, \alpha_B, r_1, \alpha_1, r_2, \alpha_2]^T$, 其中 r_i 和 α_i , ($i = B, 1, 2$) 分别表示卫星平台 ($i = B$) 和检验质量 ($i = 1, 2$) 的三轴平动位移和三轴转动角度; 控制输入 $u = [f_{\text{FEFP}}, I_{\text{FEFP}}, f_{1a}, I_{1a}, f_{2a}, I_{2a}]^T$, 其中 f_i 和 I_i , ($i =$

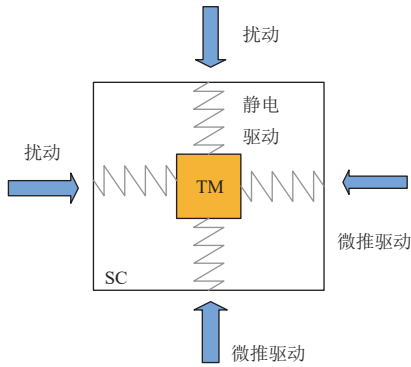


图6 力学关系耦合图
Fig. 6 Mechanical diagram

FEFP, 1a, 2a)分别表示微推力器和惯性传感器的输出控制力和力矩; \mathbf{d} 为扰动, 包括环境扰动和执行机构噪声; 矩阵 \mathbf{F} 表示扰动对状态量影响; \mathbf{M} 表示系统惯性矩阵; $\mathbf{\Omega}$ 表示检验质量的加速度和位移之间的耦合刚度矩阵; \mathbf{B} 为控制输入的系数矩阵, 形式如式(2)、(3)所示

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{\Omega}_1 & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{\Omega}_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 12} \\ \mathbf{0}_{12 \times 6} & \mathbf{h}_{IS} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, \mathbf{h}_{IS} 表示不同自由度之间静电驱动作用的串扰。

A2子模式中, 卫星平台的平动运动不受控, 假设卫星姿态变化和检验质量相对卫星平台的姿态运动均为小量。方程(1)两边均除以惯性矩阵 \mathbf{M} 可以得到

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{\Omega}\mathbf{x} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{d} \quad (4)$$

由于静电驱动执行力远小于微推力器的输出, 因此在控制器设计过程中忽略静电力对平台姿态的影响, 则提取矩阵 $\mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}$ 中表示微推力器输出力矩对平台姿态影响的元素组成 3×3 矩阵 \mathbf{B}_{SC} , 提取表示微推力器输出力对检验质量状态影响的元素组成 12×3 矩阵 \mathbf{B}_{DF} , 提取表示静电驱动对检验质量状态影响的元素组成 12×12 矩阵 \mathbf{B}_{SUS} , 则方程(4)可以改写为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{SC} \\ \mathbf{x}_{TM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{12 \times 3} & \mathbf{\Omega}_{12 \times 12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{SC} \\ \mathbf{x}_{TM} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{B}_{SC} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{B}_{DF} & \mathbf{0}_{12 \times 3} & \mathbf{B}_{SUS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{FEFP} \\ \mathbf{I}_{FEFP} \\ \mathbf{f}\mathbf{I}_a \end{bmatrix} + \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{d} \quad (5)$$

其中: \mathbf{x}_{SC} 表示卫星姿态; \mathbf{x}_{TM} 表示检验质量状态量; $\mathbf{f}\mathbf{I}_a$ 表示静电驱动作用(力/力矩)。

针对检验质量状态量的控制方式将 \mathbf{x}_{TM} 拆分为无拖

曳控制自由度 \mathbf{x}_{DF} 和静电悬浮控制自由度 \mathbf{x}_{SUS} , 并引入无拖曳控制回路与静电悬浮控制回路的选择矩阵 \mathbf{S}_{DF} 和 \mathbf{S}_{SUS}

$$\mathbf{S}_{DF} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 9} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{S}_{SUS} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{9 \times 3} & \mathbf{E}_9 \end{bmatrix} \quad (7)$$

则根据动力学方程(5)可以得到系统的控制方程

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{x}}_{SC} = \mathbf{B}_{SC}\mathbf{u}_{SC} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{DF} - \mathbf{\Omega}_{DF}\mathbf{x}_{DF} = (\mathbf{S}_{DF}\mathbf{B}_{DF})\mathbf{u}_{DF} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{SUS} - \mathbf{\Omega}_{SUS}\mathbf{x}_{SUS} = (\mathbf{S}_{SUS}\mathbf{B}_{SUS})\mathbf{u}_{SUS} \end{cases} \quad (8)$$

其中: \mathbf{u}_{SC} 对应微推力器执行力矩 \mathbf{I}_{FEFP} ; \mathbf{u}_{DF} 对应微推力器执行力 \mathbf{f}_{FEFP} ; \mathbf{u}_{SUS} 则对应惯性传感器执行力/力矩; $\mathbf{\Omega}_{DF}$ 和 $\mathbf{\Omega}_{SUS}$ 分别为无拖曳和静电悬浮控制自由度对应的刚度矩阵。上述3个方程分别对应卫星姿态控制回路、无拖曳控制回路和静电悬浮控制回路。

采用输入解耦方法对3个回路的各通道进行解耦, 设控制输入分别为

$$\mathbf{u}_{SC} = \mathbf{B}_{SC}^{-1}\boldsymbol{\eta}_{SC} \quad (9)$$

$$\mathbf{u}_{DF} = (\mathbf{S}_{DF}\mathbf{B}_{DF})^{-1}\boldsymbol{\eta}_{DF} \quad (10)$$

$$\mathbf{u}_{SUS} = (\mathbf{S}_{SUS}\mathbf{B}_{SUS})^{-1}\boldsymbol{\eta}_{SUS} \quad (11)$$

其中: $\boldsymbol{\eta}_{SC}$ 、 $\boldsymbol{\eta}_{DF}$ 和 $\boldsymbol{\eta}_{SUS}$ 分别为3个回路的虚拟控制信号; \mathbf{B}_{SC}^{-1} 、 $(\mathbf{S}_{DF}\mathbf{B}_{DF})^{-1}$ 和 $(\mathbf{S}_{SUS}\mathbf{B}_{SUS})^{-1}$ 分别为对应回路的控制解耦矩阵, 虚拟控制信号通过解耦矩阵得到真实的控制信号。

将式(9)、(10)和(11)代入控制方程(8)可得

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{x}}_{SC} = \boldsymbol{\eta}_{SC} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{DF} - \mathbf{\Omega}_{DF}\mathbf{x}_{DF} = \boldsymbol{\eta}_{DF} \\ \ddot{\mathbf{x}}_{SUS} - \mathbf{\Omega}_{SUS}\mathbf{x}_{SUS} = \boldsymbol{\eta}_{SUS} \end{cases} \quad (12)$$

通过拉氏变换得到3个控制回路的单通道被控对象传递函数分别为

$$\begin{cases} G_{SC} = \frac{1}{s^2} \\ G_{DF} = \frac{1}{s^2 - \omega_{p,DF}^2} \\ G_{SUS} = \frac{1}{s^2 - \omega_{p,SUS}^2} \end{cases} \quad (13)$$

其中, $\omega_{p,DF}^2$ 和 $\omega_{p,SUS}^2$ 分别为刚度矩阵 $\mathbf{\Omega}_{DF}$ 和 $\mathbf{\Omega}_{SUS}$ 的主对角线值。

由此可以得到3个回路的闭环控制系统结构如图7所示, \mathbf{K}_{SC} 、 \mathbf{K}_{DF} 和 \mathbf{K}_{SUS} 分别表示3个回路的控制器。

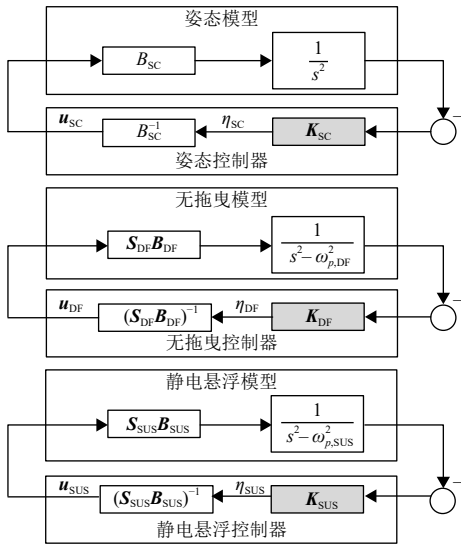


图 7 卫星姿态、无拖曳和静电悬浮控制回路结构图

Fig. 7 Structure diagram for control loops of spacecraft attitude, drag-free and suspension

2.2 控制指标分解

无拖曳控制系统的主要功能是根据敏感器、执行机构以及外部扰动环境的特性，设计合适的无拖曳控制方案及控制算法，一方面实现双星之间高精度指向控制及星间激光链路保持，同时降低外界扰动对检验质量敏感轴方向残余加速度的影响，满足检验质量敏感轴方向残余加速度不大于 $3 \times 10^{-12} \text{ ms}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ 的水平；另一方面，系统能够根据科学目标的需求，实现不同模式多自由度控制。由于每个检验质量敏感轴方向的扰动加速度同时受到其它5个自由度的加速度耦合影响，因此，有必要对系统各控制自由度的扰动水平进行抑制。

依据科学探测指标、轨道特点和编队构型，将总残余加速度指标分解到各控制自由度，得到编队测量条件下 $1 \text{ mHz} \sim 0.1 \text{ Hz}$ 频段内各控制自由度的控制指标，如表1~3所示。

表 1 卫星姿态控制指标

Table 1 Control specifications for satellite attitude

物理量	值
指向角位置误差	$100 \text{ nrad Hz}^{-1/2}$
指向角速度误差	$100 \text{ nrad s}^{-1} \text{ Hz}^{-1/2}$
残余角加速度	$10 \text{ nrad s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$

3 控制器设计

针对控制模型 (12)，本节基于 H_∞ 鲁棒控制理论的混合灵敏度方法分别对3自由度姿态控制、3自由度无拖曳控制与9自由度静电悬浮控制进行控制器设计。

表 2 单检验质量正交三轴位移模式无拖曳控制指标

Table 2 Drag-free control specifications for orthogonal three-axis displacement mode of a single test mass

控制自由度	位移控制误差	等效残余加速度
x_1	$9 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$3.6 \times 10^{-14} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
y_1	$90 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$18 \times 10^{-14} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
z_1	$90 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$18 \times 10^{-14} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{x1}	$500 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$2 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{y1}	$300 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$1 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{z1}	$300 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$1 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
x_2	$90 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$5 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
y_2	$90 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$5 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
z_2	$90 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$5 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{x2}	$500 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$2 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{y2}	$300 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$1 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{z2}	$300 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$1 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$

表 3 双检验质量非正交三轴位移模式无拖曳控制指标

Table 3 Drag-free control specifications for orthogonal three-axis displacement mode of a single test mass

控制自由度	位移控制误差	等效残余加速度
x_1	$9 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$3.6 \times 10^{-14} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
y_1	$90 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$5 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
z_1	$90 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$18 \times 10^{-14} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{x1}	$500 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$2 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{y1}	$300 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$1 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{z1}	$300 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$1 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
x_2	$9 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$3.6 \times 10^{-14} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
y_2	$90 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$5 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
z_2	$90 \times 10^{-9} \text{ m/Hz}^{1/2}$	$5 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{x2}	$500 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$2 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{y2}	$300 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$1 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$
t_{z2}	$300 \times 10^{-9} \text{ rad/Hz}^{1/2}$	$1 \times 10^{-9} \text{ rad/s}^2/\text{Hz}^{1/2}$

针对每一回路，控制器设计归结为扰动抑制与量测噪声压制问题。各回路闭环系统可描述为如图8所示结构。其中 $G(s)$ 为被控对象物理模型， $K(s)$ 为连续型控制器， $r(s)$ 、 $u(s)$ 、 $d(s)$ 和 $\eta(s)$ 分别表示被跟踪加速度信号、控制器输出、扰动和量测噪声。

根据图8可以推导得到输出 $y(s)$ 和控制器输出 $u(s)$

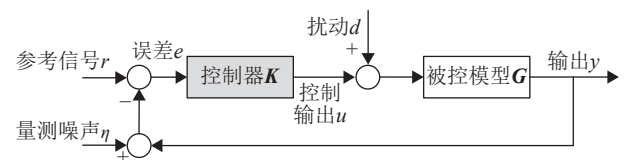


图 8 单回路闭环系统

Fig. 8 Illustration of a single closed-loop system

与参考信号 $r(s)$ 、扰动 $d(s)$ 、量测噪声 $\eta(s)$ 之间的关系为

$$y(s) = \frac{G(s)}{1 + K(s)G(s)}(d(s) + r(s)) - \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)}\eta(s) \quad (14)$$

$$u(s) = -\frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)}\left(d(s) + r(s) + \frac{\eta(s)}{G(s)}\right) \quad (15)$$

定义灵敏度函数 $S(s)$ 与补偿灵敏度函数 $T(s)$ 分别为

$$S(s) = \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \quad (16)$$

$$T(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (17)$$

显然, 灵敏度函数 $S(s)$ 是扰动 $d(s)$ 与输出 $y(s)$ 之间的传递函数, 表征了系统对于干扰的抑制能力, 同时 $S(s)$ 也是误差 $e(s)$ 与参考输入 $r(s)$ 之间的传递函数矩阵, 决定了系统的跟踪能力, 因此以 $\|S(s)\|_\infty$ 作为闭环系统对于干扰抑制能力的度量; 补偿灵敏度函数 $T(s)$ 是系统输出 $y(s)$ 与参考信号 $r(s)$ 之间的传递函数, 表征了系统受到因模型不确定性产生的复合干扰的影响, 因此 $\|T(s)\|_\infty$ 是对乘性摄动鲁棒性的一种测度。根据控制指标和噪声模型可以根据式(18)及式(19)得到 $S(s)$ 与 $T(s)$ 的约束

$$|S_{\text{Bound}}| \leq \left| \frac{y_{\text{req}}}{GW_d} \right| \quad (18)$$

$$|T_{\text{Bound}}| \leq \left| \frac{y_{\text{req}}}{W_\eta} \right| \quad (19)$$

其中: y_{req} 为控制回路输出的指标要求; W_d 和 W_η 分别表示扰动和量测噪声的频域模型。

H_∞ 混合灵敏度方法引入加权函数 $W_s(s)$ 和 $W_T(s)$, 寻找合适的控制器 $K(s)$ 使得系统闭环稳定且满足

$$\left\| \begin{matrix} W_s(s)S(s) \\ W_T(s)T(s) \end{matrix} \right\|_\infty < 1 \quad (20)$$

3.1 无拖曳控制回路

考虑到各回路的指标要求, 首先设计最重要的无拖曳控制器, 然后设计具有足够抗扰能力的静电悬浮回路控制器, 最后设计要求较低的平台姿态控制器。A2子模式中, 检验质量1的三轴平动采用位移无拖曳控制, 此时, 无拖曳控制对扰动的压制能力由位移误差与静电刚度之积决定, 因此该回路的控制目标是尽可能降低相对位移误差水平 $y(s)$ 。

无拖曳控制回路的控制模型中, 外扰 $d(s)$ 主要为空间环境扰动, 主导量为大气阻力、太阳光压、重力梯

度波动、卫星姿态加速度引起的电极笼平动扰动与微推力器噪声, 其中空间扰动功率谱密度特性如图9~11所示, 而微推力器噪声水平高频段不高于 $0.1 \times 10^{-6} \text{ mHz}^{-1/2}$, 频率特性如图12所示。量测噪声 $\eta(s)$ 为电容传感噪声, 其中检验质量 x_1 方向的噪声功率谱密度不高于 $3 \times 10^{-9} \text{ mHz}^{-1/2}$, y_1 、 z_1 方向不高于 $30 \times 10^{-9} \text{ mHz}^{-1/2}$, 均视为白噪声。

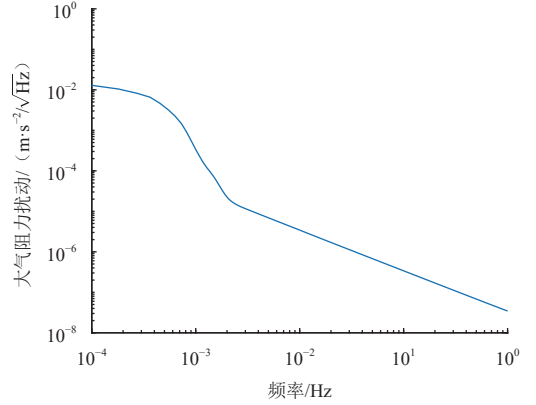


图9 大气阻力扰动频域特性

Fig. 9 Noise model of aerodynamic drag

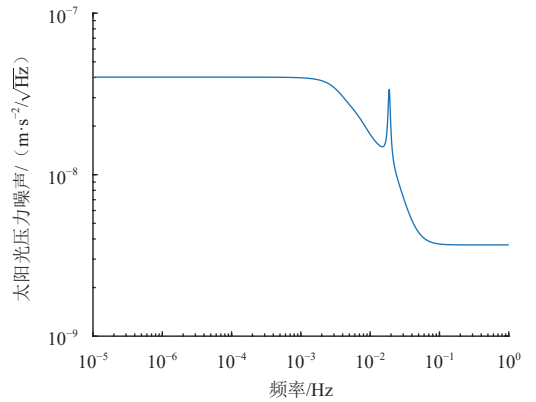


图10 太阳光压噪声频域特性

Fig. 10 Noise model of solar pressure

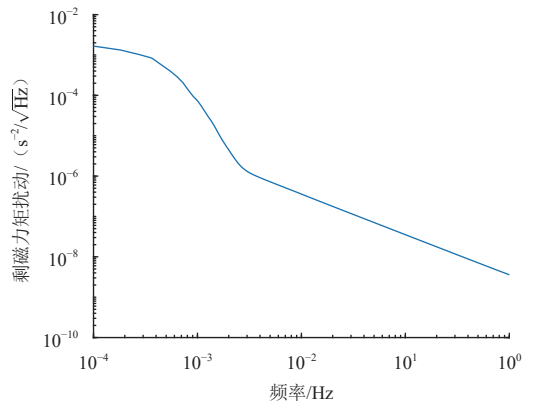


图11 剩磁力矩扰动频域特性

Fig. 11 Noise model of residual magnetic

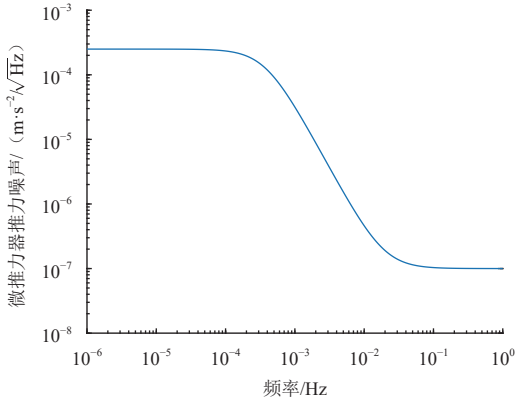


图 12 微推力器噪声频域特性
Fig. 12 Noise model of FEFP

首先, 考虑对全频段扰动的压制能力, 则尽可能提高控制带宽。由于干扰 $d(s)$ 与跟踪信号 $r(s)$ 集中于中低频, 因此设计灵敏度函数 $S(s)$ 具有高通特性, 在中频段有较大上升斜率, 不低于60 dB/dec。

其次, 为了减小量测噪声 $\eta(s)$ 对输出误差 $y(s)$ 的影响, 尽可能降低控制带宽。同时为了避免推力器指令超过推力范围, 则在高频段设计补灵敏度函数 $T(s)$ 急速降低, 斜率不高于-60 dB/dec。

然后, 考虑每个控制回路的稳定裕度与鲁棒性要求, 设计全频段内约束为

$$|S(j\omega)| < 9.6 \text{ dB} \quad (21)$$

$$|T(j\omega)| < 9.6 \text{ dB} \quad (22)$$

因此, 设计加权函数

$$W_S(s) = \frac{0.3333(s+0.4336)^4}{(s+0.0043)^4} \quad (23)$$

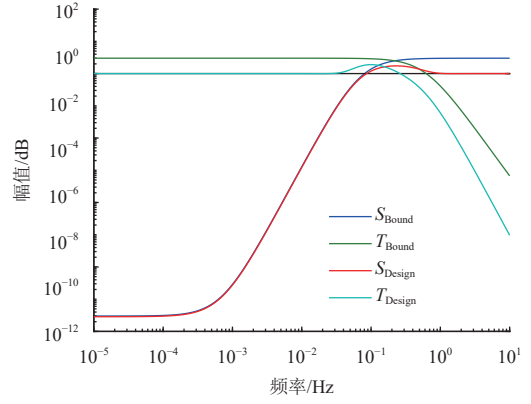
$$W_T(s) = \frac{3.3333 \times 10^5 (s+3.7699)^3}{(s+376.99)^3} \quad (24)$$

最终的设计结果 $S_{\text{Design}}(s)$ 与 $T_{\text{Design}}(s)$ 如图13所示。由于 x_1 方向为科学测量敏感轴方向, 控制指标要求更高, 同时也是大气阻力的主要扰动方向, 对于推力范围要求更为苛刻, 因此 x_1 方向和 y_1 、 z_1 方向分别设计。

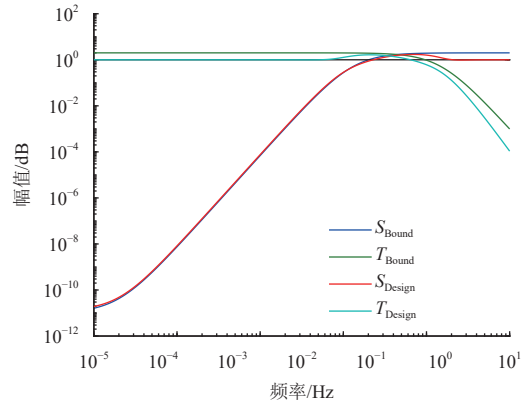
3.2 静电悬浮控制回路

A2模式中, 检验质量2的平动和两个检验质量的转动自由度均采用静电悬浮控制, 此时检验质量在静电控制力/力矩作用下实现对卫星姿态的跟踪。静电悬浮控制的目的在于保证姿态高精度跟踪同时降低静电控制力矩。

在无拖曳控制与卫星平台精确指向控制的作用下, 平台的残余加速度和角加速度较小, 因此静电悬



(a) x_1 方向



(b) y_1 、 z_1 方向

图 13 无拖曳控制回路设计结果

Fig. 13 Design result for drag-free control loop

浮控制回路的外扰 $d(s)$ 可忽略, 三轴的静电驱动力矩噪声功率谱密度分别为 $200 \times 10^{-9} \text{ radHz}^{-1/2}$ 、 $100 \times 10^{-9} \text{ radHz}^{-1/2}$ 、 $100 \times 10^{-9} \text{ radHz}^{-1/2}$, 均视为白噪声。被跟踪信号 $r(s)$ 为卫星姿态加速度扰动。而在高精度跟瞄控制时, 该扰动在卫星残余角加速度指标之下。此时, 对该信号低频部分的跟踪保证了检验质量姿态的高精度跟随, 而对高频部分的压制隔离则进一步降低静电控制力矩。

因此, 在该回路的控制器设计过程中, 一方面尽可能降低控制带宽, 使其靠近轨道2倍频处; 另一方面, 考虑到静电刚度为负值, 被控系统不稳定, 因此设计控制带宽高于2倍系统特征频率, 以保证系统的稳定性。

基于以上考虑进行控制器设计, 与无拖曳控制回路的设计过程类似, 选取加权函数

$$W_S(s) = \frac{0.3333(s+0.2513)^2}{(s+0.0038)^2} \quad (25)$$

$$W_T(s) = \frac{3.3333 \times 10^3 (s+0.5655)^2}{(s+56.5487)^2} \quad (26)$$

最终得到的 $S_{\text{Design}}(s)$ 与 $T_{\text{Design}}(s)$ 设计结果如图14所示。

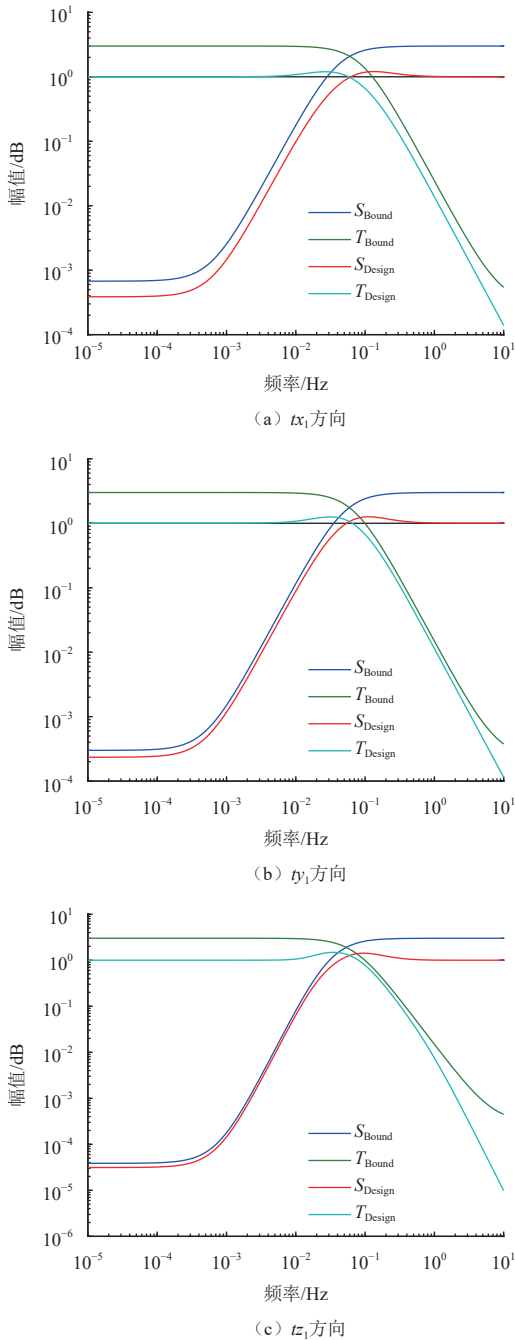


图14 静电悬浮控制回路设计结果

Fig. 14 Design result of the suspension control loop

3.3 卫星姿态控制回路

依据系统动力学模型中各自由度间的耦合关系可知, 卫星无拖曳控制平动加速度与静电悬浮反作用力对卫星姿态影响极小, 可近似忽略。因此首先针对进行激光精确指向的卫星3自由度姿态控制回路设计控

制器。

由于科学任务对于2自由度指向控制精度、稳定性和姿态加速度残差有极高要求, 即指向误差不高于 $100 \text{ nradHz}^{-1/2}$ 、指向残余角速度不高于 $100 \text{ nrad s}^{-1} \text{ Hz}^{-1/2}$ 、残余角加速度不高于 $10 \text{ nrad s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$, 将指向残余角速度与角加速度残差折合到角度误差后, 得到指向精度要求约为 0.1 Hz 以下时不高于 $100 \text{ nradHz}^{-1/2}$, 在 0.1 Hz 以上不高于 $25 \text{ nradHz}^{-1/2}$ 。

卫星姿态控制回路中, 被跟踪加速度信号 $r(s)$ 为编队坐标系转动加速度, 扰动 $d(s)$ 包括环境扰动和执行器噪声, 分别为卫星剩磁力矩扰动、由于形心与质心不一致引起的气阻与光压力矩、以及微推力器噪声, 频域特性分别如图9~12所示。量测噪声 $\eta(s)$ 为差分波前测角噪声, 为功率谱密度不高于 $10 \text{ nradHz}^{-1/2}$ 的白噪声。

与无拖曳控制器设计过程类似, 选择加权函数

$$W_s(s) = \frac{0.5(s+0.0817)^4}{(s+1.225 \times 10^{-4})^4} \quad (27)$$

$$W_T(s) = \frac{9.8765 \times 10^6 (s+0.9426)^4}{(s+62.8420)^4} \quad (28)$$

得到最终的设计结果 $S_{\text{Design}}(s)$ 和 $T_{\text{Design}}(s)$ 如图15所示。

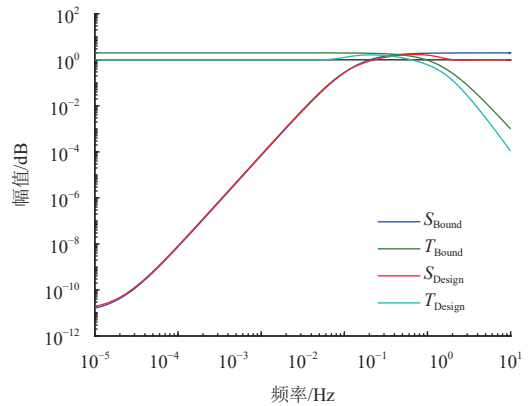


图15 卫星姿态控制回路设计结果

Fig. 15 Design result of spacecraft attitude control loop

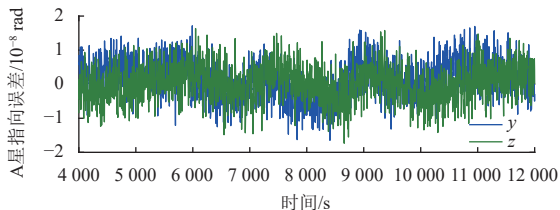
4 仿真实验

本文基于simulink仿真平台构建双星系统, 以A2模式为例验证对所设计的 H_∞ 无拖曳控制器进行闭环全系统数值仿真验证。仿真参数见表4, 扰动与噪声基于图9~12由单位白噪声通过低通滤波器进行建模。仿真结果如图16~23所示。

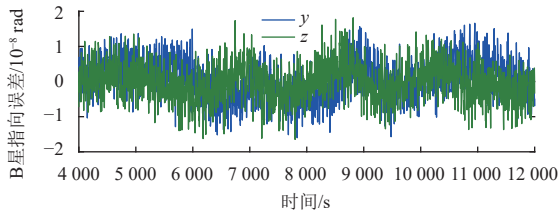
表 4 仿真参数

Table 4 Simulation parameters

部件	参数	值
卫星平台	质量	700 kg
	转动惯量	$I_b = \begin{bmatrix} 450 & & \\ & 450 & \\ & & 450 \end{bmatrix} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
检验质量	质量	1.96 kg
	转动惯量	$I_{tm} = \begin{bmatrix} 6.913 & & \\ & 6.913 & \\ & & 6.913 \end{bmatrix} \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
	相对平台 质心位置	$r_{btm1} = [0.346\ 4, 0.2, 0] \text{ m}$ $r_{btm2} = [0.346\ 4, -0.2, 0] \text{ m}$
/	仿真时间	12 000 s
/	进入科学 模式时刻	4 000 s



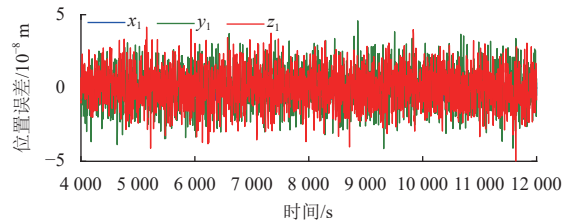
(a) 卫星A姿态



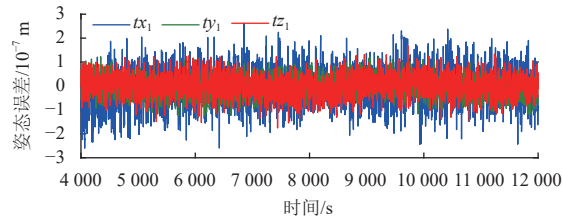
(b) 卫星B姿态

图 16 双星y、z方向姿态控制误差时间曲线

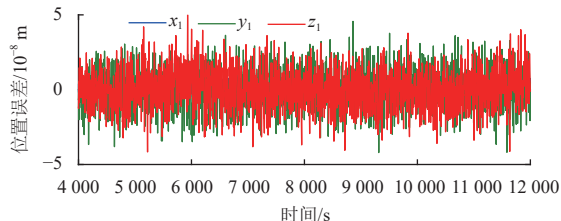
Fig. 16 Time histories of axis y and z control errors of two spacecraft attitudes



(a) A星的TM1位姿



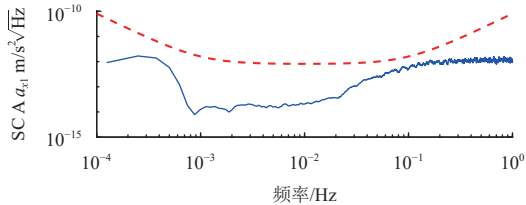
(a) A星的TM1位姿



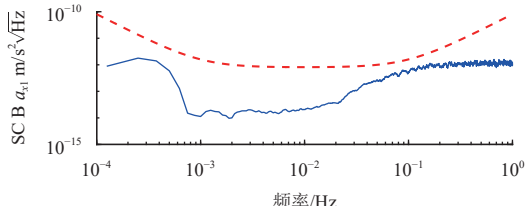
(b) B星的TM1位姿

图 17 双星双检验质量的位姿控制误差时间曲线

Fig. 17 Time histories of pose control errors of TM1 in two spacecraft



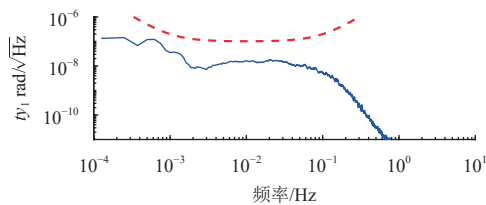
(a) 卫星A的TM1



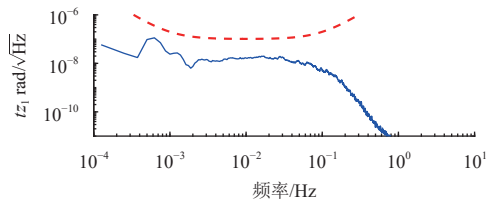
(b) 卫星B的TM1

图 18 双星双检验质量x方向残余加速度的功率谱密度

Fig. 18 PSD of the residual acceleration of TM1's axis x in two spacecraft



(a) A星y、z方向姿态控制误差



(a) A星y、z方向姿态控制误差

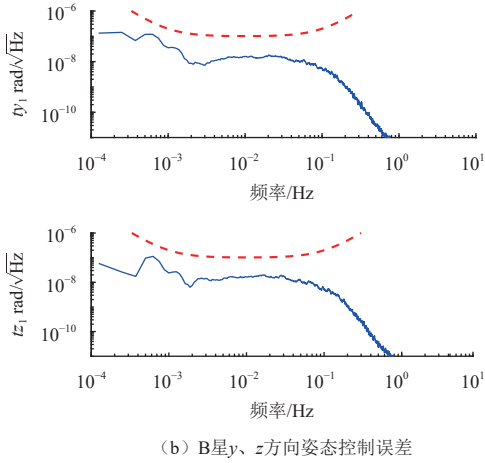


图19 两星y、z方向姿态控制误差功率谱密度
Fig. 19 PSD of axis y and z control errors of two spacecraft attitudes

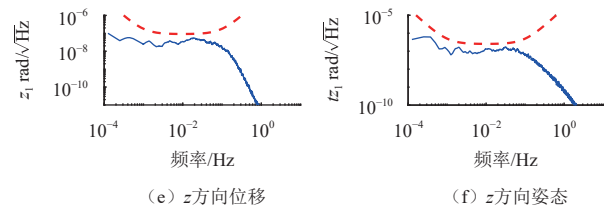


图21 B星的检验质量1的位姿控制误差功率谱密度
Fig. 21 PSD of pose control errors of TM1 in spacecraft B

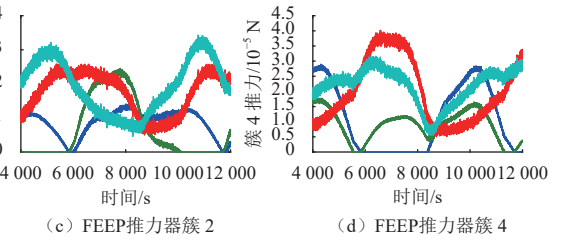
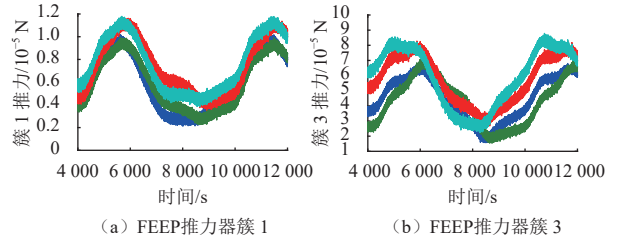


图22 A星4个FEET推力器簇的各推力器输出推力曲线
Fig. 22 Time histories of output forces of FEETs on spacecraft A

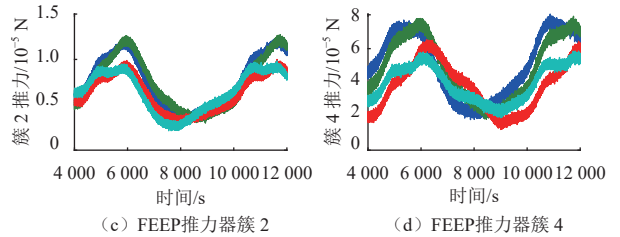
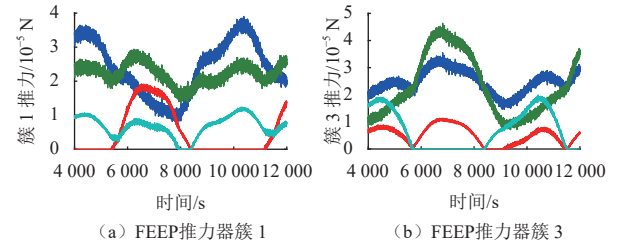


图23 B星4个FEET推力器簇的各推力器输出推力曲线
Fig. 23 Time histories of output forces of FEETs on spacecraft B

图16和图17分别为A、B两星姿态指向和检验质量6自由度控制误差时间曲线, 图18为A、B两星检验质量x₁方向残余加速度的功率谱密度, 图19~图21分别为对应的控制误差功率谱密度曲线, 其中红色虚线表示各自由度的残余加速度指标, 蓝线表示控制器作用下的状态响应, 图22和图23分别对应两星各推力器簇

的各推力器输出推力的时间曲线。由仿真结果可以看出,在1 mHz ~ 0.1 Hz测量频段,双星间指向误差水平、检验质量位置-姿态误差控制水平、检验质量敏感轴方向残余加速度水平基本满足控制指标。且各推力器执行范围在推力范围之内,波动量较小。

5 结 论

本文针对地心轨道的双检验质量无拖曳卫星,研究了科学测量模式的控制方案设计以及高精度鲁棒控制器设计问题。首先结合科学任务需求和地心轨道特点给出了科学测量模式的配置方案。然后基于动力学耦合特性和控制时频特性要求,将复杂系统动力学模型解耦为卫星姿态、无拖曳和静电悬浮3个控制回路,并结合任务指标要求确定各控制回路的控制指标。考虑到无拖曳控制的频域指标以及系统对于鲁棒稳定性和抗干扰能力的需求,采用 H_∞ 鲁棒控制理论的混合灵敏度方法,基于科学指标和扰动的频谱模型构建了灵敏度函数与补灵敏度函数的约束边界,并提出了一种具有抗干扰能力的无拖曳鲁棒控制器,通过数值仿真验证了所设计的控制器的有效性,同时表明了设计思路的合理性。本文的研究为无拖曳控制系统的传感器和执行机构的可行性噪声上限估计提供了验证依据,也为未来的工程设计提供了理论参考价值。

参 考 文 献

- [1] 胡明,李洪银,周泽兵. 无拖曳控制技术及其应用[J]. *载人航天*, 2013, 19(2): 61-69.
HU M, LI H Y, ZHOU Z B. Drag-free control technology and its applications[J]. *Manned Spaceflight*, 2013, 19(2): 61-69.
- [2] DEBRA D B. Drag-free control for fundamental physics missions[J]. *Advances in Space Research*, 2003, 32(7): 1221-1226.
- [3] DITTUS H, LAMMERZAHN C, TURYSHRV S G. Lasers, clocks and drag-free control: exploration of relativistic gravity in space[M]. Germany: Springer Press, 2008.
- [4] PUGH G E. Proposal for a satellite test of the Coriolis predictions of general relativity[R]. USA: WSEG Research Memorandum, 1959.
- [5] LANGE B. The Drag-Free Satellite[J]. *AIAA Journal*, 1964, 2(9): 1590-1606.
- [6] GATH P F, SCHULTE H R, WEISE D, et al. Drag free and attitude control system design for the LISA science mode [C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. USA: AIAA, 2007.
- [7] 吴树范,王楠,龚德仁. 引力波探测科学任务关键技术[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2020, 7(2): 118-127.
WU S F, WANG N, GONG D. Key technologies for space science

gravitational wave detection[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2020, 7(2): 118-127.

- [8] ROBERT A, CIPOLLA V, PRIEUR P, et al. MICROSCOPE satellite and its Drag-Free and attitude control system: France, 2012.06479 [P]. 2020-12-22.
- [9] LI J, BENCZE W J, DEBRA G, et al. On-orbit performance of Gravity Probe B drag-free translation control and orbit determination[J]. *Advances in Space Research*, 2007, 40: 1-10.
- [10] SECHI G, BUONOCORE M, COMETTO F, et al. In-flight results from the drag-free and attitude control of GOCE satellite[C]//18th IFAC World Congress. Milano, Italy: [s. n.], 2011.
- [11] PRIETO D, BONA B. Orbit and attitude control for the European satellite GOCE [C]//Proceedings of 2005 IEEE Networking, Sensing and Control. [S. l.]: IEEE, 2005.
- [12] CANUTO E. Drag-free and attitude control for the GOCE satellite[J]. *Automatica*, 2008, 44(7): 1766-1780.
- [13] CANUTO E, MASSOTTI L. All-propulsion design of the drag-free and attitude control of the European satellite GOCE[J]. *Acta Astronautica*, 2009, 64(2): 325-344.
- [14] FICHTER W, GATH P, VITALE S, et al. LISA Pathfinder drag-free control and system implications[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 22(10): 139-148.
- [15] PRIETP D, AHMAD Z. A drag free control based on model predictive techniques [C]//Proceedings of 2005 American Control Conference. Portland, USA: IEEE, 2005.
- [16] FAN H J, ZHANG Y F, ZHAO X. Finite-time control for LEO drag-free satellite with stochastic disturbance [C]//Proceedings of the 27th Chinese Control and Decision Conference. Qingdao, China: IEEE, 2015.
- [17] 杨飞,谈树萍,薛文超,等. 饱和约束测量扩张状态滤波与无拖曳卫星姿态自抗扰控制[J]. *自动化学报*, 2020, 46(11): 2337-2349.
YANG F, TAN S P, XUE W C, et al. Extended state filtering with saturation-constrained observations and active disturbance rejection control of position and attitude for drag-free satellites[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(11): 2337-2349.
- [18] CIRILLO F. Controller design for the acquisition phase of the LISA mission using a Kalman filter[D]. Pisa: University of Pisa, 2007.

作者简介:

范一迪(1993-),女,研究助理,主要研究方向:航天器动力学与控制。
通信地址:上海市浦东新区雪洋路1号(201304)

E-mail: fanyd@microsat.com

王鹏程(1985-),男,副研究员,主要研究方向:航天器控制理论与控制工程。**本文通信作者。**

通信地址:上海市浦东新区雪洋路1号(201304)

E-mail: wangpc@microsat.com

张永合(1977-),男,研究员,主要研究方向:航天飞行器动力学与智能控制,航天器编队飞行与控制、空间智能机器人及遥操作。**本文通信作者。**

通信地址:上海市浦东新区雪洋路1号(201304)

E-mail: zhangyh@microsat.com

Robust Controller Design for Drag-Free Satellites with Two Test Masses

FAN Yidi, WANG Pengcheng, LU Wei, AN Ke, ZHANG Yonghe

(Innovation Academy for Microsatellites, Chinese Academy of Science, Shanghai 201304, China)

Abstract: This paper discussed the attitude and drag-free control of two Earth-orbit drag-free satellites with two test masses. The control schemes of the science mode were designed, and a robust controller capable of resisting disturbances was proposed. First of all, based on the science requirements and the LEO characteristics, the configuration scheme for the science mode was designed, to present a stable observation platform for the detection mission. Secondly, decoupling the complex system dynamics model based on characteristics of dynamic coupling and control time-frequency, three loops—the spacecraft attitude control loop, the drag-free control loop and the suspension control loop—were produced. Control requirements for each loop were specified according to mission requirements. Thirdly, taking into account the control requirements in frequency domain and the spectral models of various external disturbances and sensor noises, constrains for sensitivity functions and complementary sensitivity functions of each control loop were derived utilizing the mixed-sensitivity method of H_∞ robust control theory. By selecting appropriate weight functions, an H_∞ robust controller was designed. Finally, simulation results indicate that not only the inter-satellites pointing error but also the pose errors and residual acceleration of test masses satisfy the control index requirements, which verifies the effectiveness of the designed controller.

Keywords: drag-free control; earth orbit; H_∞ robust control; mixed sensitivity

Highlights:

- Control schemes of the science mode for the two LEO drag-free satellites with two test masses is designed.
- The dynamics model of the satellite with two test masses are decoupled into the spacecraft attitude control loop, the drag-free control loop and the suspension control loop.
- Constrains for sensitivity functions and complementary sensitivity functions of each control loop are derived based on an analysis of spectral models of the main disturbances for LEO.
- An H_∞ robust controller capable of resisting disturbances is designed for each control loop.

[责任编辑: 高莎, 英文审校: 宋利辉]