

DRO 卫星编队同波束差分相对导航

李霜琳^{1,2}, 蒲京辉^{1,2}, 郭鹏斌², 王文彬², 张 伟²

(1. 中国科学院大学 航空宇航学院, 北京 100049; 2. 中国科学院 空间应用技术与工程中心, 北京 100094)

摘要: 针对地月空间远距离逆行轨道 (Distant Retrograde Orbit, DRO) 卫星编队相对导航的需求, 提出一种同波束差分相对导航方法。在地月空间中, 2 颗 DRO 卫星所构成的编队可被 1 颗近地球轨道 (Low Earth Orbit, LEO) 卫星发出的测量波束所覆盖, 从而与该 LEO 卫星同时建立 2 条观测链路。由这 2 条测量链路得到的差分测量数据与地月三体轨道动力学模型相结合, 即可实现 DRO 卫星编队相对导航。DRO 处于地月三体引力场非对称性较强的空间, 根据 LiAISON 原理, 运行于该轨道的卫星与 LEO 卫星建立的 1 条测量链路即可实现自主导航, 从而可确定其中 1 颗 DRO 编队卫星与 LEO 卫星的绝对轨道状态。同波束差分相对导航方法以两星的绝对状态作为约束条件, 利用差分测量数据消除测量中的共同误差, 可获得 DRO 卫星编队的高精度相对状态。分别对 DRO 近距离卫星编队 (星间距离为 50 km) 及 DRO 远距离卫星编队 (星间距离为数万 km) 相对导航的性能进行了仿真测试。结果显示, 星间测距噪声为 0.5 m 时, 相对导航位置精度为 5 m, 该结果比利用绝对导航作差提高了 4 倍。

关键词: 地月空间; 相对导航; 星间测距链路 (SST); 远距离逆行轨道 (DRO); LiAISON

中图分类号: V448

文献标识码: A

文章编号: 2096-9287(2023)02-0211-09

DOI: 10.15982/j.issn.2096-9287.2023.20230016

引用格式: 李霜琳, 蒲京辉, 郭鹏斌, 等. DRO 卫星编队同波束差分相对导航[J]. 深空探测学报 (中英文), 2023, 10 (2): 211-219.

Reference format: LI S L, PU J H, GUO P B, et al. Single-beam differential relative navigation of DRO satellite formation[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2023, 10 (2): 211-219.

引 言

地月空间具有丰富的战略资源。为进一步开发利用地月空间, 各国已开展了一系列月球探测活动^[1]。地月空间卫星编队在开展抵近伴飞、接近绕飞、交会对接等活动时对相对导航定位精度有较高的要求。远距离逆行轨道 (Distant Retrograde Orbit, DRO) 是地月空间开展探测任务的理想轨道、地月空间引力势能高的关键轨道资源, 以及连接近地、近月、深空的枢纽, 具有轨道稳定性和独特的三体轨道动力学特性。近年来, 学者们对 DRO 的稳定性、形状特点、低能耗转移问题也进行了一系列研究^[2-5], 但针对 DRO 卫星编队相对导航方法的研究仍不足。为此, 本文针对运行在 DRO 轨道上的 2 个卫星开展高精度相对导航技术研究, 提出一种为 DRO 卫星编队提供高精度自主相对导航服务的方法。

卫星编队相对导航是指利用观测数据获得 2 个卫星之间的相对位置和速度信息的过程。全球导航卫星系统 (Global Navigation Satellite System, GNSS) 差分导

航在近地编队卫星的相对导航中取得了巨大成功^[6-9]。但在地月空间中, 编队卫星接收到的 GNSS 信号弱^[10-11], 难以满足 GNSS 差分导航至少共视 4 颗导航卫星的几何约束条件^[12-13], 因此 GNSS 导航卫星不适合为高轨卫星编队提供相对导航服务。此外, 已有许多学者对基于卫星编队之间相对测量的相对导航问题进行了研究。由于缺乏视线角信息, 仅测距相对导航在相对运动轨道动力学环境下存在多解问题^[14]。已有许多学者针对这一问题提出多种解决方法^[15-16], 但这些方法仅适用于近距离的卫星编队, 目前对远距离卫星编队的高精度相对导航问题研究仍不足。与仅测距的卫星编队相对导航问题相同, 目前基于测距与测距率^[17]组合相对导航及仅测角相对导航的研究^[18-19]大都局限于近地的近距离卫星编队, 针对深空轨道卫星编队及远距离卫星编队的相对导航问题还有待进一步研究。

星间链路自主导航 (Linked, Autonomous, Interplanetary Satellite Orbit Navigation, LiAISON) 方法可利用三体引力场非对称性来确定卫星的绝对位置^[20]。

收稿日期: 2023-02-17 修回日期: 2023-03-21

基金项目: 中国科学院战略性先导科技专项资助 (XDA 30010300)

学者们对LiAISON自主导航原理在地月空间中的应用进行了大量研究: Parker等^[21]证明利用LiAISON自主导航方法在地月L1和L2平动点增加导航卫星可提高导航精度, Leonard等^[22]探索了LiAISON在载人航天器中的应用, Hesar等^[23]研究利用LiAISON在月球背面进行绝对导航的导航精度, 王文彬等^[24]研究了利用LiAISON导航确定DRO轨道绝对状态的精度问题。现今LiAISON星间链路自主导航方法已有了成熟的理论支撑。这些研究表明, DRO轨道与位于L1、L2平动点的Halo轨道均位于地月三体引力场非对称性较强的区域。组成编队的2颗DRO卫星可分别与近地轨道(Low Earth Orbit, LEO)卫星建立星间链路并获得测量数据, 利用LiAISON定轨方法算出它们的绝对位置信息, 通过作差得到卫星编队的相对状态。但已有研究表明地月空间自主导航精度易受动力学扰动和星间测距序列(Satellite-to-Satellite Tracking, SST)的测量噪声影响, 最终得到的卫星编队相对状态精度不高。

在本文提出的同波束差分相对导航方法中, DRO卫星编队利用其所在引力场的非对称性, 编队卫星之间没有观测数据, 只需同时共视1颗LEO卫星(以下简称L星)即可实现相对导航^[25]。此外, 该方法利用差分测量数据消除测量过程中的共同误差, 可提高测量精度与相对导航精度。DRO卫星编队同波束差分相对导航的示意图如图1所示, 1颗L星发出的同一测量波束同时覆盖DRO卫星编队上的2颗卫星, 2颗DRO卫星分别接收到来自于L星的测距数据并通过差分获得差分测量数据。卫星编队通过对差分测量数据进行累积获得差分测距序列, 根据该序列可确定DRO卫星编队的相对状态。图1中 ρ_A 、 ρ_B 分别为DRO编队卫星与L星之间的几何距离, $\rho_{AB} = \rho_B - \rho_A$ 为差分距离。

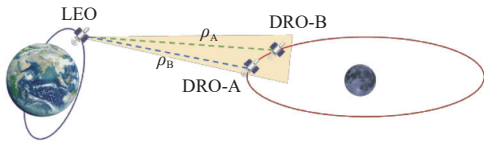


图1 地月旋转坐标系^[26]下同波束差分相对导航示意图

Fig. 1 Schematic diagram of single-beam differential navigation, expressed in Earth-Moon rotating coordinate system^[26]

1 同波束差分测量

Hill等^[20]提出的LiAISON原理表明: 一个位于非对称引力场的卫星与另一个卫星建立星间测量链路并积累一段时间的SST测量序列, 仅依靠该序列即可确定2颗卫星在惯性空间的绝对状态。这是由于在非对称的引力场中, 卫星轨道具有唯一性, 即卫星的轨道形状

(偏心率)和大小(半长轴)与绝对轨道方位(包括升交点赤经、近地点幅角和轨道倾角)是一一对应的。利用累积一段时间的星间测距序列能够确定轨道的大小、形状和卫星在轨道上的相位, 同时也能唯一确定绝对轨道方位。

在图1中, DRO-A和DRO-B这2颗DRO编队卫星均处于地月空间三体非对称引力场, 它们与LEO卫星(L星)的单独测量链路均能确定其绝对轨道。相对导航过程需用到L星与DRO-A卫星的绝对轨道。绝对轨道的计算通过LiAISON定轨算法实现, 这个过程仅需用到这2颗星的星间测距数据。在以一颗DRO卫星与L星的绝对轨道作为约束的基础上, 结合地月三体轨道的轨道动力学模型, 使用扩展卡尔曼滤波算法对同波束差分测量序列进行处理, 即可确定DRO卫星编队的相对轨道。

在该场景中, DRO-A、DRO-B卫星可通过与L星建立星间测距链路确定它们的绝对轨道, 再将绝对轨道相减得到卫星编队的相对状态。但由于星间测距数据受卫星收发时延、钟差等因素影响, 测量精度不高。在卫星编队利用LiAISON原理进行自主导航时, 卫星的绝对定轨精度会受测量精度影响^[27], 利用绝对定轨结果相减得到的相对状态的精度也不高。同波束差分相对导航方法使用的差分测量数据具有可消除或减少导航卫星收发时延和钟差等误差的优点, 因此可获得具有较高精度的相对导航结果。

2 相对导航实现方法

DRO编队相对导航方法, 1颗LEO卫星发出的测量波束覆盖整个DRO双星编队, 2颗DRO卫星接收获得SST测量序列。该方法首先使用DRO-A卫星的SST测量序列, 利用LiAISON自主导航方法获得DRO-A卫星与L星的绝对轨道, 并将其作为参考轨道。接着对编队卫星的2组观测值进行差分, 得到观测差分数据。最后将根据参考轨道信息和观测差分数据利用扩展卡尔曼滤波对卫星编队的相对状态信息进行估计。利用LiAISON原理获取DRO-LEO链路两端卫星的绝对轨道的方法在文献[24]中已有详细介绍, 本节将对利用差分观测获得相对状态的方法进行介绍。

本文提出的同波束差分相对导航方法暂不估计相对动力学参数与相对时钟等信息, 所考虑的待估相对状态 \mathbf{X} 仅包括DRO卫星编队中的相对位置与相对速度

$$\mathbf{X} = \mathbf{y}_{AB} = (\mathbf{r}_{AB}, \mathbf{v}_{AB}) \quad (1)$$

其中: \mathbf{y}_{AB} 为相对状态, 包含两星间的相对位置 $\mathbf{r}_{AB} =$

$\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A$ 和相对速度 $\mathbf{v}_{AB} = \mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A$, 其中A与B分别代指卫星编队中的DRO-A与DRO-B卫星。

2.1 差分测距模型及其线性化

在同一接收 t 时刻, DRO卫星编队同时接收到来自共视卫星LEO的测距信息为

$$\begin{cases} R_A^L(t) = \|\mathbf{r}_A(t) - \mathbf{r}_L(\tilde{t}_A)\| + c(D_A^R + D_L^S) + \\ \quad c[\delta\tau_A(t) - \delta\tau_L(\tilde{t}_A)] + \varepsilon_A \\ R_B^L(t) = \|\mathbf{r}_B(t) - \mathbf{r}_L(\tilde{t}_B)\| + c(D_B^R + D_L^S) + \\ \quad c[\delta\tau_B(t) - \delta\tau_L(\tilde{t}_B)] + \varepsilon_B \end{cases} \quad (2)$$

其中: $R_A^L(t)$ 为DRO-A卫星在 t 时刻接收到来自于L星的测距信息; $R_B^L(t)$ 为DRO-B卫星在 t 时刻接收到来自于L星的测距信息; \mathbf{r}_A 、 \mathbf{r}_B 、 \mathbf{r}_L 分别为DRO-A、DRO-B卫星以及L星在地心系的质心向量; \tilde{t}_A 为DRO-A卫星在 t 时刻收到L星在 \tilde{t}_A 时刻发出的信号; \tilde{t}_B 为DRO-B卫星在 t 时刻收到L星在 \tilde{t}_B 时刻发出的信号; D_A^R 、 D_B^R 、 D_L^S 分别为DRO-A卫星、DRO-B卫星的信号接收时延以及L星的信号发送时延; $\delta\tau_A$ 、 $\delta\tau_B$ 、 $\delta\tau_L$ 分别为三星钟差; ε_A 、 ε_B 为测量热噪声, 将会建模为高斯白噪声, $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon)$, 系统白噪声 (1σ) 小于0.5 m。

根据测距模型可将差分测距量 $\mathbf{z}(t)$ 表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(t) = R_B^L(t) - R_A^L(t) = & \|\mathbf{r}_B(t) - \mathbf{r}_L(\tilde{t}_B)\| - \|\mathbf{r}_A(t) - \mathbf{r}_L(\tilde{t}_A)\| + \\ & c(D_B^R - D_A^R) + c(\delta\tau_B(t) - \delta\tau_A(t)) + \\ & c(\delta\tau_L(\tilde{t}_B) - \delta\tau_L(\tilde{t}_A)) + \varepsilon_B - \varepsilon_A \end{aligned} \quad (3)$$

假设在DRO卫星编队中DRO-A与DRO-B卫星的硬件配置相同, 即 $D_B^R = D_A^R$ 。且由于 $\tilde{t}_B - \tilde{t}_A$ 较小, 在这段时间内的L星钟差变化可忽略。卫星编队的钟差可通过与L星建立链路实时校准, 在本文的相对状态的计算中, 暂不考虑编队卫星间的相对钟差, 式(3)可进一步表示为

$$\mathbf{z}(t) = \rho_B(t) - \rho_A(t) + \varepsilon_B - \varepsilon_A = \rho_{AB}(t) + \varepsilon_B - \varepsilon_A \quad (4)$$

由式(4)可知, 差分观测量可消除测距链路中收发时延及由共视卫星引起的共同时钟延迟。

接下来对星间几何距离进行线性化处理。由于DRO-A卫星与L星的位置先验已知, 那么 ρ_A 也是已知的。仅需对 ρ_B 进行线性化, ρ_B 可线性化为

$$\rho_B(t) = \rho_B(t_0) - \mathbf{e}_B(t)\Delta\mathbf{r}_B(t) + \mathbf{e}_B(t)\Delta\mathbf{r}_L(t) = \rho_B(t_0) - \mathbf{e}_B(t)\Delta\mathbf{r}_B(t) \quad (5)$$

其中: $\rho_B(t_0)$ 为DRO-B卫星与L星的先验距离; \mathbf{e}_B 分别为DRO-B卫星相对于L星的视场矢量; $\Delta\mathbf{r}_B$ 与 $\Delta\mathbf{r}_L$ 分别为DRO-B卫星与L星的位置相对于先验位置的偏移量。由于L星的状态已通过自主导航确定, 因此可有

$$\Delta\mathbf{r}_L(t) = 0。$$

DRO-A卫星与DRO-B卫星与LEO卫星的同波束差分几何距离 ρ_{AB} 可进一步表示为

$$\rho_{AB}(t) = \rho_B(t) - \rho_A(t) = \rho_{AB}(t_0) - \mathbf{e}_B(t)\Delta\mathbf{r}_B(t) \quad (6)$$

其中:

$$\mathbf{e}_B(t) = \frac{\mathbf{r}_L(\tilde{t}_B) - \mathbf{r}_B(t)}{\|\mathbf{r}_L(\tilde{t}_B) - \mathbf{r}_B(t)\|} \quad (7)$$

其中: $\rho_{AB}(t_0)$ 为DRO-A卫星与DRO-B卫星的先验同波束差分几何距离, 可根据估计的相对状态与已知的DRO-A卫星与L星计算得到。

本文中待估参数为卫星编队的相对位置状态与相对速度状态, 而DRO-A卫星已通过自主导航确定, 即有 $\Delta\mathbf{r}_A = 0$, 那么 $\Delta\mathbf{r}_{AB}(t) = \Delta\mathbf{r}_B(t)$ 。测量模型可进一步表示为

$$\mathbf{z}(t) = \rho_{AB}(t_0) - \mathbf{e}_B(t)\Delta\mathbf{r}_{AB}(t) + \varepsilon_B - \varepsilon_A \quad (8)$$

2.2 相对动力学模型

相对导航的待估状态 \mathbf{y} 可由一组一阶常微分方程确定

$$\frac{d\mathbf{y}_{AB}(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{AB}(t) \\ \mathbf{a}_{AB}(t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中: $\mathbf{a}_{AB}(t) = \mathbf{a}_B(t) - \mathbf{a}_A(t)$ 表示DRO-A与DRO-B卫星的相对加速度。

但这种卫星相对运动模型精度较低, 故本文选择从单个卫星的动力学模型中获得卫星相对运动的“伪”相对动力学^[28]。在导航过程中, 具体的动力学模型参数如表1所示, 积分中所选用的坐标系为地球惯性J2000坐标系。在这里由于DRO-A卫星作为参考轨道完全已知, t_{i-1} 到 t_i 的相对状态的积分只需单独积分DRO-B卫星的状态 \mathbf{y}_B , 再将2个绝对卫星的绝对状态相减得到 t_i 时刻的相对状态 \mathbf{y}_{AB} , 卫星编队的相对状态更新示意如图2所示。

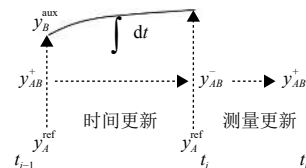


图2 卫星编队相对状态更新示意图

Fig. 2 Schematic diagram of relative status update

时间更新前, DRO-B卫星的状态 $\mathbf{y}_B^{\text{aux}}(t_{i-1})$ 确定方法为

$$\mathbf{y}_B^{\text{aux}}(t_{i-1}) = \mathbf{y}_A(t_{i-1}) + \mathbf{y}_{AB}^+(t_{i-1}) \quad (10)$$

其中: \mathbf{y}_A 为先验的DRO-A卫星状态, 由DRO-A卫星的参考轨道确定; $\mathbf{y}_{AB}^+(t_{i-1})$ 为 t_{i-1} 时刻的DRO卫星编队的相对状态。

在时间更新过程中, 对DRO-B卫星的轨道进行积分获得 t_i 时刻的状态 $\mathbf{y}_B^-(t_i)$

$$\mathbf{y}_B^-(t_i) = \mathbf{y}_B^{\text{aux}}(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} f[t, \mathbf{y}_B^-(t), \mathbf{a}_B(t)] dt \quad (11)$$

其中: f 为动力学积分函数。

那么相对轨道状态 \mathbf{y}_{AB}^- 为

$$\mathbf{y}_{AB}^-(t_i) = \mathbf{y}_B^-(t_i) - \mathbf{y}_A^-(t_i) \quad (12)$$

轨道相对状态的状态转移矩阵

$$\Phi(t_i, t_{i-1}) = \frac{\partial \mathbf{y}_{AB}(t_i)}{\partial \mathbf{y}_{AB}(t_{i-1})} = \Phi_B(t_i, t_{i-1}) - \Phi_A(t_i, t_{i-1}) \quad (13)$$

其中: Φ 为卫星编队相对状态的状态转移矩阵; Φ_A 、 Φ_B 分别为DRO-A与DRO-B卫星的状态转移矩阵。

2.3 扩展卡尔曼滤波 (EKF)

本研究选择便于实时应用的扩展卡尔曼滤波算法^[29]。给定时间 t_0 的初始状态和状态协方差 \mathbf{P}_0 , 利用扩展卡尔曼滤波处理连续测量时段的差分SST数据。这个过程包括2个步骤。第1个步骤是“时间更新”, 将前一个时刻 t_{i-1} 的待估参数 \mathbf{X}_{i-1}^+ 和状态协方差矩阵 \mathbf{P}_{i-1}^+ 外推到当前测量时刻 t_i

$$\begin{cases} \mathbf{X}_i^- = \mathbf{X}(t_i, \mathbf{X}(t_{i-1}) = \mathbf{X}_{i-1}^+) \\ \mathbf{P}_i^- = \Phi_i \mathbf{P}_{i-1}^+ \Phi_i^T + \Gamma_Y \mathbf{Q}_u \Gamma_Y^T \end{cases} \quad (14)$$

其中: \mathbf{X}_i^- 为时间更新后的状态量, 由动力学估计的结果 (估计方法如式 (9) ~ (12) 所示); \mathbf{P}_i^- 为时间更新后的协方差矩阵; Γ_Y^T 为过程噪声变化矩阵其计算如式 (15) 所示; \mathbf{Q}_u 为过程噪声补偿矩阵, 是 3×3 的对角矩阵, 对角线元素的平方根称为过程噪声标准差, 其值根据未建模动态误差的大小来设置。通过调节过程噪声矩阵的值可防止状态协方差矩阵的过快收敛, 并允许未来的测量值持续影响滤波器估计。在仿真测试中, \mathbf{Q}_u 中对角线元素的大小通过试错法进行确定。

$$\Gamma_Y(t_i, t_{i-1}) = \frac{\partial \mathbf{Y}(t_i)}{\partial \mathbf{u}(t_{i-1})} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^2}{2} \times \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \Delta t \times \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中: Δt 为积分步长; $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为 3×3 单位矩阵。

第2个步骤是“测量更新”, 利用模型值与测量值的残差, 更新待估参数 \mathbf{X}_i 和状态误差协方差矩阵 \mathbf{P}_i , 测量更新过程为

$$\begin{cases} \mathbf{K}_i = \mathbf{P}_i^- \mathbf{H}_i^T (\mathbf{R}_i + \mathbf{H}_i \mathbf{P}_i^- \mathbf{H}_i^T)^{-1} \\ \mathbf{X}_i^+ = \mathbf{X}_i^- + \mathbf{K}_i [\mathbf{z}_i - \mathbf{h}(\mathbf{X}_i^-)] \\ \mathbf{P}_i^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i) \mathbf{P}_i^- (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i)^T + \mathbf{K}_i \mathbf{R}_i \mathbf{K}_i^T \end{cases} \quad (16)$$

其中: \mathbf{K}_i 为卡尔曼增益; \mathbf{R}_i 为测量噪声协方差对角矩阵, 对角元素为测量热噪声的方差; \mathbf{H}_i 为设计矩阵, 包含模型测量值相对于滤波器状态值的偏导数, 可体现出测量模型与导航状态模型的映射关系。设计矩阵的计算方式如式 (17) 所示; \mathbf{z}_i 为当前时刻的差分观测数据; $\mathbf{h}(\mathbf{X}_i^-)$ 为根据时间更新后的相对状态求解得到的模型计算值。

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{r}_{AB}} & \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{v}_{AB}} \end{bmatrix} = [-\mathbf{e}_B(t_i) \quad \mathbf{0}_{1 \times 3}] \quad (17)$$

模型计算值 $\mathbf{h}(\mathbf{X}_i^-)$ 是先验同波束差分几何距离, 由时间更新后的导航状态计算得到, 具体计算方法为

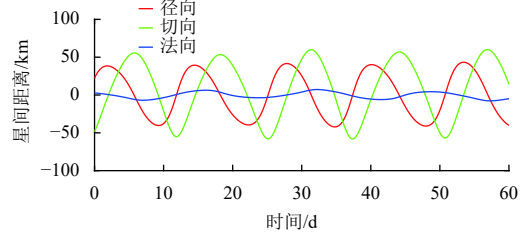
$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{X}_i^-) &= \rho_{AB}(t_i) = \rho_B(t_i) - \rho_A(t_i) = \\ &= \|\mathbf{r}_A(t_i) + \mathbf{r}_{AB}(t_i) - \mathbf{r}_L(t_i)\| - \|\mathbf{r}_A(t_i) - \mathbf{r}_L(t_i)\| \end{aligned} \quad (18)$$

其中: $\mathbf{r}_{AB}(t_i)$ 为时间更新后的相对位置状态; $\mathbf{r}_A(t_i)$ 与 $\mathbf{r}_L(t_i)$ 分别表示DRO-A卫星与L星的位置状态, 均先验已知。

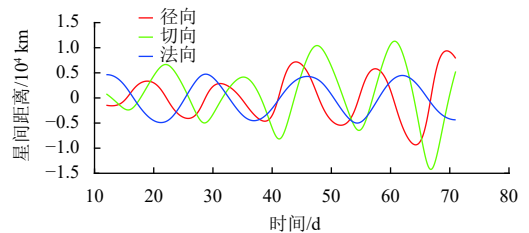
3 仿真校验

3.1 仿真设置条件

由第1节可知, DRO轨道位于引力非对称区域, 是用于卫星自主导航的理想轨道, 本次仿真选用距离地球约40万km、距离月球7~10万km的DRO轨道。近距离DRO卫星编队与远距离DRO卫星编队的相对距离分解到径向、切向和法向上的曲线如图3所示。



(a) 近距离卫星编队星间距离变化



(b) 远距离卫星编队星间距离变化

图3 两个DRO卫星编队的相对距离变化

Fig. 3 Variation of relative distances of two DRO satellites

由图3可知, 3个方向的星间距离变化幅值接近且呈现周期性变化, 变化周期大致与DRO卫星绕月周期相同(14 d左右)。星间距离变化较慢, 可能会延长相对导航的收敛时间。过程噪声协方差设置为选择接近于测量噪声水平。利用LEO轨道的短周期特性, 其它卫星与LEO卫星建立的星间测距链路具有构型变化快的优点, 有利于卫星轨道的状态快速收敛。在仿真实验中选用轨道高度为500 km的太阳同步轨道, 其轨道周期为1.5 h。

仿真时间长度为40 d。生成参考卫星轨道的动力学模型与积分器参数设置如表1所示。

表1 动力学模型与积分器参数

Table 1 Dynamic model and integrator parameters

参数	值
行星星历	DE405
地球引力场	70×70 GGM01C
月球引力场	20×20 GL0120B
太阳引力场	点质量模型
太阳辐射光压系数 C_r	1.3
面质比/($\text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$)	0.02
大气阻力系数 C_d	2.2
积分模型	RK4
积分步长/s	60.0

3.2 克拉美罗下限分析

为验证相对导航的可观测性, 对同波束差分相对导航进行了克拉美罗下限分析。克拉美罗下限分析(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)是某个无偏估计量在最优情况下可能达到的不确定性的最佳估计精度, 故对于真实的滤波结果均有

$$\mathbf{P} \geq \mathbf{P}^* \quad (19)$$

其中: \mathbf{P} 为未知状态参数的任何无偏估计相对应的估计误差协方差矩阵; \mathbf{P}^* 为CRLB下限。

对于初始时刻, CRLB下限中协方差的计算方法为

$$\mathbf{P}^*(t_0) = \mathbf{P}^{-1}(t_0) \quad (20)$$

其中: 初始时刻的 $\mathbf{P}(t_0)$ 为对角矩阵, 对角线中的元素为初始状态误差的平方。

其它时刻CRLB协方差矩阵的更新方法为

$$\mathbf{P}^{*-1}(t_i) = \left[\Phi(t_i, t_{i-1}) \mathbf{P}^*(t_{i-1}) \Phi(t_i, t_{i-1})^T \right]^{-1} + \mathbf{H}(t_i)^T \mathbf{R}(t_i) \mathbf{H}(t_i) \quad (21)$$

在克拉美罗下限的计算中, 状态转移矩阵 $\Phi(t_i, t_{i-1})$ 为

$$\Phi(t_i, t_{i-1}) = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{y}_{AB}^{\text{ref}}(t_{i-1})} \quad (22)$$

其中: $\mathbf{y}_{AB}^{\text{ref}}(t_{i-1})$ 表示由编队卫星真实轨迹相减确定的真实相对状态。

同样的, 设计矩阵 $\mathbf{H}(t_i)$ 的视场矢量同样由L星与DRO-B星的真实轨迹计算得到

$$\mathbf{H}(t_i) = \begin{bmatrix} -\mathbf{e}_B(t_i) & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \frac{\mathbf{r}_L^{\text{ref}}(\tilde{t}_i) - \mathbf{r}_B^{\text{ref}}(t_i)}{\|\mathbf{r}_L^{\text{ref}}(\tilde{t}_i) - \mathbf{r}_B^{\text{ref}}(t_i)\|} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \end{bmatrix} \quad (23)$$

其中: $\mathbf{r}_L^{\text{ref}}(\tilde{t}_i)$ 表示由L星在发送测距信号时刻的真实位置; $\mathbf{r}_B^{\text{ref}}(t_i)$ 表示DRO-B星在接收信号时刻的真实位置。

因此, 上述EKF统计定轨过程与CRLB计算之间的唯一主要区别在于, CRLB使用的是真实轨道, 而不是当前参考轨道。并且CRLB分析不包含过程噪声。在远距离DRO卫星编队场景中, 当初始误差设置为1 000 m、0.1 m/s时, CRLB分析得到相对位置结果的如图4所示。

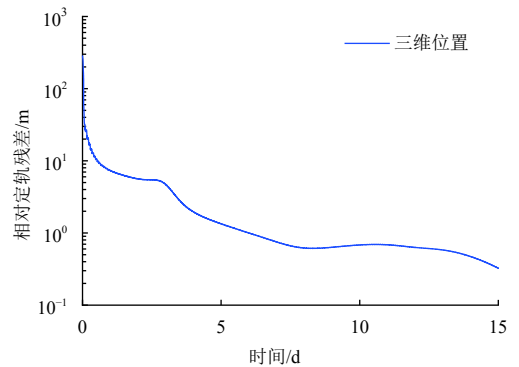


图4 DRO卫星编队相对定位的克拉美罗下限值
Fig. 4 CRLB for the estimation of relative position of DRO satellite formation

CRLB的计算结果显示, 在15 d内, 相对导航的位置不确定度可收敛至1 m以下, 且仍存在收敛趋势, 这表明利用同波束差分导航方法估计DRO卫星的相对状态是可观的, 且有希望到达一个较高的收敛精度。

3.3 相对导航结果

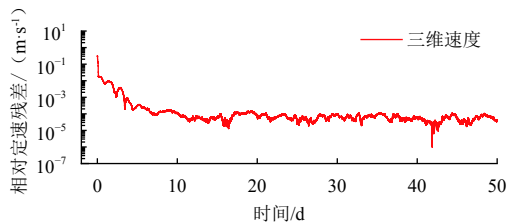
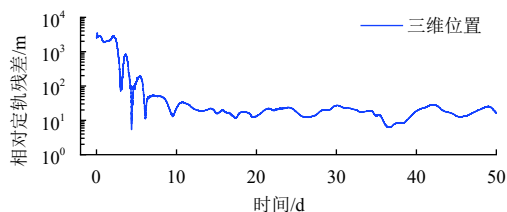
在本小节中, 对不同距离DRO卫星编队的相对导航进行了仿真实验。在仿真实验中, 与CRLB下限分析的条件相同, 初始位置误差与初始速度误差分别为1 000 m与0.1 m/s, 初始协方差的对角线元素位初始状态误差的平方。如2.1节所述, 测量误差的均方根约为0.5 m, 在相对导航中测量误差协方差设为测量误差的平方的2倍。具体的仿真条件设置如表2所示。

首先给出了在近距离DRO卫星编队场景中, 分别利用绝对导航相减的结果以及利用同波束差分相对导航方法得到的结果。其中绝对导航相减的结果是指:

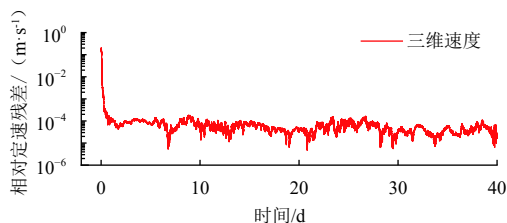
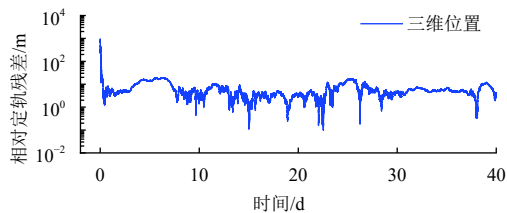
DRO的2颗编队卫星分别与L星建立测距链路,同时利用LiAISON自主导航原理确定它们的绝对轨道状态,并利用2颗DRO卫星的绝对状态相减确定的卫星编队的相对状态。在相对导航过程中,L星与DRO-A卫星自主导航过程基本收敛后开始进行同波束差分相对导航。图5为在近距离卫星编队场景中的相对导航结果,给出了在J2000坐标系下,DRO卫星编队的相对状态的位置残差与速度残差(真实轨迹-估计轨迹)序列。

表2 相对导航参数设置
Table 2 Parameters of relative navigation

参数名	参数设置
初始位置误差	1 000 m (σ)
初始速度误差	0.1 m/s (σ)
初始协方差矩阵 P 的对角线元素平方根(位置/速度)	1 000 / 0.1
测距噪声矩阵 R 的对角线元素平方根	0.707
过程噪声补偿矩阵 Q_u 的对角线元素平方根(R/T/N)	$10^*/10^*/10^*$



(a) 绝对导航相减的相对状态残差序列



(b) 同波束差分的相对状态残差序列

图5 近距离DRO卫星编队相对状态残差序列

Fig. 5 Time series of relative states' residuals of short-distance DRO satellite formation

在近距离DRO卫星编队中,绝对导航相减得到的相对位置残差在6 d左右从1 km收敛到100 m以内,在10 d左右收敛至30 m的精度范围内。在接下来的仿真时间里,相对位置残差在该范围内进行振荡。而相对速度残差在10 d左右基本完成收敛,相对速度残差可从0.1 m/s收敛至0.1 mm/s左右,并在接下来的40 d仿真时间里在该范围内进行振荡。而利用同波束差分导航进行相对导航时,相对状态的收敛速度相对较快。在近距离编队的结果中,相对残差可在数h内从1 km收敛到10 m左右的精度范围内,相对速度残差可在1 d以内收敛至0.1 mm/s的精度范围内。在接下来的仿真时间里,相对位置残差与相对速度残差均在该范围内振荡,相对状态的精度无法进一步提升。这是由于协方差矩阵已基本收敛,在接下来的滤波过程中,测量数据对相对状态的影响小。因此,相对状态精度会基本保持稳定,相对状态的残差曲线会在该范围内进行振荡。

接着,对远距离卫星编队场景中的相对导航结果进行测试。远距离卫星编队场景中的自主导航相减与同波束差分相对导航结果如图6所示。

在远距离DRO卫星编队场景中,利用绝对导航相减得到相对定位残差,从1 km收敛到100 m以内所需的收敛时间为10 d,在15 d左右收敛至30 m的精度范围内,并在接下来的仿真时间里,在该范围内进行振荡。而相对速度残差在15 d左右基本完成收敛,相对速度残差从0.1 m/s收敛至0.5 mm/s左右,并在接下来的35 d仿真时间里在该范围内进行振荡。而利用同波束差分相对导航得到的相对位置残差可在数h内从1 km收敛到100 m范围内,在3 d左右收敛到30 m左右的精度范围内。此外,远距离卫星编队的速度残差收敛至0.5 mm/s所需的时间为5 d。

结果表明:与绝对导航相减的结果相比,同波束差分相对导航方法的收敛速度大幅提升。在近距离卫星编队中,相对位置残差从1 km收敛到30 m所需的收敛时间可由原来的10 d缩短为数h。在远距离卫星编队中,相对位置残差从1 km收敛到50 m所需的收敛时间可由原来的15 d缩短为2 d。

在不同距离的卫星编队中,其相对定轨精度大致相同。与远距离卫星编队相比,近距离编队的收敛速度更快,相对定速精度更高。不同距离的DRO卫星编队场景下的直接绝对导航相减得到的结果与利用同波束差分相对导航方法得到的相对定轨精度与相对定速精度如表3所示。这里的定轨精度与定速精度是指,由最后10 d的相对位置残差序列和相对速度残差序列得到的3D均方根值。

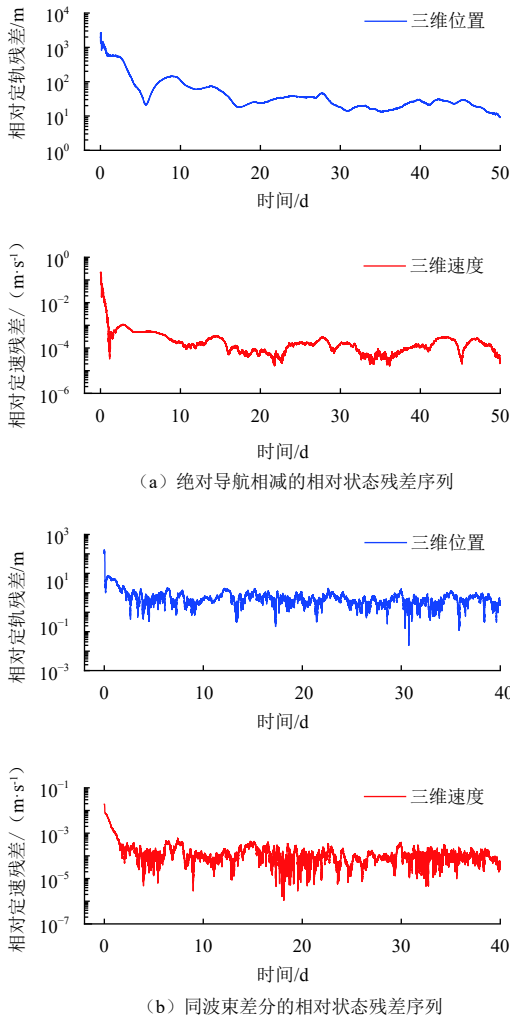


图 6 远距离DRO卫星编队相对状态残差序列

Fig. 6 Time series of relative states' residuals of long-distance DRO satellite formation

表 3 DRO卫星编队的相对导航精度对比

Table 3 Comparison of relative navigation accuracy of DRO satellite formation

参数	近距离卫星编队		远距离卫星编队	
	绝对导航相减	相对导航	绝对导航相减	相对导航
3D位置精度/m	18.13	4.09	22.98	5.05
3D速度精度/(m·s ⁻¹)	7.10×10 ⁻⁵	6.07×10 ⁻⁵	1.43×10 ⁻⁴	1.02×10 ⁻⁴

测试结果显示, 地月空间同波束差分相对导航在动力学定轨过程中受三体非对称引力场的约束, DRO卫星编队仅需接收由1颗LEO卫星发出的测距信息便可获得高精度的导航结果。在不同距离的DRO卫星编队中, 绝对导航结果直接相减得到的相对位置精度约为20 m左右, 而利用同波束差分导航得到的相对位置精度为5 m左右, 位置精度提高4倍左右。绝对导航结果相减得到的相对速度精度大约为0.1 mm/s, 利用同波

束差分相对导航方法得到的速度精度略有提升。此外, 在2种不同的相对导航方法中, 近距离DRO卫星编队的相对状态精度均高于远距离DRO卫星编队, 其中近距离卫星编队的速度精度约为远距离卫星编队的2倍。

同波束差分相对导航的参考硬件实现为: 3颗卫星均配备K频段的收发机, 这是星间建链的基础。L星配备GNSS接收机以及高稳恒温晶振, 持续获得GNSS导航信号完成定轨和授时, 可通过与DRO编队卫星建立星间链路可为编队卫星提供授时服务。作为主星的DRO-A通过接收L星测距信号, 实现自主定轨。在相对导航过程中, 首先由L星发出的同波束信号覆盖了DRO轨道上的卫星编队。接着, 作为主星的DRO-A星将自身导航结果和测量信号发送至DRO-B星。DRO-B星便获取L-B和L-A两条测距信号, 获取差分测距数据和DRO-A星导航结果后, 可以计算相对导航状态。

4 结 论

本文针对地月空间的DRO卫星编队提出了同波束差分相对导航方法, 处于受地月空间非对称引力场的DRO卫星编队, 共视一颗LEO卫星的测量波束, 利用同波束差分测量数据即可获得相对导航结果。仿真结果表明该方法所获得的相对导航位置精度可提升4倍, 相对状态的收敛速度可大幅提升。该方法同样适用于轨道处于地月空间引力场非对称性较强的卫星编队相对导航, 比如地月Halo轨道、NRHO轨道等。

参 考 文 献

- [1] 陈冠华, 杨驰航, 张晨, 等. 地月空间的远距离逆行轨道族及其分岔研究[J]. 北京航空航天大学学报, 2022, 48(12): 2576-2588.
CHEN G H, YANG C H, ZHANG C, et al. Distant retrograde orbits and its bifurcations in Earth-Moon system[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2022, 48(12): 2576-2588.
- [2] 徐明, 徐世杰. 绕月飞行的大幅值逆行轨道研究[J]. 宇航学报, 2009, 30(5): 1785-1797.
XU M, XU S J. Stability analysis and transiting trajectory design for retrograde orbits around Moon[J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(5): 1785-1797.
- [3] 曾豪, 李朝玉, 彭坤, 等. 地月空间NRHO与DRO在月球探测中的应用研究[J]. 宇航学报, 2020, 41(7): 910-919.
ZENG H, LI Z Y, PENG K, et al. Research on application of Earth-Moon NRHO and DRO for lunar exploration[J]. *Journal of Astronautics*, 2020, 41(7): 910-919.
- [4] ZHANG R K, WANG Y, ZHANG H, et al. Transfers from distant retrograde orbits to low lunar orbits[J]. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy: An International Journal of Space Dynamics*, 2020, 132(8): 41-71.

- [5] 刘鹏. 基于天基探测器的月球卫星定轨问题[D]. 南京: 南京大学, 2014.
- LIU P. Orbit determination of lunar satellites based on space stations[D]. Nanjing: Nanjing University, 2014.
- [6] 王猛, 单涛, 王盾. 高轨航天器GNSS技术发展[J]. *测绘学报*, 2020, 49(9): 1158-1167.
- WANG M, SHAN T, WANG D, et al. Development of GNSS technology for high Earth orbit spacecraft[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2020, 49(9): 1158-1167.
- [7] MO S M, JIN X J, LIN C, et al. Multi-satellite relative navigation scheme for microsattellites using inter-satellite radio frequency measurements[J]. *Sensors*, 2021, 21(11): 3725.
- [8] HUI L, SHU B, XU L W, et al. Accounting for inter-system bias in DGNSS Positioning with GPS/GLONASS/BDS/Galileo[J]. *Journal of Navigation*, 2017, 70(4): 686-698.
- [9] 刘金海. 多频多模GNSS高精度差分定位模型研究[D]. 北京: 中国科学院大学(中国科学院国家授时中心), 2020.
- LIU J H. Study on the precise differential positioning model based on the multi-frequency and multi-system GNSS[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2020.
- [10] RENG A, GRASSI M, TANCREDI U. Relative navigation in LEO by carrier-phase differential GPS with intersatellite ranging augmentation[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2013, 2013: 1-11.
- [11] 柴嘉薪, 王新龙, 俞能杰, 等. 高轨航天器GNSS信号传播链路建模与强度分析[J]. *北京航空航天大学学报*, 2018, 44(7): 1496-1503.
- CHAI J X, WANG X L, YU N J, et al. Modeling and intensity analysis of GNSS signal link for high-orbit spacecraft[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2018, 44(7): 1496-1503.
- [12] 卢克文, 王新龙, 申亮亮, 等. 高轨GNSS信号可用性分析[J]. *航空兵器*, 2021, 28(1): 77-86.
- LU K W, WANG X L, SHEN L L, et al. Availability analysis of GNSS signal in high orbit[J]. *Aero Weaponry*, 2021, 28(1): 77-86.
- [13] 刘林. 航天器定轨理论与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2015.
- LIU L. Spacecraft orbit determination theory and application[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2015.
- [14] 李博. 基于星间定向观测的导航星座长期自主定轨技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.
- LI B. Research on long-term autonomous orbit determination for navigation constellation based on inter-satellite orientation observation[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2010.
- [15] WANG J W, BUTCHER E A, TANSEL Y. Space-based relative orbit estimation using information sharing and the consensus Kalman filter[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2019, 42(3): 491-507.
- [16] 倪淑燕, 陈帅, 李春月. 仅测距信息可用的编队卫星自主相对导航简化无损卡尔曼滤波方法[J]. *科学技术与工程*, 2017, 17(33): 193-199.
- NI S Y, CHEN S, LI C Y. Simplified unscented Kalman filter method for autonomous relative navigation for satellite formation with ranging information only[J]. *Science Technology and Engineering*, 2017, 17(33): 193-199.
- [17] KILIC C, CHRISTIAN J A. Spacecraft relative navigation using only range-rate measurements[C]// *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. [S. l.]: AIAA, 2017.
- [18] 韩飞, 刘付成, 王兆龙, 等. 空间多机器人协同的多视线仅测角相对导航[J]. *航空学报*, 2021, 42(1): 316-326.
- HANG F, LIU F C, WANG Z L, et al. Multiple line-of-sight angles-only relative navigation by multiple collaborative space robots[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2021, 42(1): 316-326.
- [19] KOENIG A W, JUSTIN K, SULLIVAN J, et al. ARTMS: enabling autonomous distributed angles-only orbit estimation for spacecraft swarms[C]// *Proceedings of 2021 American Control Conference (ACC)*, New Orleans, LA, USA: ACC, 2021: 4282-4289.
- [20] HILL K, GEORGE H. Autonomous interplanetary orbit determination using satellite-to-satellite tracking[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(3): 679-686.
- [21] PARKER J, ANDERSON R, BORN G, et al. Navigation between geosynchronous and lunar L1 orbiters[C]// *Proceedings of AIAA Astrodynamics Specialist Conference*. [S. l.]: AIAA, 2006.
- [22] LEONARD J M. Supporting crewed missions using LiAISON navigation in the Earth-Moon system[D]. Boulder, CO: University of Colorado at Boulder, 2015.
- [23] HESAR S G, PARKER J S, LEONARD J M, et al. Lunar far side surface navigation using Linked Autonomous Interplanetary Satellite Orbit Navigation (LiAISON)[J]. *Acta Astronautica*, 2015, 117: 116-129.
- [24] 刘江凯. 地月空间DRO航天器自主导航技术仿真研究——基于脉冲星、GNSS、LEO星间链路[D]. 北京: 中国科学院大学, 2022.
- LIU J K. Simulation research on autonomous navigation technology for spacecraft in cislunar DROs —based on pulsar, GNSS, and LEO-Linking[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2022.
- [25] 王文彬. 基于DRO-LEO编队的地月航天器自主导航和授时研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2020.
- WANG W B. Autonomous navigation and timing in cislunar space enabled by DRO-LEO formation[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2020.
- [26] LI S L, PU J H, GAO Y, et al. High-fidelity autonomous navigation based on DRO-LEO Inter-Satellite Links[C]// *Proceedings of the 28th International Symposium on Space Flight Dynamics*. Beijing: [s. n.], 2022.
- [27] WANG W B, SHU L Z, LIU J K, et al. Joint navigation performance of distant retrograde orbits and cislunar orbits via LiAISON considering dynamic and clock model errors[J]. *Navigation*, 2019; 66: 781-802.
- [28] CHRISTIAN J A. Relative navigation using only intersatellite range measurements[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2017, 54(1): 13-28.
- [29] 穆静, 陈芳. 似然迭代平方根容积卡尔曼滤波算法的克拉美罗下界分析[J]. *西安工业大学学报*, 2014, 34(7): 538-542.
- MU J, CHEN F. Analysis of Cramer-Rao lower bound of likelihood based iterated square root cubature Kalman filter[J]. *Journal of Xi'an Technological University*, 2014, 34(7): 538-542.

作者简介:

李霜琳(1998-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向: 地月空间航天器定轨。

通信地址: 中国科学院大学(100094)

电话: 18009077498

E-mail: lishuanglin20@mailsucas.ac.cn

张伟(1976-), 男, 研究员, 主要研究方向: 空间应用信号处理技术。

本文通信作者。

通信地址: 中国科学院空间应用工程与技术中心(100094)

电话: 13693510178

E-mail: zhangwei@csu.ac.cn

Single-Beam Differential Relative Navigation of DRO Satellite Formation

LI Shuanglin^{1,2}, PU Jinghui^{1,2}, GUO Pengbin², WANG Wenbin², ZHANG Wei²

(1. University of Chinese Academy of Sciences, School of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100049, China;

2. Technology and Engineering Center for Space Utilization, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China)

Abstract: This paper proposes a single-beam differential relative navigation method to solve the relative navigation requirements of Distant Retrograde Orbit (DRO) satellite formation in cislunar space. The formation of two DRO satellites can be covered by a beam of measurement sent by a Low Earth Orbit (LEO) satellite, thus establishing two Satellite-to-Satellite Tracking (SST) links with the LEO satellite at the same time. Then differential measurement data can be obtained by these two SST links. This method can get relative states of the DRO satellite information by combining the differential measurement data and three-body orbital dynamics model. DRO is in the space with high asymmetry of the Earth-Moon three-body gravitational field, according to the LiAISON principle, a SST link established between the satellite running on this orbit and an LEO satellite can realize autonomous navigation, thus determining the absolute orbit states of one of the DRO formation satellites and the LEO satellite. The single-beam differential relative navigation method uses the absolute states of two satellites as constraints, and the advantage of using differential measurement data to eliminate common errors can obtain high-precision relative states of DRO satellite formation. In the simulation test, the relative navigation performance of the single-beam differential relative navigation method of the short-distance DRO satellite formation (inter-satellite distance of 50 km) and the long-distance DRO satellite formation (the distance between the satellites is about tens of thousands of kilometers) is tested. And the results show that, when the inter-satellite ranging noise is 0.5 m, the relative navigation accuracy calculated by the method proposed in this paper is 5 m (1σ), which is 4 times higher than the relative navigation accuracy calculated by differencing the absolute orbit.

Keywords: cislunar space; relative navigation; Satellite-to-Satellite Tracking (SST); Distant Retrograde Orbit (DRO); LiAISON

Highlights:

- A single-beam differential relative navigation method relative method for DRO Satellite formation in cislunar space is proposed.
- Taking advantage of the distinctive three-body orbit dynamics characteristics of DRO, this method only requires an LEO satellite during relative navigation.
- The differential measurement data can eliminate the influence of common errors, so that the high-precision relative navigation of DRO satellite formation can be achieved.

[责任编辑: 宋宏, 英文审校: 宋利辉]