

# 火星探测器接近段自适应卡尔曼滤波方法

解天昊, 张文佳, 马辛, 宁晓琳

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

**摘要:** 在深空探测器实际作业中, 由于存在过程与测量噪声, 通常使用卡尔曼滤波作为最优估计方法。当深空探测器处于接近段时, 探测器加速度急剧变化, 导航系统过程噪声不确定性增大, 无法准确得知过程噪声协方差。针对上述问题, 提出了一种自适应调节协方差矩阵的容积卡尔曼滤波(Adaptive Q Cubature Kalman Filter, AQCKF)方法, 综合考虑上一时刻过程噪声协方差估计值与此时的过程噪声协方差观测值, 利用加权因子在线调整噪声协方差优化滤波, 并以火星探测器为例进行仿真, 仿真结果与容积卡尔曼滤波方法(Cubature Kalman Filter, CKF)相比, AQCKF方法的平均位置误差10.235 9 km, 平均速度误差0.322 4 m/s。该方法不但能解决误差发散的问题, 而且还可提升导航系统的稳定性。此外, 还分析了加权因子大小对导航性能的影响, 有效地解决了深空探测器处于接近段时导航精度降低的问题。

**关键词:** 深空探测; 自主导航; 自适应滤波; 卡尔曼滤波

**中图分类号:** V448.22

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2096-9287(2023)02-0117-09

**DOI:** 10.15982/j.issn.2096-9287.2023.20230014

**引用格式:** 解天昊, 张文佳, 马辛, 等. 火星探测器接近段自适应卡尔曼滤波方法[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(2): 117-125.

**Reference format:** XIE T H, ZHANG W J, MA X, et al. An adaptive Kalman filter for Mars spacecraft approach phase[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2023, 10(2): 117-125.

## 引言

随着深空探测技术的不断发展, 对于深空探测器自主天文导航的研究也越来越深入。天文导航技术作为比较适合深空探测作业的导航手段, 在深空探测域得到了广泛应用。天文导航是通过观测自然天体与探测器方向矢量之间相对关系来进行定位的一种自主导航手段<sup>[1]</sup>, 但在导航过程中存在过程与量测噪声, 通常会进行滤波处理, 以便减小噪声对导航精度的影响。

目前, 探测器自主天文导航的手段主要分2类: ①纯天文的几何解析方法; ②基于轨道动力学方程的滤波方法。导航滤波是指将轨道动力学方程与天体敏感器的观测信息相结合, 通过最佳估计思想算法进行深空探测器导航<sup>[2]</sup>。在深空探测器实际作业中, 由于存在过程与量测噪声, 通常使用卡尔曼滤波作为最优估计算法<sup>[3]</sup>。但传统卡尔曼滤波只针对线性系统作用, 在天文导航中, 状态与量测方程均为非线性, 需要对卡尔曼滤波进行改进, 采用非线性滤波来提高导航精度。目前常用的非线性滤波手段主要包括扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filter, EKF)、迭代卡尔曼滤波

(Iterated Extended Kalman Filter, IEKF)、无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filter, UKF)、粒子滤波(Particle Filter, PF)、容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filter, CKF)等。其中, EKF主要利用局部线性化方式近似非线性函数, 此方法较为简单, 但在非线性很强的系统中滤波精度很难保证<sup>[4]</sup>; IEKF在EKF基础上利用最新的量测信息更新状态估计值, 只有在状态估计值与真实值非常接近时, 这种方法的精度才会明显优于EKF<sup>[5]</sup>; UKF利用Sigma点进行无迹变换近似原分布, 比较适合非线性较强的系统, 但随着状态变量维数的增加, 可能会出现由于噪声协方差不正而导致滤波发散的情况<sup>[6]</sup>; PF通过随机采样点进行近似, 采样点数越多, 估计精度就越高, 其存在计算量大、精度发散等问题<sup>[7]</sup>; CKF最早由Arasaratnam等<sup>[8]</sup>提出, 主要利用球面-径向容积准则采点, 与UKF依据无迹变换计算Sigma点相比, CKF不仅计算的容积点数量更少, 而且容积点权值均为正数, 可保证滤波过程的稳定性<sup>[9]</sup>。

深空探测器在执行任务时会经历巡航段、接近

段、环绕轨道段3个阶段<sup>[10]</sup>。在接近段,目标天体的引力会急剧增加,使得探测器出现快速时变误差的问题<sup>[11]</sup>。因此,在滤波过程中利用数值分析方法会使系统误差具有更多的不确定性。为解决很难准确获得过程噪声协方差矩阵的问题,学者提出了具有更高性能的自适应滤波改进算法。文献[12]通过观测值与估计值的动态变化提取新息序列,利用新息协方差对过程噪声进行自适应估计,但由于新息序列受量测噪声的影响比较大,该方法可能会导致过估计或估计精度不够等问题;文献[13]结合新息与残差序列,提出了一种自适应调整过程噪声协方差的UKF;文献[14]提出了一种基于Sage-Husa噪声估计器的自适应滤波器,较好地解决了过程噪声协方差未知的问题,但计算量较大,难以在实际工程中广泛应用,且这2种方法不能很好地解决滤波发散的问题;文献[15]针对上述问题设计了一种通过量测信息进行自适应滤波的手段,可在一定条件下改善滤波发散的情况,但只有当滤波器中一个量测噪声协方差小于另一个时才有效;文献[16]提出了一种基于模糊原理与模糊控制理论的自适应滤波器,但引入隶属函数会使得估计值发生变化造成误差;文献[17]将时变尺度因子引入滤波器,通过对过程噪声协方差矩阵进行不间断观测,使得滤波结果最大程度地接近真实值,但随着状态变量维数变多,滤波器无法有效调节协方差矩阵;文献[18]将过程噪声协方差作为随机变量,利用变分贝叶斯进行迭代估计,但在其余系统噪声同时发生变化时,其可靠性会有所下降。

为更好地解决深空探测器在接近段很难准确获得过程噪声的协方差矩阵及滤波器存在发散的问题,本文提出了一种基于自适应调节协方差矩阵的容积卡尔曼滤波方法(Adaptive Q Cubature Kalman Filter, AQCKF),综合考虑上一时刻过程噪声协方差估计值与此刻过程噪声协方差观测值,利用加权因子在线调整噪声协方差优化滤波方法,以提高导航系统的性能。

## 1 深空探测器自主导航系统模型

### 1.1 轨道动力学模型

深空探测器位于目标天体接近段时,航天器除受到目标天体的质心引力外,还会受到各种摄动力的影响,例如太阳、其它恒星对航天器产生的引力。此外,太阳光压摄动也是影响航天器轨道动力学模型的因素之一。考虑这些因素,以火星探测器为例,在火星惯性坐标系建立的探测器轨道动力学模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \\ \dot{\mathbf{v}} = -\mu_m \frac{\mathbf{r}}{r^3} - \mu_s \left[ \frac{\mathbf{r}_{ps}}{r_{ps}^3} - \frac{\mathbf{r}_{ts}}{r_{ts}^3} \right] - \\ \sum_{i=1}^{N_s} \mu_i \left[ \frac{\mathbf{r}_{pi}}{r_{pi}^3} - \frac{\mathbf{r}_{ti}}{r_{ti}^3} \right] + \mathbf{a}_0 \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{r}=(x\ y\ z)$ 为深空探测器的位置坐标; $\mathbf{v}=(v_x\ v_y\ v_z)$ 为深空探测器的速度坐标; $\mu_m$ 、 $\mu_s$ 分别为火星与太阳的引力常数; $\mu_i$ 为第*i*颗恒星的引力常数; $\dot{\mathbf{r}}=(\dot{x}\ \dot{y}\ \dot{z})$ ; $\dot{\mathbf{v}}=(\dot{v}_x\ \dot{v}_y\ \dot{v}_z)$ ; $r=\|\mathbf{r}\|$ ; $\mathbf{r}_{ps}$ 、 $\mathbf{r}_{ts}$ 分别为探测器与火星的坐标; $r_{ps}$ 、 $r_{ts}$ 分别为太阳距离探测器与火星的距离; $\mathbf{r}_{pi}$ 、 $\mathbf{r}_{ti}$ 分别为第*i*颗恒星在探测器与火星的坐标; $r_{pi}$ 、 $r_{ti}$ 分别为第*i*颗恒星距离探测器与火星的距离; $N_s$ 为干扰的恒星的数量; $\mathbf{a}_0$ 为其它因素引起的加速度变化。

设状态变量 $\mathbf{X}=[x\ y\ z\ v_x\ v_y\ v_z]^T$ ,过程噪声 $\mathbf{W}=[w_x\ w_y\ w_z\ w_{v_x}\ w_{v_y}\ w_{v_z}]^T$ ,则状态模型可表示为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = f[\mathbf{X}(t), t] + \mathbf{W}(t) \quad (2)$$

### 1.2 星光角距量测模型

星光角距量测模型通常选用恒星与火卫一、火卫二之间的星光角距作为量测量,本文利用行星敏感器测量恒星与目标天体之间的星光角距。恒星与火卫一、火卫二之间的角度 $\theta_p$ 、 $\theta_d$ 之间的关系如图1所示。

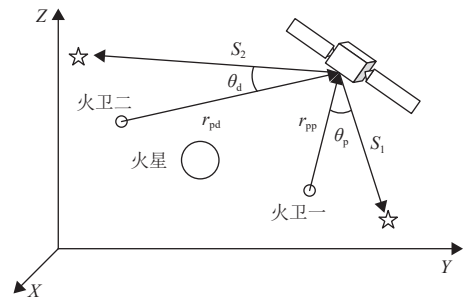


图1 恒星与导航天体之间的角  
Fig. 1 Angle between star and navigation object

火星探测器的量测模型可表示为

$$\begin{bmatrix} \theta_p \\ \theta_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arccos\left(\frac{\mathbf{r}_{pp} \cdot \mathbf{s}_1}{r_{pp}}\right) \\ \arccos\left(\frac{\mathbf{r}_{pd} \cdot \mathbf{s}_2}{r_{pd}}\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{\theta_p} \\ v_{\theta_d} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中: $\mathbf{r}_{pp}$ 、 $\mathbf{r}_{pd}$ 分别为火星探测器与火卫一、火卫二之间的方向矢量; $\mathbf{s}_1$ 、 $\mathbf{s}_2$ 分别为探测器与火卫一、火卫二之间的星光矢量; $v_{\theta_p}$ 、 $v_{\theta_d}$ 分别为导航恒星与火卫一和火卫二之间的量测噪声。

设观测量 $\mathbf{Z}=[\theta_p\ \theta_d]^T$ ,噪声 $\mathbf{V}(t)=[v_{\theta_p}\ v_{\theta_d}]^T$ ,则量测模型为

$$\mathbf{Z}(t) = h[\mathbf{X}(t), t] + \mathbf{V}(t) \quad (4)$$

## 2 自适应容积卡尔曼滤波

### 2.1 容积卡尔曼滤波原理

非线性离散型随机系统在时刻 $k$ 的状态模型为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} = f(\mathbf{X}_k, k) + \mathbf{W}_k \\ \mathbf{Z}_k = h(\mathbf{X}_k, k) + \mathbf{V}_k \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $\mathbf{X}_k$ 、 $\mathbf{Z}_k$ 分别为系统在此刻的状态量与观测量;  $\mathbf{W}_k$ 、 $\mathbf{V}_k$ 分别为过程噪声与量测噪声, 且假设过程噪声与量测噪声都为白噪声, 且均满足均值为0、不相关并服从高斯分布, 其协方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}_k$ 、 $\mathbf{R}_k$ 。

#### 1) 容积变换

传统CKF是依据球面-径向容积准则生成一组容积点, 再传递容积点近似后验概率分布, 从而进行贝叶斯状态估计。因此, 在CKF中非线性滤波就被转化为非线性状态方程与高斯概率密度积分的问题。根据数值分析方法, 可将上述问题进行转化, 即

$$\begin{cases} \int_{R_n} f(x)N(x; \mu, \mathbf{C})dx \approx \sum_{i=1}^{2n} \frac{1}{2n} f(\mu + \sqrt{\mathbf{C}}\xi_i) \\ \xi_i = \sqrt{n}[1]_i \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $f(\cdot)$ 为非线性状态方程;  $N(x; \mu, \mathbf{C})$ 为状态变量 $x$ 符合均值为 $\mu$ 、协方差矩阵为 $\mathbf{C}$ 的高斯概率密度函数; 且 $\mathbf{C} = \sqrt{\mathbf{C}}\sqrt{\mathbf{C}}^T$ ;  $[1]_i$ 表示为第 $i$ 个容积点集合; 且 $[1] = [\mathbf{I}_{n \times n}, -\mathbf{I}_{n \times n}]$ 。

#### 2) 时间更新

首先需计算容积点。

$$\mathbf{X}_{i,k-1/k-1} = \mathbf{S}_{k-1/k-1}\xi_i + \hat{\mathbf{X}}_{k-1/k-1} \quad (7)$$

其中:  $\mathbf{S}_{k-1/k-1}$ 为上一时刻协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k-1/k-1}$ 经过Cholesky分解后得到的矩阵。

利用状态方程进行容积点的传播计算。

$$\mathbf{X}_{i,k/k-1} = f(\mathbf{X}_{i,k-1/k-1}) \quad (8)$$

计算状态估计值。

$$\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{X}_{i,k/k-1} \quad (9)$$

再计算误差协方差矩阵。

$$\mathbf{P}_{k/k-1} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{X}_{i,k/k-1} \mathbf{X}_{i,k/k-1}^T - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (10)$$

#### 3) 量测更新

重新计算并更新容积点。

$$\begin{cases} \mathbf{P}_{k/k-1} = \mathbf{S}_{k/k-1} \mathbf{S}_{k/k-1}^T \\ \mathbf{X}_{i,k/k-1} = \mathbf{S}_{k/k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} \end{cases} \quad (11)$$

利用量测方程再次对容积点进行传播。

$$\mathbf{Z}_{i,k/k-1} = h(\mathbf{X}_{i,k/k-1}) \quad (12)$$

计算量测估计值。

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{Z}_{i,k/k-1} \quad (13)$$

利用量测估计值计算量测协方差矩阵。

$$\mathbf{P}_{zz,k/k-1} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{Z}_{i,k/k-1} \mathbf{Z}_{i,k/k-1}^T - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T + \mathbf{R}_k \quad (14)$$

利用量测估计值与状态估计值计算估计互协方差矩阵。

$$\mathbf{P}_{xz,k/k-1} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^{2n} \mathbf{X}_{i,k/k-1} \mathbf{Z}_{i,k/k-1}^T - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}^T \quad (15)$$

最后更新增益矩阵、状态变量与误差协方差矩阵。

$$\begin{cases} \mathbf{K} = \mathbf{P}_{xz,k/k-1} \mathbf{P}_{zz,k/k-1}^{-1} \\ \hat{\mathbf{X}}_{k/k} = \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1} + \mathbf{K}(\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k/k-1}) \\ \mathbf{P}_{k/k} = \mathbf{P}_{k/k-1} - \mathbf{K} \mathbf{P}_{zz,k/k-1} \mathbf{K}^T \end{cases} \quad (16)$$

### 2.2 自适应协方差调整的CKF

设过程与量测噪声的协方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}_k$ 、 $\mathbf{R}_k$ 。在实际运行状态下, 其量测噪声协方差 $\mathbf{R}_k$ 可通过传感器性能试验获得, 但过程噪声的协方差 $\mathbf{Q}_k$ 却很难准确获得, 并且过程噪声协方差也会影响滤波过程的稳定性。因此, 非常有必要对过程噪声的协方差矩阵 $\mathbf{Q}_k$ 进行自适应估计。

根据Maybeck自适应算法<sup>[19]</sup>可知, 过程噪声 $\mathbf{Q}_k$ 的观测值 $\mathbf{Q}_k^*$ 可表示为

$$\mathbf{Q}_k^* = \Delta \mathbf{X}_{k/k} \Delta \mathbf{X}_{k/k}^T - [\mathbf{P}_{k/k} - (\mathbf{P}_{k/k-1} - \hat{\mathbf{Q}}_{k-1})] \quad (17)$$

其中:  $\Delta \mathbf{X}_{k/k} = \hat{\mathbf{X}}_{k/k} - \hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 、 $\hat{\mathbf{X}}_{k/k-1}$ 、 $\hat{\mathbf{X}}_{k/k}$ 分别为量测更新完成前后的状态估计量;  $\mathbf{P}_{k/k-1}$ 、 $\mathbf{P}_{k/k}$ 分别为量测更新完成前后的误差协方差矩阵;  $\hat{\mathbf{Q}}_{k-1}$ 为上一时刻的过程噪声协方差估计。

利用过程噪声协方差的观测量与上一时刻过程噪声协方差的估计值可将此刻噪声协方差估计值 $\hat{\mathbf{Q}}_k$ 表示为

$$\hat{\mathbf{Q}}_k = \hat{\mathbf{Q}}_{k-1} + \frac{1}{w} (\mathbf{Q}_k^* - \hat{\mathbf{Q}}_{k-1}) \quad (18)$$

其中:  $w$ 为一种加权因子系数, 当 $w$ 取值偏大时, 则代表第 $k$ 时刻过程噪声协方差 $\hat{\mathbf{Q}}_k$ 的估计更加依赖于上一时刻协方差 $\hat{\mathbf{Q}}_{k-1}$ 的取值; 当 $w$ 取值偏小时, 则代表此刻过程噪声协方差 $\hat{\mathbf{Q}}_k$ 的估计更加倾向于此刻的观测值 $\mathbf{Q}_k^*$ 。

对于加权因子系数 $w$ 的选取, Deok-Jin采用下降单纯形法的数值优化方法对 $w$ 进行求解<sup>[9]</sup>, 但这种方法计算量大, 并在后续仿真试验中发现,  $w$ 在合理范围内取值, 系统滤波性能有较明显的改善, 且在该范围内受 $w$ 的影响不大。因此, 本文主要采用计算较为便捷的试错法<sup>[20]</sup>确定 $w$ 合理范围, 从而实现过程噪声协方差的自适应调节。

式(17)中得到的过程噪声观测值矩阵中包含位置与速度误差, 而位置误差往往比速度误差大很多, 因此将位置与速度误差放在一起进行过程噪声观测值的估计会使结果不准确, 为解决速度误差可能带来的小干扰问题, 将位置与速度误差进行分离,  $\hat{Q}_k$ 分解为

$$\hat{Q}_k = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xx} \\ Q_{xx} & Q_{xx} \end{bmatrix} \quad (19)$$

速度误差的协方差矩阵进行对角化可表示为

$$q_{xx} = \frac{1}{\Delta t} \text{diag}(Q_{xx}) \quad (20)$$

其中:  $\Delta t$ 为滤波周期。

因此, 可以得到提取出小干扰影响因素后的过程噪声协方差估计量 $\hat{Q}_k$ 为

$$\hat{Q}_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & q_{xx} \end{bmatrix} \quad (21)$$

## 3 仿真与分析

### 3.1 仿真条件设置

本文以火星探测器接近段运行过程为例进行仿真模拟, 仿真过程中的标准轨道数据由STK (System Tool Kit) 产生, 采用固定步长1 s的数字积分器生成, 仿真时间为1997年7月1日00: 00: 00.000—1997年7月8日00: 00: 00.000, 具体初始时刻轨迹参数如表1所示。

表1 火星探测器轨道参数  
Table 1 Mars probe orbit parameters

轨道参数	数值
半长轴 $a/10^6\text{km}$	1.932
偏心率 $e$	0.236 4
轨道倾角 $i/(\circ)$	23.455
升交点赤经 $/(\circ)$	0.258
近地点角距 $/(\circ)$	71.347
真近角点 $/(\circ)$	85.152
接近火星时间	1997年1月4日 17时03分13.000秒

仿真过程中涉及到火星、火卫一、火卫二的具体数据由STK中JPL DE421获得, 量测过程中的恒星数据由第谷恒星星表获取。其中, 火星、火卫一、火卫二所使用的光学传感器具体参数如表2所示。

表2 光学传感器参数  
Table 2 Optical sensor parameter

传感器参数	数值
焦距 $f/\text{mm}$	2013.4
视场角 FOV/mrad	10×10
分辨率 $R/(\text{rad}\cdot\text{pixel}^{-1})$	10
CCD平面大小/pixel	1 024×1 024
像素大小/m	21

对滤波器初始参数进行设计。

#### 1) 系统初始状态量

$$X_0 = [r_x \ r_y \ r_z \ v_x \ v_y \ v_z]^T = [1.590 5 \times 10^9, 6.504 4 \times 10^8, 2.829 5 \times 10^7, -4.925 \times 10^3, -2.030 5 \times 10^3, 76.742 2]$$

#### 2) 系统初始误差协方差矩阵

$$P_0 = \text{diag}(10^6, 10^6, 10^6, 10^2, 10^2, 10^2)$$

#### 3) 系统初始过程噪声协方差矩阵

$$Q_0 = \text{diag}(10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-8}, 10^{-8}, 10^{-8})$$

#### 4) 系统初始量测噪声协方差矩阵

$$R = \begin{bmatrix} 9.694 6 \times 10^{-13} & 9.574 2 \times 10^{-13} & 3.344 0 \times 10^{-23} \\ 1.043 2 \times 10^{-23} & 9.403 2 \times 10^{-23} & 3.930 1 \times 10^{-23} \\ 2.504 5 \times 10^{-13} & 6.266 1 \times 10^{-13} & 1.007 8 \times 10^{-27} \end{bmatrix}$$

### 3.2 仿真结果分析

本文结合仿真轨道数据, 首先对系统过程噪声的变化进行仿真与分析, 其次分别利用CKF及自适应协方差调整的CKF (AQCKF) 对状态模型式(5)进行滤波, 并进行对比分析, 最后对过程噪声协方差中加权因子系数 $w$ 的取值进行分析。

#### 3.2.1 系统过程噪声变化仿真分析

仿真过程中系统所受到的过程噪声的变化曲线如图2所示。通过图2可以发现, 仿真至3.8 d左右探测器处于接近段使得航天器加速度急剧增加, 由于无法及时跟踪到加速度的变化, 使得系统状态模型的误差在接近段急剧增加, 过程噪声随之发生改变。

$$Q = \text{diag}(Q_x, Q_y, Q_z, Q_{v_x}, Q_{v_y}, Q_{v_z})$$

$$Q_r = Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2, \quad Q_v = Q_{v_x}^2 + Q_{v_y}^2 + Q_{v_z}^2$$

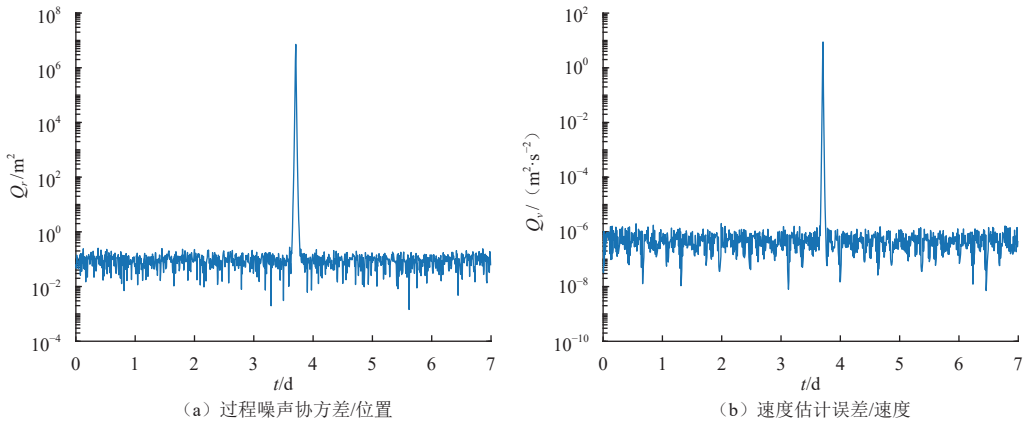


图 2 过程噪声协方差  
Fig. 2 Process noise covariance

由式 (2) 知, 本文将状态模型中的过程噪声假设为白噪声。从图 2 (b) 中可以发现, 除了至 3.8 d 时由于探测器处于接近段导致过程噪声出现不稳定变化之外, 其余仿真时间段内, 过程噪声均可看作是零均值、方差可变的白噪声。而当探测器处于接近段时, 本文采用式 (18) 所示的自适应调整  $\hat{Q}_k$  方法重新估计过程噪声。因此, 将状态模型中的过程噪声设为白噪声, 同时在接近段时利用自适应估计过程噪声不仅可使得模型简洁便于计算, 而且能保证精度不发散。

3.2.2 CKF与AQCKF仿真结果对比分析

单次仿真得到的AQCKF滤波方法的位置与速度误差的平均值、最大值如表3所示, 利用CKF以及AQCKF 2种滤波方法进行滤波后位置与速度的真实误差与估计误差方差的结果如图3与图4所示。

通过表3可以发现: 利用AQCKF进行滤波得到的平均位置误差10.235 9 km, 平均速度误差0.322 4 m/s。

结合图3、图4仿真结果可知, 利用CKF方法滤波会使得位置估计误差发散, 而利用AQCKF方法滤波则不会出现误差发散的情况。

表 3 AQCKF的滤波结果  
Table 3 AQCKF filtering results

滤波方法	平均位置 误差/km	最大位置 误差/km	平均速度 误差/(m·s <sup>-1</sup> )	最大速度 误差/(m·s <sup>-1</sup> )
AQCKF	10.235 9	162.985 6	0.322 4	10.066 4

图3 (a) 可以发现利用CKF方法进行滤波得到的 x 方向上位置误差在 3.8 d 左右开始出现明显的发散趋势直至仿真结束, 同时, y 方向上位置误差也出现了小幅发散趋势。图3 (b) 显示利用CKF滤波得到的 x、y 方向上的速度误差在同一时刻出现发散, 但很快开始收敛至某一恒定误差附近波动。利用该方法会出现发散现象是由于CKF滤波过程噪声的协方差矩阵  $Q$  为常

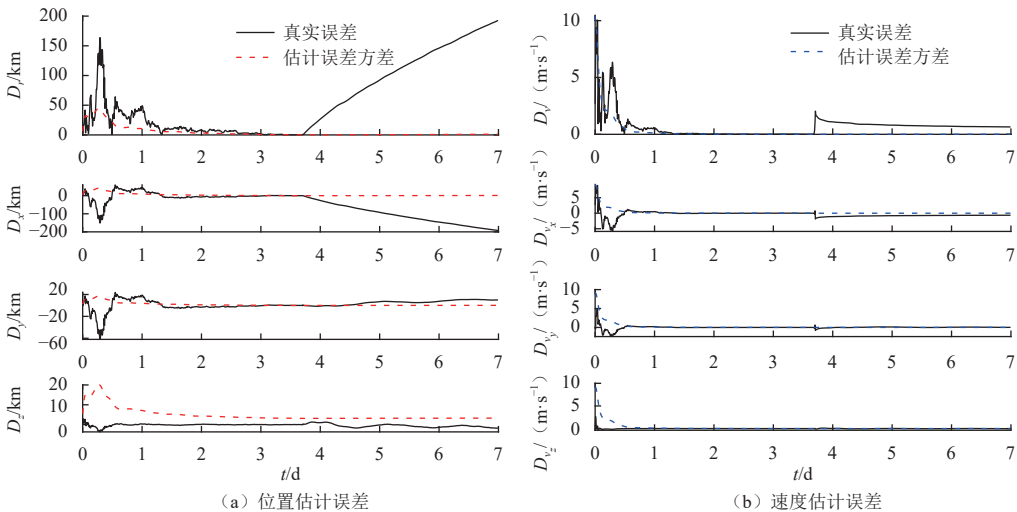


图 3 CKF方法滤波结果  
Fig. 3 CKF method filtering results

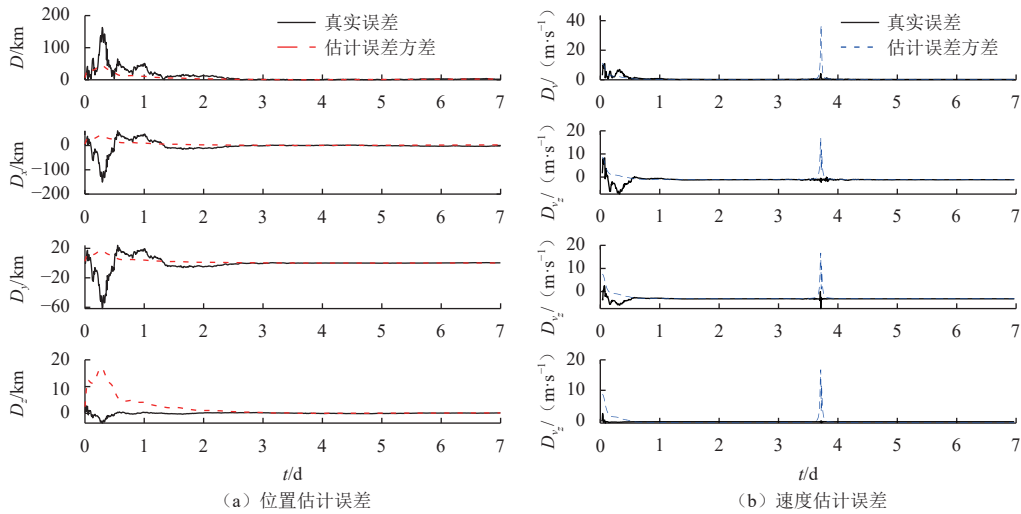


图4 AQCKF方法滤波结果

Fig. 4 AQCKF method filtering results

值, 不随系统状态发生改变, 但火星探测器在位于轨道接近段时, 由于靠近火星使得探测器加速度急剧变化, 状态模型的误差急剧增加, 使得导航系统过程噪声的不确定性增大, 无法准确得知过程噪声的协方差。若此时过程噪声的协方差矩阵仍使用常值, 误差就会发散。

通过图4(a)可以发现利用AQCKF方法进行滤波得到的位置误差在2.5 d以后基本收敛至很小, 并没有位置误差发散的现象, 这是由于滤波过程采用自适应改变过程噪声协方差的方法, 以CKF协方差矩阵作为初始值, 通过寻找合适的加权因子系数 $w$ 实时更改过程噪声协方差矩阵, 该方法的位置精度相较于CKF方法有大幅提升; 图4(b)显示AQCKF滤波得到的速度误差在1.4 d以后基本收敛至很小, 虽然在3.7 d左右出现尖峰, 但在很短的时间内迅速收敛回原状态, 而CKF滤波得到的速度误差却不能收敛回原状态, 这表明在滤波器出现干扰时, 利用AQCKF方法进行滤波可以明显提升系统导航的稳定性。与CKF方法相比, 利用AQCKF方法滤波不仅可以解决位置误差出现发散的问题, 提升导航系统的精度, 还可以出现干扰时提升导航系统的稳定性。

同时本文利用蒙特卡洛方法, 通过随机改变过程噪声初始值进行50次仿真实验。给出了利用AQCKF滤波方法进行50次仿真实验得到的平均位置、最大位置、平均速度以及最大速度误差的平均值如表4所示。根据50次仿真结果可知, CKF滤波方法确实会导致位置估计误差发散。结合表4仿真结果, AQCKF方法仿真50次得到的位置误差与速度误差均收敛, 且导航系统的精度与稳定性与CKF方法相比均有明显改善。

表4 AQCKF的50次仿真结果

Table 4 50 simulation results of AQCKF

滤波方法	平均位置误差 均值/km	最大位置误差 均值/km	平均速度误差 均值/( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )	最大速度误差 均值/( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )
AQCKF	10.235 9	162.985 6	0.322 4	10.066 4

### 3.2.3 影响因素分析

结合具体轨道数据, 可以发现当 $w$ 取值在[1, 300], 利用AQCKF方法进行滤波, 系统的性能均有较好的改善, 因此本文在合理范围内选取大小不同的加权因子系数 $w$ , 并进行AQCKF滤波仿真, 研究 $w$ 取值对系统导航性能的具体影响。

利用AQCKF滤波时 $w$ 取1、5、10、50、100、300时的位置与速度误差的平均值、最大值如表5所示。不同 $w$ 取值下位置与速度的真实误差以及进行对数运算后的误差值如图5所示。

表5 加权因子系数对导航性能的影响

Table 5 Influence of weighted factor coefficient on navigation performance

$w$	平均位置 误差/km	最大位置 误差/km	平均速度 误差/( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )	最大速度 误差/( $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ )
1	10.007 8	164.803 1	0.342 2	10.109 6
5	10.076 1	162.766 4	0.324 9	10.071 4
10	10.235 9	162.985 6	0.322 4	10.066 4
50	10.584 8	163.534 0	0.320 2	10.062 4
100	10.650 2	163.641 3	0.319 0	10.061 9
300	10.649 7	163.719 2	0.316 5	10.061 5

根据表5结果可以发现, 当 $w$ 取值偏小时, 过程噪声协方差估计更依赖于当前时刻的观测值, 在火星探

探测器位于接近段时, 探测器加速度开始产生较大变化, 状态模型的误差增加, 导航系统过程噪声的不确定性增大, 使得此前时刻过程噪声协方差的可靠性降低, 因此当协方差的估计更依赖于当前时刻观测值时, 系统导航的性能更优。当 $w$ 取值逐渐增大时, 过程噪声协方差估计则更多地依据历史信息, 这会使得误差逐渐累积, 系统的导航性能下降。

通过表5也可以发现, 当 $w$ 取值位于合理范围内

时, 即使 $w$ 取值改变较大, 其对系统导航性能的影响并不大。这是由于当 $w$ 位于合理区间范围内时, 上一时刻过程噪声的自适应估计效果较好, 上一时刻的过程噪声协方差估计 $\hat{Q}_{k-1}$ 与此时刻的观测值取值 $Q_k$ 较为接近, 使得式(18)中 $\frac{1}{w}(Q_k^* - \hat{Q}_{k-1})$ 项对此时刻过程噪声估计值的影响很小, 导致当取值在合理范围内 $w$ 变化较大时, 虽然系统导航性能会产生相应改变, 但变化较小。

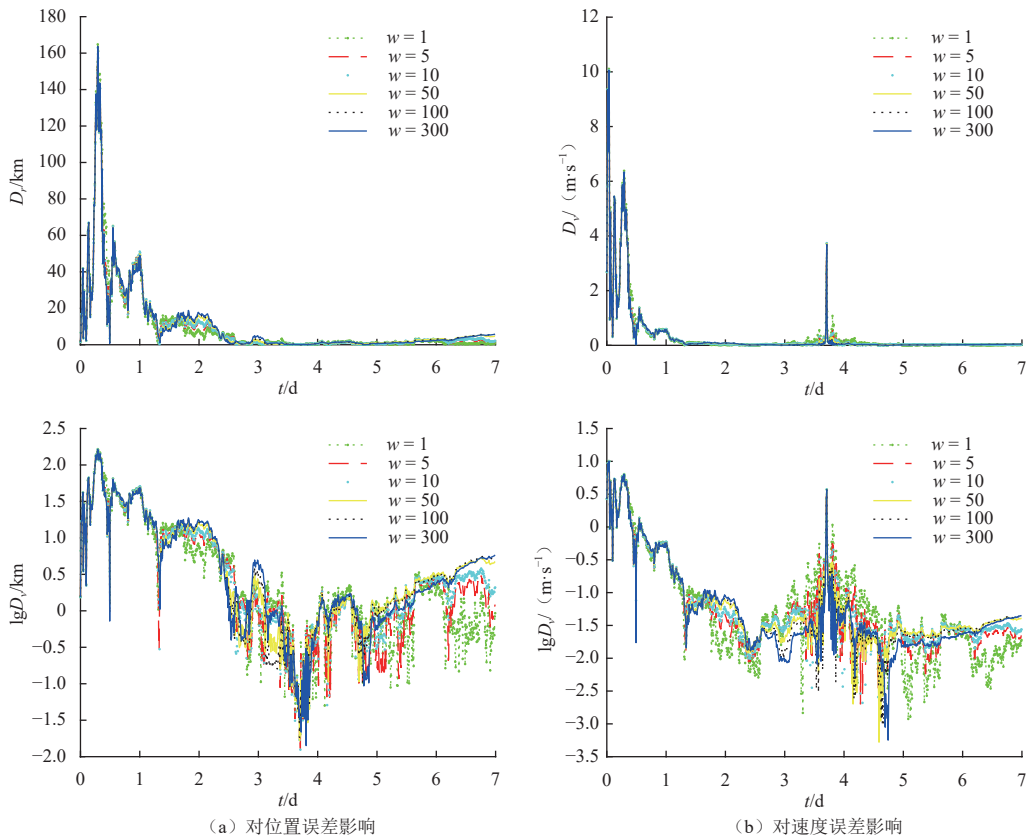


图5 加权因子系数取值对位置和速度误差影响

Fig. 5 Influence of weighted factor coefficient on position and velocity errors

## 4 结 论

传统的CKF方法是通过容积变换进行非线性卡尔曼滤波, 虽然这种方法在特定条件下可以提升导航系统的稳定性, 但当探测器处于接近段时, 由于引力急剧变化, 会导致过程噪声的不确定性增大, 使用CKF方法可能会出现发散的现象。本文提出了一种自适应调节过程噪声协方差的CKF方法(AQCKF), 该方法综合考虑上一时刻过程噪声协方差估计值与此时刻过程噪声协方差观测值, 利用加权因子在线调整噪声协方差, 相较于CKF方法不仅可以解决滤波过程发散的问题, 还可提升导航系统的稳定性, 有效地解决了深空探测器处于接近段时导航精度降低的问题。

## 参 考 文 献

- [1] 房建成, 宁晓琳, 田玉龙. 航天器自主天文导航原理与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.2: 137.
- [2] 薛喜平, 张洪波, 孔德庆. 深空探测天文自主导航技术综述[J]. 天文研究与技术, 2017, 14(3): 382-391.  
XUE X P, ZHANG H B, KONG D Q. Celestial autonomous navigation technology for deep space exploration[J]. *Astronomical Research and Technology*, 2017, 14(3): 382-391.
- [3] BHASKARAN S. Optical navigation for the stardust wild2 encounter[C]//Proceedings of the 18th International Symposium on Space Flight Dynamics. German: ESA, 2004.
- [4] 戴文战, 黄晓姣, 沈忱. 带遗忘因子的自适应迭代容积卡尔曼滤波算法[J]. 科技通报, 2019, 35(1): 181-185.  
DAI W Z, HUANG X J, SHEN C. Adaptive iterative cubature kalman

- filtering algorithm with forgetting factor[J]. *Bulletin of Science and Technology*, 2019, 35(1): 181-185.
- [5] 李建锋,张慧星,闫美辰. 迭代扩展卡尔曼滤波在相对姿态估计中的应用[J]. *导弹与航天运载技术*, 2012(6): 48-52.  
LI J F, ZHANG H X, YAN M C. Application of Iterative Extended Kalman filter in relative attitude estimation[J]. *Missiles and Space Vehicles*, 2012(6): 48-52.
- [6] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. *Proceeding of the IEEE*, 2004, 92(3): 401-422.
- [7] JIA B, XIN M, PHAM K, et al. Multiple sensor estimation using a high-degree cubature information filter[C]//*Proceedings of Sensors and Systems for Space Applications VI*. Baltimore, Maryland: SPIE, 2013.
- [8] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [9] BAR S Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. Estimation with application to tracking and navigation[M]. New York: John Wiley & Sons Inc, 2001.
- [10] 吴伟仁,王大轶,宁晓琳. 深空探测器自主导航原理与技术[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2011: 122.  
WU W R, WANG D Y, NING X L. Principle and technology of autonomous navigation of deep space probe[M]. Beijing: China Aerospace Press, 2011: 122.
- [11] 张文佳,马辛. 深空探测器接近段自主导航的滑动窗口自适应滤波方法[J]. *上海交通大学学报*, 2022, 56(11): 1461-1469.  
ZHANG W J, MA X. A sliding window adaptive filtering method for autonomous navigation of deep space probe in approach segment[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2022, 56(11): 1461-1469.
- [12] 王广玉,窦磊,窦杰. 基于自适应卡尔曼滤波的多目标跟踪算法[J]. *计算机应用*, 2022, 42(S1): 271-275.  
WANG G Y, DOU L, DOU J. Multi-target tracking algorithm based on adaptive Kalman filter[J]. *Journal of Computer Applications*, 2022, 42(S1): 271-275.
- [13] 宁晓琳,李卓,黄盼盼,等. 火星探测器捕获段自适应卡尔曼滤波方法[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2016, 3(3): 237-245.  
NING X L, LI Z, HUANG P P, et al. Adaptive Kalman filtering method for acquisition segment of Mars probe[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2016, 3(3): 237-245.
- [14] 丁家琳,肖建. 基于极大后验估计的自适应容积卡尔曼滤波器[J]. *控制与决策*, 2014, 29(2): 327-334.  
DING J L, XIAO J. Adaptive cubature kalman filter based on maximum a posteriori estimation[J]. *Control and Decision*, 2014, 29(2): 327-334.
- [15] ZHOU Q F, ZHANG H, LI Y, et al. An adaptive low cost GNSS/MEMS-IMU tightly coupled integration system with aiding measurement in a GNSS signal challenged environment[J]. *Sensors*, 2015, 15(9): 23953-23982.
- [16] HU C W, CHEN W. Adaptive Kalman filtering for vehicle navigation[J]. *Journal of Global Positioning System*, 2003, 2(1): 227-233.
- [17] 张文玲,朱明清,陈宗海. 基于强跟踪UKF的自适应SLAM算法[J]. *机器人*, 2010, 32(2): 190-195.  
ZHANG W L, ZHU M Q, CHEN Z H. Adaptive SLAM algorithm based on strong tracking UKF[J]. *Robot*, 2010, 32(2): 190-195.
- [18] 张抒扬,董鹏,敬忠良. 变分贝叶斯自适应容积卡尔曼的SLAM算法[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2019, 51(4): 12-18.  
ZHANG S Y, DONG P, JING Z L. SLAM algorithm based on Bayesian adaptive volume Kalman[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2019, 51(4): 12-18.
- [19] LEE D J, ALFRIEND K. Adaptive sigma point filtering for state and parameter estimation[C]//*AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit*. Providence, Rhode Island: AIAA, 2004.
- [20] BUSSE F D, HOW J P, SIMPSON J. Demonstration of adaptive extended Kalman filter for low-Earth-orbit formation estimation using CDGPS[J]. *Navigation*, 2003, 50(2): 79-93.

作者简介:

**解天昊**(1999-),男,硕士研究生,主要研究方向:天文导航技术。  
通信地址:北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院(100191)  
电话:13777591982

E-mail: xietianhao@buaa.edu.cn

**宁晓琳**(1979-),女,教授,博士生导师,主要研究方向:航天器、深空探测器自主导航技术。**本文通信作者。**

通信地址:北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院(100191)

E-mail: ningxiaolin@buaa.edu.cn

## An Adaptive Kalman Filter for Mars Spacecraft Approach Phase

XIE Tianhao, ZHANG Wenjia, MA Xin, NING Xiaolin

(School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** Celestial navigation technology is a kind of navigation means which is suitable for deep space exploration. It has been widely used in deep space exploration field. In the practical operation of deep space detector, Kalman filter is usually used as the optimal estimation method due to the existence of process noise and measurement noise. When deep space probe is in the approach section of the orbit, the acceleration of the probe changes sharply, which leads to the increase of the uncertainty of the navigation system process noise, so the process noise covariance cannot be accurately known. To solve these problems, adaptive Q cubature Kalman filter (AQCKF) based on system noise covariance adjustment was proposed in this paper. In this method, the estimated covariance of process noise at the last moment and the observed covariance of process noise at the present moment were considered comprehensively. The method used the weighted factor to adjust noise covariance online, which made the filtering method more optimized. At the same time, in this paper was taken the Mars probe as an example to be simulated. Simulation results show that compared with Cubature Kalman Filter (CKF), the average position error of AQCKF method was 10.2359 km, and the average velocity error was 0.3224 m/s. This method can not only solve the problem of error divergence, but also improve the stability of navigation system. In addition, the paper also analyzes the influence of weighted factor on navigation performance, which can effectively solve the problem of navigation accuracy reduction when deep space probe is in the approach segment.

**Keywords:** deep space exploration; autonomous navigation; adaptive filtering; Kalman filter

**Highlights:**

- An adaptive Q cubature Kalman filter (AQCKF) based on system noise covariance adjustment is proposed by introducing weighted factor.
- It solves the problem of diverging results from CKF methods.
- The influence of weighted factor on navigation accuracy is analyzed and evaluated.

[责任编辑: 杨晓燕, 英文审校: 宋利辉]