

深空探测器相对论导航方法

熊凯, 魏春岭, 李连升, 周鹏

(北京控制工程研究所空间智能控制技术重点实验室, 北京 100094)

摘要: 在相对论导航系统中, 通过毫角秒恒星角距测量装置获取反映恒星光行差和光线引力偏折变化的恒星角距观测测量, 利用导航滤波器处理观测测量, 估计深空探测器在惯性空间的位置和速度矢量, 以及敏感器的测量基准偏差。建立了面向导航滤波器设计和系统性能分析的状态和观测方程, 根据导航系统的克拉美劳下界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)考察了相对论导航方法用于深空探测的可行性, 设计了通过导航滤波器自主学习提升相对论导航系统性能的策略。仿真研究表明, 对于环绕火星运行的深空探测器, 在恒星角距测量精度为1 mas的情况下, 相对论导航方法能达到百米量级的定位精度水平。为相对论导航方法在深空中的应用提供了支持。

关键词: 深空探测; 天文导航; 相对论效应; Q学习扩展卡尔曼滤波器

中图分类号: V448.2

文献标识码: A

文章编号: 2096-9287(2023)02-0140-11

DOI: 10.15982/j.issn.2096-9287.2023.20230011

引用格式: 熊凯, 魏春岭, 李连升, 等. 深空探测器相对论导航方法[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(2): 140-150.

Reference format: XIONG K, WEI C L, LI L S, et al. Relativistic navigation method for deep space probes[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2023, 10(2): 140-150.

引言

深空探测是了解太阳系起源与演化、拓展人类生存空间的重要途径。2020年,“嫦娥五号”完成中国首次地外天体采样返回任务,标志着探月工程“绕”“落”“回”三步走收官之战取得圆满胜利。2021年,“天问一号”巡视器成功着陆于火星乌托邦平原,使中国在行星探测领域进入世界先进行列。根据深空探测发展规划,2030年前后中国将实施木星系及行星际穿越等外层大行星探测任务,还计划开展太阳系边际(100 AU以远)和太阳系外天体等探测任务。这些任务对深空探测器的自主能力和智能水平提出了新挑战,也为自主导航理论方法的发展应用提供了动力源泉。

自主导航系统能在不依赖地面支持的情况下,在轨实时为深空探测器提供精确的位置、速度和姿态等运动状态信息,辅助深空探测器完成轨道机动控制、空间抓捕操作、目标引力场测算等飞行任务和空间试验,使其具备长期在不确定环境且无外界干预条件下执行复杂任务的能力,支持深空探测器发展成为具备感知、学习、推理、执行、进化能力的智能无人系统。同时,深空探测器具备自主导航能力有助于缓解

因中国国土资源有限造成的地面测控站布局困难、降低成本,适应未来人类向更深远空间探测发展的需要^[1-5]。深空环境遥感测绘、地外星表精确定点着陆和火星采样返回过程中有限合作目标捕获等任务,提出了百米量级实时高精度绝对导航定位需求。

深空探测器导航是实现自主控制的基础,是保障深空探测器安全和支撑测控区外执行任务的核心技术。基于天体光学成像测量的传统自主天文导航方式已在多个深空探测工程中得到应用,包括美国“NEAR号”小行星探测器、“深空1号”(Deep Space-1)小行星探测器、“深度撞击号”(Deep Impact)彗星探测器、“火星勘测者号”(Mars Reconnaissance Orbiter, MRO)探测器、“火星科学实验室号”(Mars Science Laboratory, MSL)探测器、日本“隼鸟1号”(Hayabusa-1)小行星探测器、欧洲航天局(European Space Agency, ESA)“智慧1号”(Smart-1)月球探测器等^[6-10]。传统自主天文导航要求深空探测器的光学成像敏感器指向特定天体进行观测,其性能受到跟踪指向机构、近天体测量精度、行星和小天体星历误差、对距离和光照条件敏感等因素的制约,在目标天体不可见时不可用,亟需发展一种能够提供实时连续、高

精度定位测速信息的自主导航方法。

针对现有自主天文导航精度难以提升的瓶颈问题, 本文开展基于相对论效应观测的深空探测器自主导航方法研究, 通过提取载体运动造成的恒星光行差, 以及天体引力场导致光线引力偏折这两类相对论效应中包含的导航信息, 估计载体运动状态。相对于近年来得到广泛关注的传统光学成像导航、X射线脉冲星导航^[11-12]和恒星光谱测速导航^[13-14]而言, 相对论导航的技术优势主要有: ①可用目标多, 以宇宙中广泛分布的恒星作为观测目标, 避免了传统光学成像导航近天体测量精度低等问题; ②辐射信号强, 对目标在可见光波段进行观测, 避免了X射线脉冲星导航目标源信号弱等问题; ③恒星位置稳, 恒星在天球上角位置的理论值可根据星表精确计算, 避免了恒星光谱测速导航信号源不稳定等问题。

相对论导航系统不要求专门指向某个目标天体进行观测, 测量传感器可捷联安装在深空探测器平台, 以进入视场的恒星作为观测目标。同时, 保持了传统天文导航不依赖地面测控和星间链路、不易受电磁干扰影响的特点。相对于近天体视线方向测量和小行星星历而言, 恒星角距观测的获取和恒星星表更易于达到较高精度。随着未来测量传感器技术的进步, 有望将自主天文导航精度提升到前所未有的水平, 具有重要的研究价值。

国外学者面向深空探测任务, 对通过恒星光行差测量获取载体测速导航信息的概念方法开展了探索研究^[15-17]。已有工作的不足之处在于, 将广义相对论中与载体位置相关联的光线引力偏折作为系统偏差进行处理, 未深入探讨姿态确定和误差影响因素分析等方面的问题。北京控制工程研究所是国内较早关注和倡导相对论导航研究的单位, 2020年, 针对导航系统中观测对载体位置的几何约束相对较弱的问题, 文献^[18]提出一套基于空间光学干涉仪和地球敏感器组合的定位、测速和定姿方法; 2022年, 文献^[19]提出融合恒星和空间目标视线方向测量信息提升导航解算精确性的方案设想。与文献^[15]所述的导航方法相比, 本文通过恒星光行差测量提取速度信息的同时, 将光线引力偏折效应建模为深空探测器位置的函数形式, 一方面避免了部分系统偏差的影响; 另一方面利用光线引力偏折效应可为相对论导航系统提供有效定位信息。为了增强导航系统性能, 设计了一种新颖的Q学习扩展卡尔曼滤波器(Q-Learning Extended Kalman Filtering, QLEKF), 其主要特色是将强化学习方法与

扩展卡尔曼滤波器相结合, 引入测量新息最小化原则构造奖赏, 用于选取关键滤波器自适应优化参数。

本文以环绕火星飞行的深空探测器为对象, 以毫角秒恒星角距测量装置作为测量敏感器, 根据相对论效应对恒星角距的影响机理, 以及恒星角距观测与深空探测器运动状态之间的关联关系, 建立了相对论导航系统的状态方程和观测方程, 作为系统性能分析和导航滤波器设计的基础; 通过计算导航系统的克拉美劳下界, 考察了敏感器测量噪声、观测目标星数、恒星角距大小和数据更新频率等因素对导航性能的影响; 针对传统扩展卡尔曼滤波器(Extended Kalman Filtering, EKF)递推计算公式中系统噪声方差阵取值影响状态估计精度的问题, 将强化学习理论方法用于导航滤波器参数的整定, 设计了基于滤波器参数自学习的QLEKF算法, 使得滤波器可以通过自身与环境的交互, 自适应地选取合理的滤波器参数, 在实际应用场景中逐渐改善状态估计精度, 达到增强导航系统性能的目的。

1 导航系统模型

1.1 相对论效应影响

为建立相对论导航系统观测方程, 研究相对论效应对恒星视线方向观测量的影响, 建立恒星光行差及光线引力偏折这两种相对论效应与深空探测器位置和速度的关系。恒星光行差是同一瞬间处于运动状态的观测者与静止的观测者测量得到同一恒星视线方向之差, 如图1所示, 深空探测器为运动的观测者, u'_{lik} 是静止观测者得到的恒星视线方向, 当观测者沿 $v_{obs,k}$ 方向运动时, 观测到的恒星视线方向从 u'_{lik} 变为 u''_{lik} 。

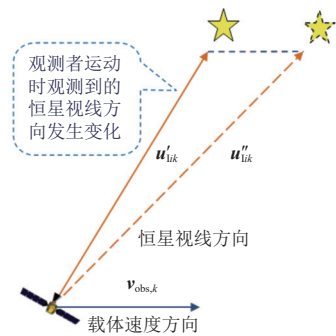


图1 恒星光行差示意图

Fig. 1 Illustration of stellar aberration

根据狭义相对论, 给出恒星光行差对视线方向影响的数学表达式。处于运动状态的观测者测量得到的恒星视线方向矢量 u''_{lik} 数学描述为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}'_{ik} = & \mathbf{u}_{ik} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}'_{ik} \times (\mathbf{v}_{\text{obs},k} \times \mathbf{u}'_{ik})] - \\ & \frac{1}{c^2} [(\mathbf{v}_{\text{obs},k}^T \mathbf{u}'_{ik}) \mathbf{u}'_{ik} \times (\mathbf{v}_{\text{obs},k} \times \mathbf{u}'_{ik}) + \\ & \frac{1}{2} \mathbf{v}_{\text{obs},k} \times (\mathbf{u}'_{ik} \times \mathbf{v}_{\text{obs},k})] + o(c^{-3}) \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{v}_{\text{obs},k}$ 为深空探测器 (或观测者) 相对于太阳系质心的速度; c 为光速; 符号 $o(c^{-3})$ 为以毫角秒恒星角距测量装置的测角精度水平可以忽略的高阶项。

$$\mathbf{v}_{\text{obs},k} = \mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{M,k} \quad (2)$$

其中: \mathbf{v}_k 为深空探测器相对于火心的速度; $\mathbf{v}_{M,k}$ 为火星相对于太阳系质心的速度。

根据广义相对论, 由于天体引力场的作用, 恒星光线经过天体附近时会发生偏折现象。恒星光线从火星近旁通过时的光线引力偏折效应如图2所示, \mathbf{u}_{1ik} 和 \mathbf{u}_{2ik} 是无引力场作用时观测到的恒星视线方向, 在火星引力场的作用下, 观测到的恒星视线方向分别变为 \mathbf{u}'_{1ik} 和 \mathbf{u}'_{2ik} 。

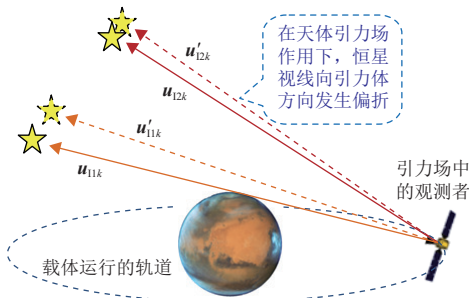


图2 光线引力偏折示意图

Fig. 2 Illustration of starlight gravitational deflection

由于天体引力场的作用, 恒星光线经过天体附近时会发生偏折。根据广义相对论, 给出光线引力偏折效应对恒星视线方向影响的数学表达式。静止观测者测量得到的恒星视线方向矢量在惯性坐标系投影 \mathbf{u}'_{ik} 可表示为

$$\mathbf{u}'_{ik} = \mathbf{u}_{ik} + \delta\mathbf{u}_{ik} \quad (3)$$

其中: \mathbf{u}_{ik} 为恒星在不受引力影响情况下的视线方向, 下标 i 用于区分不同的恒星, k 表示离散的时刻; \mathbf{u}_{ik} 可通过精确的恒星星表计算得到; $\delta\mathbf{u}_{ik}$ 为光线引力偏折效应对恒星视线方向的影响。

对于mas量级的传感器测角精度, 在深空探测器围绕火星运动的情况下, 仅考虑火星造成的光线引力偏折效应的影响时, $\delta\mathbf{u}_{ik}$ 的简化表达式为

$$\delta\mathbf{u}_{ik} = \frac{2\mu_M (1 - \mathbf{u}_{ik}^T \mathbf{r}_k / \|\mathbf{r}_k\|) (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{ik} \mathbf{u}_{ik}^T) \mathbf{r}_k}{c^2 \|\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{ik} \mathbf{u}_{ik}^T\|^2} \quad (4)$$

其中: μ_M 是火星引力常数; \mathbf{r}_k 为深空探测器相对于火心的位置, 其表达式可写为

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{r}_{\text{obs},k} - \mathbf{r}_{M,k} \quad (5)$$

其中: $\mathbf{r}_{\text{obs},k}$ 和 $\mathbf{r}_{M,k}$ 分别为深空探测器和火心相对于太阳系质心的位置矢量在惯性系的投影。

本文主要研究深空探测器环绕中心天体运动情况的导航定位实现方式, 这是一种较简单的情况。实际应用过程往往需要结合具体任务对象和应用场景进行有针对性的改进方案, 如对于深空探测器的发射入轨、深空转移、接近目标等不同任务段, 应充分分析评估地球、太阳、目标天体, 以及太阳系中其它天体引力场的综合影响。

从上述原理发现, 恒星光行差反映了垂直于恒星视线方向深空探测器的运动速度, 而光线引力偏折效应反映了深空探测器与主要引力体的相对位置关系。因此, 可建立恒星光行差和光线引力偏折效应与深空探测器位置和速度之间的关联关系, 根据对恒星星光的极高精度测量准确估计载体运动状态。

1.2 恒星角距测量

毫角秒恒星角距测量装置的精度水平可以分辨出恒星光行差和光线偏折效应。但是在假定深空探测器运动状态信息未知的情况下, 获取优于1 mas精度的惯性姿态信息非常困难。原因在于对在太阳系中运动的深空探测器而言, 在深空探测器自身的运动状态不是精确已知情况下, 难以准确获取无引力场环境静止观测者的恒星视线方向, 此时无法得到高精度的惯性基准。用于导航的惯性坐标系通常是以地球上恒星视线方向为基准建立的, 在测量得到的恒星视线方向自身受到相对论效应影响且无法得到有效补偿的情况下, 难以得到传感器坐标系与惯性坐标系的转换关系, 因而无法将在传感器坐标系测量得到的恒星视线方向转换到惯性坐标系。这一问题在传感器测量精度不高的情况下并不突出, 但对于mas量级的传感器测量精度, 则必须认真考虑。

尽管恒星光行差和光线引力偏折效应直接表现为恒星视线方向的变化, 但是惯性坐标系的恒星视线方向难以直接通过传感器测量得到。解决上述问题的方法是将不同恒星视线方向矢量之间的夹角, 即恒星角距作为观测量。基于多孔径传感器的毫角秒恒星角距测量装置如图3所示, 通过配置在固定基座的2个或多个传感器接收恒星星光, 根据星点在成像平面的位置计算传感器坐标系中的恒星视线方向矢量, 通过计算不同恒星视线方向矢量之间的夹角得到恒星角距观测

量。通过配置多条基线, 可实现对多个不同方向恒星角距的测量。理论上敏感器的极限精度取决于其口径, 敏感器的口径越大, 则相应的测量精度越高。

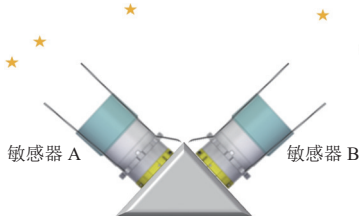


图3 恒星角距测量装置示意图

Fig. 3 Illustration of equipment for inter-star angle measurement

值得注意的是, 恒星角距大小与坐标系的选择无关, 在传感器坐标系测量得到的恒星角距与惯性坐标系的恒星角距大小相同, 这样避免了将恒星视线方向矢量从传感器坐标系转换至恒星星表所在的惯性坐标系的问题, 即定位解算过程中不需要用到深空探测器的惯性姿态信息。

在相对论导航方法研究中, 以反映恒星光行差和引力偏折效应的恒星角距为观测量。第*i*颗恒星和第*j*颗恒星之间角距的数学表达式为

$$\begin{aligned} (\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} &= (\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} + \\ &\frac{1}{c} \left[1 - (\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} \right] \left(\mathbf{v}_{\text{obs},k}^T \mathbf{u}'_{1ik} + \mathbf{v}_{\text{obs},k}^T \mathbf{u}'_{1jk} \right) - \\ &\frac{1}{c^2} \left[1 - (\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} \right] \left[\left(\mathbf{v}_{\text{obs},k}^T \mathbf{u}'_{1ik} \right)^2 + \left(\mathbf{v}_{\text{obs},k}^T \mathbf{u}'_{1jk} \right)^2 + \right. \\ &\left. \left(\mathbf{v}_{\text{obs},k}^T \mathbf{u}'_{1ik} \right) \left(\mathbf{v}_{\text{obs},k}^T \mathbf{u}'_{1jk} \right) - \mathbf{v}_{\text{obs},k}^T \mathbf{v}_{\text{obs},k} \right] + o(c^{-3}) \end{aligned} \quad (6)$$

考虑到在不同坐标系中恒星角距是相同的, 得到以下关于恒星角距的等式

$$(\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} = (\mathbf{u}'_{Bik})^T \mathbf{u}'_{Bjk} \quad (7)$$

其中: \mathbf{u}'_{Bik} 为第*i*颗恒星的视线方向矢量在传感器坐标系的投影。

将毫角秒恒星角距测量装置的观测量 y_{ijk} 表示为

$$y_{ijk} = (\mathbf{u}'_{Bik})^T \mathbf{u}'_{Bjk} + \kappa_{ijk} + \xi_{ijk} \quad (8)$$

其中: κ_{ijk} 为毫角秒恒星角距测量装置的基准偏差; ξ_{ijk} 为测量噪声。

进而得到描述毫角秒恒星角距测量装置的观测量 y_{ijk} 与恒星角距 $(\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk}$ 关系的数学表达式

$$y_{ijk} = (\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} + \kappa_{ijk} + \xi_{ijk} \quad (9)$$

结合恒星光行差和光线引力偏折表达式, 易于看出根据恒星角距构造得到的观测量 y_{ijk} 能够反映深空探

测器的位置和速度等运动状态信息, 可用于建立相对论导航系统的观测方程。

1.3 状态方程和观测方程

根据相对论导航基本原理和恒星角距观测量表达式, 面向围绕火星运行的深空探测器, 给出导航系统的状态方程和观测方程。将状态向量构造为深空探测器在火星惯性坐标系中位置矢量 $\mathbf{r}_k = [r_{xk} \ r_{yk} \ r_{zk}]^T$ 、速度矢量 $\mathbf{v}_k = [v_{xk} \ v_{yk} \ v_{zk}]^T$, 以及传感器基准偏差 κ_{ijk} 的组合, 即

$$\mathbf{x}_k = \left[\mathbf{r}_k^T \ \mathbf{v}_k^T \ \boldsymbol{\kappa}_k^T \right]^T \quad (10)$$

其中: $\boldsymbol{\kappa}_k = [\dots \ \kappa_{ijk} \ \dots]^T$ 。以观测*m*个方向的恒星角距为例进行说明, 基于轨道动力学模型建立的状态方程形式为

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_k \quad (11)$$

其中

$$f(\mathbf{x}_k) = \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}_k) \Delta_t \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_k \\ -\frac{\mu_M \mathbf{r}_k}{\|\mathbf{r}_k\|^3} + p(\mathbf{r}_k) \\ \mathbf{0}_{m \times 1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中: Δ_t 为状态预测时间步长; $p(\mathbf{r}_k)$ 包含了火星中心引力外其它轨道摄动的影响, 如火星非球形引力摄动、太阳光压和太阳引力摄动等; \mathbf{w}_k 为系统噪声, 用于描述未建模误差项的影响, 其方差阵记为对称正定阵 \mathbf{Q}_k , 其取值往往需要在方案设计阶段人为整定, 本文通过基于自学习技术的智能导航滤波器对系统噪声方差阵的取值进行优化。

综合考虑恒星光行差和光线引力偏折效应的影响, 将相对论导航系统的观测方程写为

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} \vdots \\ y_{ijk} \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad h(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} \vdots \\ h_{ij}(\mathbf{x}_k) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中: \mathbf{y}_k 为利用毫角秒恒星角距测量装置获取的观测量, 各个分量 y_{ijk} 为不同方向上的恒星角距; \mathbf{v}_k 表示测量噪声 ξ_{ijk} 的组合, 其方差阵为对称正定阵 \mathbf{R}_k ; 观测函数 $h(\mathbf{x}_k)$ 中各个分量 $h_{ij}(\mathbf{x}_k)$ 的数学表达式为

$$h_{ij}(\mathbf{x}_k) = (\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} + \frac{1}{c} \left[1 - (\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} \right] \left[(\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{M,k})^T \mathbf{u}'_{1ik} + (\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{M,k})^T \mathbf{u}'_{1jk} \right] - \frac{1}{c^2} \left[1 - (\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} \right] \left\{ (\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{M,k})^T \mathbf{u}'_{1ik} \right\}^2 + \left[(\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{M,k})^T \mathbf{u}'_{1jk} \right]^2 + \left[(\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{M,k})^T \mathbf{u}'_{1jk} \right] \left[(\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{M,k})^T \mathbf{u}'_{1ik} \right] - (\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{M,k})^T (\mathbf{v}_k + \mathbf{v}_{M,k}) \} \quad (16)$$

相应的雅可比矩阵 \mathbf{H}_k 可根据相对论导航系统的观测方程推导得到,为简化计算忽略观测矩阵 \mathbf{H}_k 中高阶项 $o(c^{-2})$ 的影响。

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial h(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{r}_k} & \frac{\partial h(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{v}_k} & \frac{\partial h(\mathbf{x}_k)}{\partial \boldsymbol{\kappa}_k} \end{bmatrix} \quad (17)$$

\mathbf{H}_k 中的第1项中对应第*i*颗恒星和第*j*颗恒星的角距部分可写为

$$\frac{\partial h_{ij}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{r}_k} = \frac{\partial h_{ij}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{u}'_{1ik}} \frac{\partial \mathbf{u}'_{1ik}}{\partial \mathbf{r}_k} + \frac{\partial h_{ij}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{u}'_{1jk}} \frac{\partial \mathbf{u}'_{1jk}}{\partial \mathbf{r}_k} \quad (18)$$

根据恒星角距观测量的数学表达式,以及标量对向量求导的定义,并忽略数学表达式中的高次项可得

$$\frac{\partial h_{ij}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{u}'_{1ik}} \approx (\mathbf{u}'_{1jk})^T \approx \mathbf{u}_{1jk}^T \quad (19)$$

$$\frac{\partial h_{ij}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{u}'_{1jk}} \approx (\mathbf{u}'_{1ik})^T \approx \mathbf{u}_{1ik}^T \quad (20)$$

根据光线引力偏折效应的数学表达式可以推导得到

$$\frac{\partial \mathbf{u}'_{1ik}}{\partial \mathbf{r}_k} = \frac{\partial \delta \mathbf{u}_{1ik}}{\partial \mathbf{r}_k} = \frac{2\mu_E}{c^2} \frac{1}{\|(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) \mathbf{r}_k\|^2} \left\{ (1 - \mathbf{u}_{1ik}^T \mathbf{r}_k / \|\mathbf{r}_k\|) \left[\mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{2(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T)}{\|(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) \mathbf{r}_k\|^2} \right] (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) - \frac{1}{\|\mathbf{r}_k\|} (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) \mathbf{r}_k \mathbf{u}_{1ik}^T (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T / \|\mathbf{r}_k\|^2) \right\} \quad (21)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}'_{1jk}}{\partial \mathbf{r}_k} = \frac{\partial \delta \mathbf{u}_{1jk}}{\partial \mathbf{r}_k} = \frac{2\mu_E}{c^2} \frac{1}{\|(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) \mathbf{r}_k\|^2} \left\{ (1 - \mathbf{u}_{1jk}^T \mathbf{r}_k / \|\mathbf{r}_k\|) \left[\mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{2(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T)}{\|(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) \mathbf{r}_k\|^2} \right] (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) - \frac{1}{\|\mathbf{r}_k\|} (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) \mathbf{r}_k \mathbf{u}_{1jk}^T (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T / \|\mathbf{r}_k\|^2) \right\} \quad (22)$$

综合,观测矩阵中的第1项可写为

$$\frac{\partial h(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{r}_k} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \frac{\partial h_{ij}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{r}_k} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (23)$$

其中

$$\frac{\partial h_{ij}(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{r}_k} = \frac{2\mu_E \mathbf{u}_{1jk}^T}{c^2 \|(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) \mathbf{r}_k\|^2} \left\{ (1 - \mathbf{u}_{1ik}^T \mathbf{r}_k / \|\mathbf{r}_k\|) \left[\mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{2(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T)}{\|(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) \mathbf{r}_k\|^2} \right] (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) - \frac{1}{\|\mathbf{r}_k\|} (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1ik} \mathbf{u}_{1ik}^T) \mathbf{r}_k \mathbf{u}_{1ik}^T (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T / \|\mathbf{r}_k\|^2) \right\} + \frac{2\mu_E \mathbf{u}_{1ik}^T}{c^2 \|(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) \mathbf{r}_k\|^2} \left\{ (1 - \mathbf{u}_{1jk}^T \mathbf{r}_k / \|\mathbf{r}_k\|) \left[\mathbf{I}_{3 \times 3} - \frac{2(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T)}{\|(\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) \mathbf{r}_k\|^2} \right] (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) - \frac{1}{\|\mathbf{r}_k\|} (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{u}_{1jk} \mathbf{u}_{1jk}^T) \mathbf{r}_k \mathbf{u}_{1jk}^T (\mathbf{I}_{3 \times 3} - \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T / \|\mathbf{r}_k\|^2) \right\} \quad (24)$$

根据恒星角距观测量和恒星光行差可以推导得到观测矩阵 \mathbf{H}_k 中的第2项

$$\frac{\partial h(\mathbf{x}_k)}{\partial \mathbf{v}_k} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \frac{1}{c} \left[1 - (\mathbf{u}'_{1ik})^T \mathbf{u}'_{1jk} \right] (\mathbf{u}'_{1ik} + \mathbf{u}'_{1jk})^T \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (25)$$

\mathbf{H}_k 中的第3项为

$$\frac{\partial h(\mathbf{x}_k)}{\partial \boldsymbol{\kappa}_k} = \mathbf{I}_{m \times m} \quad (26)$$

结合前面对 \mathbf{H}_k 第1项、第2项和第3项的推导结果,得到相对论导航系统中观测矩阵的完整表达式。通过推导得到的观测矩阵可用于导航系统可观测度分析和导航滤波器设计。不难看出,出现在观测矩阵中的模型参数仅包括光速、地球引力常数和恒星在惯性坐标系中的视线方向矢量。上述参数可以凭借现有技术以足够高的精度测定,不会对导航方法的工程实施构成障碍。

2 导航滤波器设计

2.1 设计思路

导航滤波器的优化设计对于抑制噪声影响、提升系统性能具有重要作用。在实际系统与滤波模型不匹配的情况下,工程上常用的传统EKF不具备自适应能力。对于相对论导航系统,考虑工程技术人员的认知

水平、星上计算机处理能力, 以及在地面试验室模拟深空环境的局限性, 用于导航滤波器的轨道动力学模型是对实际深空探测器运动规律的近似, 易受未建模误差项、轨道外推误差等不确定因素的影响。导航滤波器抑制模型不确定性影响力与算法系统噪声方差阵和测量噪声方差阵的取值有关^[20]。对于滤波器参数的设计, 测量噪声方差阵取值可根据测量敏感器精度指标测试结果得到, 而系统噪声方差阵的取值往往需要地面设计人员通过数学仿真进行整定, 但在仿真模型与实际系统存在差异的情况下, 人为整定的滤波器参数不一定适用于真实任务场景。

如何在有效克服模型不确定性影响的同时, 尽可能控制导航滤波器的复杂程度, 是导航系统方案设计过程中需要解决的问题。强化学习方法对于解决面向非线性不确定系统的滤波器设计问题具有重要价值。作为强化学习广泛应用的方法之一, Q学习的基本思路是通过智能体 (Agent) 在未知环境中通过反复迭代试错 (Trial and Error) 过程不断积累经验, 逐渐使累积奖赏 (以数表或其它形式的Q函数来表述) 最大化, 最终掌握一种选择动作的最优策略^[21-22]。对于相对论导航系统, 结合EKF估计和Q学习方法决策能力, 有助于提升导航滤波器对实际应用场景的适应性。自学习过程的收敛性分析可参阅文献^[19]。

2.2 算法设计

根据自学习智能导航滤波器设计思路和强化学习实施方式, 针对系统噪声统计特性不确定性影响, 根据式 (10) 所示的状态方程及式 (13) 所示的观测方程, 将确定性Q学习方法^[21]用于滤波器参数整定, 所设计的Q学习扩展卡尔曼滤波器 (QLEKF) 递推解算流程如表1所示。

在上述算法流程中, $\hat{\mathbf{x}}_k$ 和 \mathbf{P}_k 分别表示导航滤波器的状态估计值和相应的估计误差方差阵, $\hat{\mathbf{x}}_k^{(s,a)}$ 和 $\mathbf{P}_k^{(s,a)}$ 分别表示探索滤波器中的状态估计值和相应的估计误差方差阵, $\tilde{\mathbf{y}}_k$ 和 $\tilde{\mathbf{y}}_k^{(s,a)}$ 分别表示导航滤波器和探索滤波器的测量新息, $\hat{\mathbf{Q}}_k^{(s,a)}$ 表示可供选择的系统噪声方差阵, $\hat{\mathbf{Q}}_k$ 表示通过Q学习方法选取的系统噪声方差阵, $Q(s,a)$ 表示Q学习算法中状态 s 和动作 a 的状态动作值函数 (或累积奖赏), 可写为数表的形式, 其中, s 表示当前选择的系统噪声方差阵, a 表示在集合 $\{\hat{\mathbf{Q}}_k^{(s,a)}\}$ 中选择不同的系统噪声方差阵动作, $R(s,a)$ 表示在状态 s 执行动作 a 得到的奖赏, T 表示用于计算奖赏 $R(s,a)$ 的时间周期; 在 $Q(s,a)$ 递推计算公式中, $0 \leq \alpha < 1$ 表示学习速率, $0 < \gamma \leq 1$ 表示折扣因子, 二者均为可调参数; QLEKF 估计结果为导航滤波器的输出 $\{\hat{\mathbf{x}}_k\}$ 和 $\{\mathbf{P}_k\}$ 。在QLEKF

中, 基于相对论导航系统模型设计的EKF算法的一步递推计算公式如表2所示。

表1 Q学习扩展卡尔曼滤波器

Table 1 Q-learning extended Kalman filter

算法1: Q学习扩展卡尔曼滤波器

输入: 状态估计初始值 $\hat{\mathbf{x}}_0$ 及其误差方差阵 \mathbf{P}_0 , 事先确定的方差阵集合 $\{\hat{\mathbf{Q}}_k^{(s,a)}\}$, 观测量 \mathbf{y}_k

- 1: $\hat{\mathbf{x}}_0^{(s,a)} \leftarrow \hat{\mathbf{x}}_0$, $\mathbf{P}_0^{(s,a)} \leftarrow \mathbf{P}_0$, $Q(s,a) \leftarrow 0$, $k \leftarrow 0$
- 2: **for** 特定导航任务周期, **do**
- 3: **for** 任意 $a \in \mathbf{A}$, **do**
- 4: $R(s,a) \leftarrow 0$
- 5: **for** $t = 1, 2, \dots, T$, **do**
- 6: $k \leftarrow k + 1$
- 7: $[\hat{\mathbf{x}}_k^{(s,a)}, \mathbf{P}_k^{(s,a)}, \tilde{\mathbf{y}}_k^{(s,a)}] \leftarrow \text{EKF}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{(s,a)}, \mathbf{P}_{k-1}^{(s,a)}, \mathbf{y}_k, \hat{\mathbf{Q}}_k^{(s,a)}, R_k)$
▷ 探索滤波器
- 8: $R(s,a) \leftarrow R(s,a) + \frac{1}{T} \left\{ \left[(\tilde{\mathbf{y}}_k^{(s,a)})^{-1} R_k^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_k^{(s,a)} \right]^{-1} - R(s,a) \right\}$
- 9: $[\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{P}_k, \tilde{\mathbf{y}}_k] \leftarrow \text{EKF}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{P}_{k-1}, \mathbf{y}_k, \hat{\mathbf{Q}}_k, R_k)$ ▷ 导航滤波器
- 10: **end for**
- 11: $Q(s,a) = (1 - \alpha) Q(s,a) + \alpha [R(s,a) + \gamma \max_{a'} Q(s', a')]$
- 12: **end for**
- 13: $a_{\max} \leftarrow \underset{a}{\operatorname{argmax}} Q(s,a)$
- 14: $\hat{\mathbf{Q}}_k \leftarrow \hat{\mathbf{Q}}_k^{(s,a_{\max})}$
- 15: **end for**
- 16: **输出:** $\{\hat{\mathbf{x}}_k\}$ and $\{\mathbf{P}_k\}$

表2 扩展卡尔曼滤波器的计算公式

Table 2 Equations of extended Kalman filter

算法2: 扩展卡尔曼滤波器

- 1: **function** EKF($\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{P}_{k-1}, \mathbf{y}_k, \hat{\mathbf{Q}}_k, R_k$)
- 2: $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} \leftarrow f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1})$ ▷ 预测
- 3: $\mathbf{P}_{k|k-1} \leftarrow \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k$
- 4: $\mathbf{K}_k \leftarrow \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + R_k)^{-1}$
- 5: $\tilde{\mathbf{y}}_k \leftarrow \mathbf{y}_k - h(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1})$
- 6: $\hat{\mathbf{x}}_k \leftarrow \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k \tilde{\mathbf{y}}_k$ ▷ 更新
- 7: $\mathbf{P}_k \leftarrow (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k)^T + \mathbf{K}_k R_k \mathbf{K}_k^T$
- 8: **return** $\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{P}_k, \tilde{\mathbf{y}}_k$
- 9: **end function**

其中, $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ 和 $\mathbf{P}_{k|k-1}$ 分别为状态预测值和相应的误差方差阵, \mathbf{K}_k 为卡尔曼增益, \mathbf{F}_k 和 \mathbf{H}_k 分别为状态方程和观测方程的雅可比矩阵, \mathbf{H}_k 的形式已在前文推导得到, \mathbf{F}_k 的形式请参考文献^[22]。将QLEKF的基本算法流程归纳如图4所示。

如图4所示, 在真实系统噪声方差阵不确定的情况下, 建立多个探索滤波器并行计算结构, 将测量新息作为评估不同探索滤波器性能优劣程度的征兆, 通过

探索滤波器的测量新息构造奖赏 $R(s, a)$, 实现对状态动作值函数 $Q(s, a)$ (或累积奖赏, 用于表征智能体在探索过程中获得的经验) 的递推计算。考虑到滤波器的测量新息较小通常表示状态估计精度较高, 反之, 测量新息较大表示状态估计精度较低, 根据上述算法, 有助于提高状态估计精度系统噪声方差阵 $\hat{Q}_k^{(s,a)}$ 对应的奖赏 $R(s, a)$ 较大。随着递推计算过程的进行, 智能体将趋向于选择能够带来较大累积奖赏的系统噪声方差阵 \hat{Q}_k , 预期智能体选择滤波模型有助于提升导航滤波器的运动状态估计精度。随着学习的进行, 智能体将较大的概率选择与实际应用系统相匹配的系统噪声方差阵, 从而逐渐改善导航滤波器的在轨性能, 并提升相对论导航系统对任务环境的适应能力。

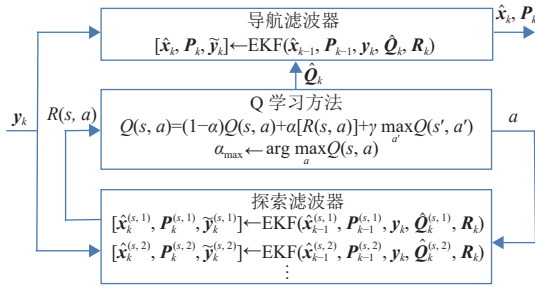


图4 Q学习扩展卡尔曼滤波器示意图
Fig. 4 Illustration of Q-learning extended Kalman filter

QLEKF算法基于多个探索滤波器并行计算的方式积累经验, 其计算量主要取决于算法中探索滤波器的个数。为保障导航系统的实时性, 通常要求导航滤波器的处理时间小于测量敏感器数据的更新周期。事实上, 对于本文所述算法, 通过少量探索滤波器 (5~10个) 即可显著提升系统的性能。

与文献[19]给出的滤波器噪声方差阵自适应选取策略相比, 本文采取的改进措施包括: 引入确定性Q学习方法来改善收敛性, 并通过并行滤波结构高效选取不同系统噪声方差阵, 避免系统噪声方差阵选取过程收敛过慢。事实上, 在未来工作中可尝试采取不同的滤波设计准则和强化学习方法来优化导航滤波器的设计, 以兼顾相对论导航系统对状态估计精确性、鲁棒性和快速性等方面的要求。

3 仿真分析

以环绕火星飞行的深空探测器为例, 通过数值仿真说明相对论导航方法和QLEKF算法的有效性。在仿真产生深空探测器标称轨道数据和测量敏感器观测量模拟值的过程中, 火星探测器的初始轨道参数如表3所示。

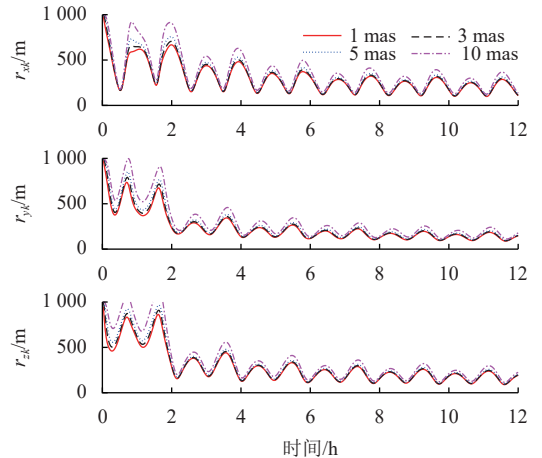
在火星探测器上配置毫角秒恒星角距测量装置, 对3颗恒星进行观测, 形成3个角距观测量, 恒星角距

测量噪声标准差1 mas, 数据更新率1 Hz, 仿真时间12 h。通过计算克拉美劳下界 (Cramer-Rao Low Bound, CRLB) 分析导航系统潜在的精度水平, 考察敏感器测量噪声、恒星角距幅度、观测恒星数量和数据更新频率对相对论导航性能的影响。CRLB根据给定的随机系统模型、状态向量先验信息, 以及噪声统计特性计算得到的实际状态估计误差方差阵的下界, 可作为衡量导航系统可观测度大小的依据, 能够针对不同任务场景和系统配置, 给出导航系统在理论上所能达到的最高精度, 从而为导航系统方案设计提供参考依据^[23-24]。

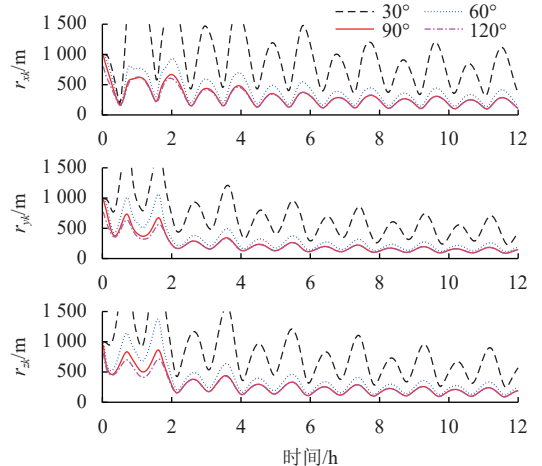
表3 火星探测器初始轨道参数
Table 3 Initial orbital elements of Mars probe

半长轴/ km	偏心率	轨道倾角/ (°)	升交点赤经/ (°)	近地点幅角/ (°)	平近点角/ (°)
3 697	0.011	90.1549	1.647×10 ⁻⁵	0.3490	0.5235

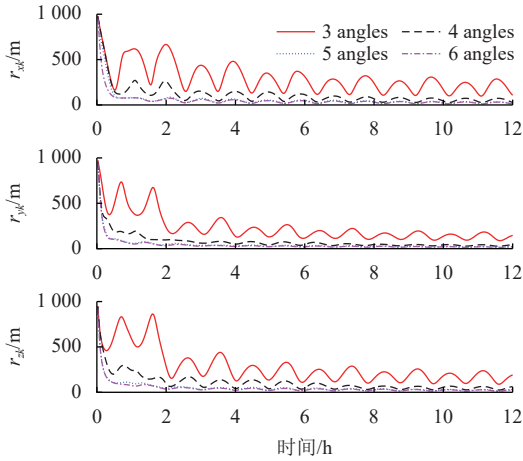
在前述仿真条件的基础上分别改变测量噪声标准差、恒星角距幅度、观测星数和数据更新频率, 得到对应深空探测器三轴位置估计误差的CRLB矩阵对角元平方根曲线如图5所示。



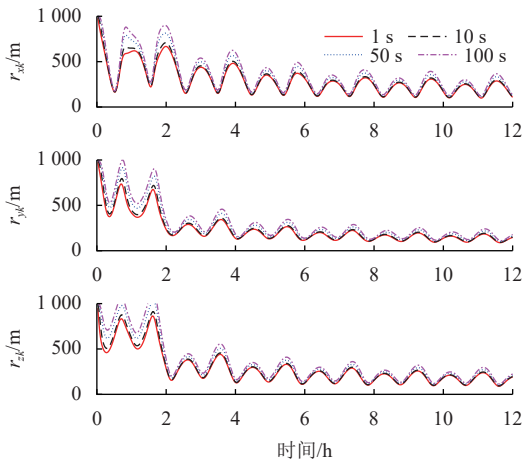
(a) 敏感器测量精度对位置估计误差的影响



(b) 恒星角距幅度对位置估计误差的影响



(c) 恒星角距数量对位置估计误差的影响



(d) 数据更新周期对位置估计误差的影响

图5 位置估计误差的CRLB曲线

Fig. 5 CRLB curves of position estimation error

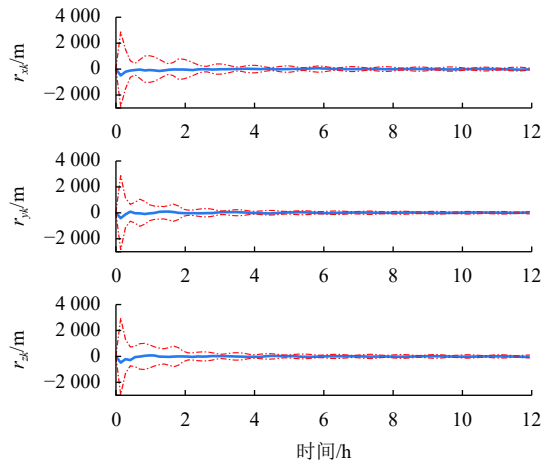
根据图5可知,在给定的仿真场景中,当传感器测量噪声、恒星角距幅度、恒星角距数量,以及数据更新周期在一定范围内变化时,通过CRLB计算得到的理论估计误差均方根曲线均是收敛的,这说明相对论导航方法在系统设计层面是有效的。通过提升传感器测量精度、增大多孔径传感器张角、增加观测星数,以及提高测量帧频,均有助于提升潜在导航性能。在相对论导航系统中,通过本文第2节设计的QLEKF算法处理恒星角距观测,仿真中滤波器参数设置如表4所示。通过QLEKF解算得到的深空探测器的三轴位置和速度估计误差曲线及根据 P_k 计算得到的误差界如图6所示。

为说明QLEKF算法的有效性,将其与传统EKF、自适应扩展卡尔曼滤波器(Adaptive Extended Kalman Filtering, AEKF)^[25]和鲁棒扩展卡尔曼滤波器(Robust Extended Kalman Filtering, REKF)^[26]进行了对比研究。通过蒙特卡洛仿真得到的不同滤波算法位置和速度估计均方根(Root Mean Square, RMS)误差及导航精度统计值分别如图7和表5所示。

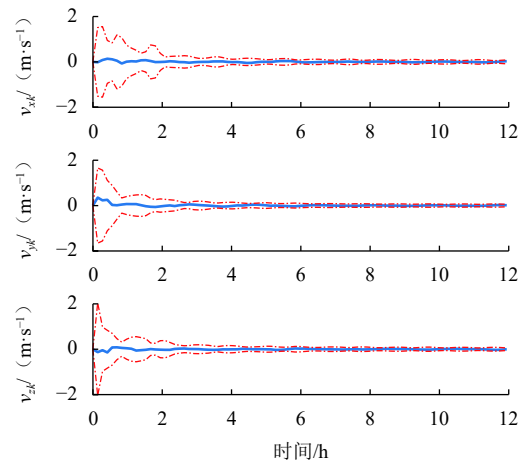
表4 导航滤波器参数

Table 4 Parameters of navigation filter

滤波器参数	仿真中参数设置
初始系统噪声 方差阵	$\hat{Q}_0 = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & & \\ & \sigma_v^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \\ & & \sigma_k^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$, 其中, $\sigma_r = 5 \times 10^{-5} \text{ m}$, $\sigma_v = 5 \times 10^{-5} \text{ m/s}$, $\sigma_k = 0.1 \text{ mas}$
测量噪声 方差阵	$R_k = \sigma_a^2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$, 其中 $\sigma_a = 1 \text{ mas}$
初始估计误差 方差阵	$P_0 = \begin{bmatrix} p_r^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & & \\ & p_v^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} & \\ & & p_k^2 \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$, 其中, $p_r = 1 \text{ km}$, $p_v = 0.1 \text{ m/s}$, $p_k = 0.2''$
学习速率	$\alpha = 0.1$
折扣因子	$\gamma = 0.9$
计算奖励的 周期/s	$T = 500$
集合中的元素	对 \hat{Q}_0 进行放大或缩小得到 $\hat{Q}_k^{(s,a)}$



(a) 位置估计误差



(b) 速度估计误差

图6 通过QLEKF解算的估计误差曲线

Fig. 6 Estimation error curves obtained from QLEKF

仿真结果表明,受系统噪声统计特性不确定性的影响,传统EKF算法的精度相对较低;QLEKF能够根

据测量新息选取有助于提升导航性能的系统噪声方差阵,从而取得优于传统EKF等算法的状态估计精度。QLEKF与AEKF在设计思路的不同之处在于,AEKF根据系统模型和观测数据同时对状态向量和滤波器参数进行估计,性能受到初始误差影响,而QLEKF通过观测数据驱动Q学习算法选取合理的滤波器参数,其滤波稳定性更易于得到保障。值得注意的是,REKF算法基于系统噪声方差阵上界设计的,在模型不确定性

影响不显著的情况下,会导致滤波器设计过于保守,从而造成估计精度降低。

表5 相对论导航系统的定位测速精度
Table 5 Position and velocity accuracy of relativistic navigation system

导航滤波器	EKF	AEKF	REKF	QLEKF
平均位置误差RMS/m	348.4	198.1	553.3	163.8
平均速度误差RMS/(m·s ⁻¹)	0.29	0.17	0.47	0.11

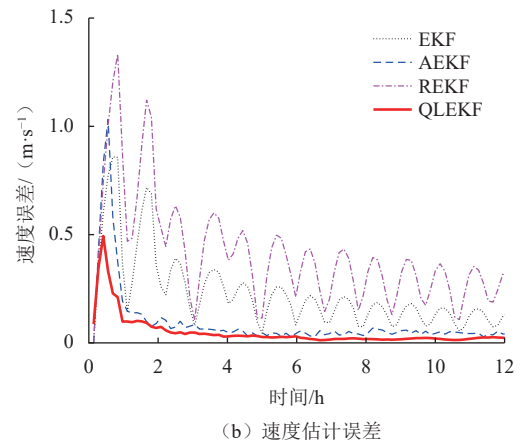
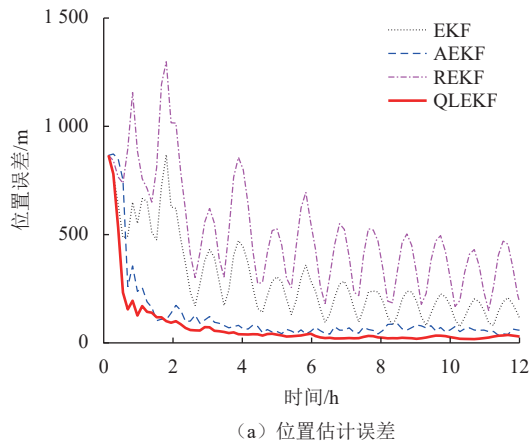


图7 EKF、AEKF、REKF和QLEKF的均方根误差

Fig. 7 RMS errors of EKF, AEKF, REKF and QLEKF

进而,将基于QLEKF的相对论导航方法与文献[15]和[19]中的方法进行了对比研究。通过不同方法得到

的深空探测器位置和速度估计RMS误差曲线如图8所示。

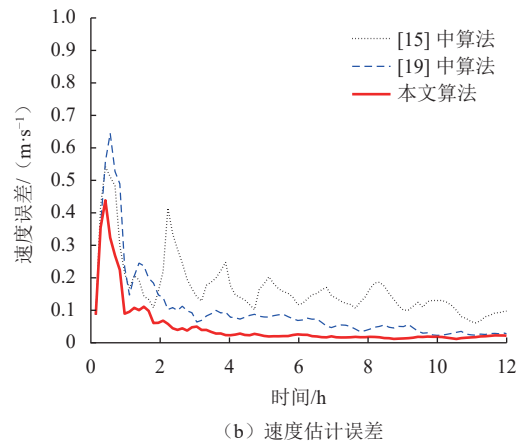
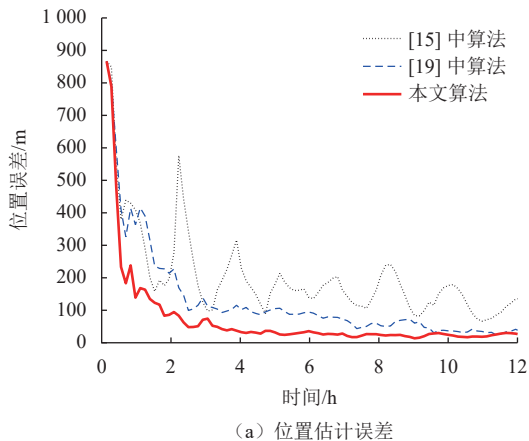


图8 本文方法与文献[15]、[19]中方法的均方根误差

Fig. 8 RMS errors of presented method and methods in [15] and [19]

通过仿真结果不难看出,本文所提相对论导航方法融合了恒星光行差和光线引力偏折效应中包含的信息,相对于文献[15]中的方法精度更高;QLEKF算法采取基于并行探索滤波器的自学习策略,相对于文献[19]中的算法收敛速度更快。

4 结论

本文提出一种面向深空探测器的相对论导航方法,通过毫角秒恒星光角距测量装置获取反映恒星光行差和光线引力偏折效应影响的观测量,根据相对论效应与载体运动状态之间的关联关系,以及载体运动状

态自身的演化规律,建立导航系统模型,在此基础上设计导航滤波器对观测量进行处理,实现对火星探测器位置和速度的准确估计。针对导航滤波器中噪声方差阵的取值影响状态估计精度的问题,将扩展卡尔曼滤波器与Q学习方法相结合,设计了一种面向噪声统计模型精化的QLEKF算法,其特色在于能够在典型应用场景中逐渐优化滤波器参数。可观度分析和仿真研究表明,所设计的深空探测器相对论导航方法合理有效,通过QLEKF有助于提升导航系统的定位测速精度。下一步工作是进一步强化导航滤波器的自学习能力,为克服敏感器在轨测量特性变化提供应对策略;同时,积极推进毫角秒恒星角距测量装置技术攻关。

参 考 文 献

- [1] 房建成, 宁晓琳. 深空探测器自主天文导航方法[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2010.
- [2] 王大轶, 黄翔宇, 魏春岭. 基于光学成像测量的深空探测自主控制原理与技术[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2012.
- [3] 崔平远, 高艾, 朱圣英. 深空探测器自主导航与制导[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2016.
- [4] 张伟, 许俊, 黄庆龙, 等. 深空天文自主导航技术发展综述[J]. 飞控与探测, 2020, 3(4): 8-16.
ZHANG W, XU J, HUANG Q L, et al. Survey of autonomous celestial navigation technology for deep space[J]. *Fight Control & Detection*, 2020, 3(4): 8-16.
- [5] 徐瑞, 李朝玉, 朱圣英, 等. 深空探测器自主规划技术研究进展[J]. 深空探测学报(中英文), 2021, 8(2): 111-123.
XU R, LI Z Y, ZHU S Y, et al. Research progress of autonomous planning technology for deep space probes[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2021, 8(2): 111-123.
- [6] CHRISTIAN J A. Optical navigation using planet's centroid and apparent diameter in image[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2015, 38(2): 192-204.
- [7] FRANZESE V, TOPPUTO F. Optimal beacons selection for deep-space optical navigation[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2020, 67: 1775-1792.
- [8] ZHU S Y, XIU Y, ZHANG N, et al. Crater-based attitude and position estimation for planetary exploration with weighted measurement uncertainty[J]. *Acta Astronautica*, 2020, 176: 216-232.
- [9] OGAWA N, TERUI F, MIMASU Y, et al. Image-based autonomous navigation of Hayabusa2 using artificial landmarks: the design and brief in-flight results of the first landing on asteroid Ryugu[J]. *Astrodynamics*, 2020, 4(2): 89-103.
- [10] ELY T A, SEUBERT J, BRADLEY N, et al. Radiometric autonomous navigation fused with optical for deep space exploration[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2021, 68: 300-325.
- [11] SHEIKH S I, PINES D J, RAY P S, et al. Spacecraft navigation using X-ray pulsars[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29(1): 49-63.
- [12] WANG Y, ZHENG W, ZHANG D, et al. X-ray pulsar-based navigation method using one sensor and modified time-differenced measurement[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2019, 233(1): 299-309.
- [13] LIU J, NING X L, MA X, et al. Geometry error analysis in solar Doppler difference navigation for the capture phase[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(5): 2556-2567.
- [14] NING X, CHAO W, HUANG Y, et al. Spacecraft autonomous navigation using the Doppler velocity differences of different points on the solar disk[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(6): 4615-4625.
- [15] CHRISTIAN J A. StarNAV: autonomous optical navigation of a spacecraft by the relativistic perturbation of starlight[J]. *Sensors*, 2019, 19: 4064.
- [16] YUCALAN D, PECK M. A static estimation method for autonomous navigation of relativistic spacecraft[C]//Proceedings of IEEE Aerospace Conference. Big Sky, MT, USA: IEEE, 2019.
- [17] CALABRO E. Relativistic aberrational interstellar navigation[J]. *Acta Astronautica*, 2011, 69: 360-364.
- [18] XIONG K, WEI C. Integrated celestial navigation for spacecraft using interferometer and Earth sensor[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2020, 234(16): 2248-2262.
- [19] XIONG K, WEI C, ZHOU P. Integrated autonomous optical navigation using Q-learning extended Kalman filter[J]. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 2022, 94(6): 848-861.
- [20] WEI Q, LEWIS F L, SUN Q, et al. Discrete-time deterministic Q-learning: a novel convergence analysis[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(5): 1224-1237.
- [21] 熊凯, 魏春岭, 郭建新. 航天器导航滤波器设计方法[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2022.
- [22] SUTTON R S, BARTO A G. Reinforcement learning: an Introduction[M]. London, England: MIT Press, 2018.
- [23] LEI M, WYK B J, QI Y. Online estimation of the approximate posterior Cramer-Rao lower bound for discrete-time nonlinear filtering[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(1): 37-57.
- [24] RISTIC B, FARINA A, BENVENUTI D, et al. Performance bounds and comparison of nonlinear filters for tracking a ballistic object on re-entry[J]. *IEEE P-Radar Sonar Navigation*, 2003, 150: 65-70.
- [25] DONG G, ZHU Z H. Autonomous robotic capture of non-cooperative target by adaptive extended Kalman filter based visual servo[J]. *Acta Astronautica*, 2016, 122: 209-218.
- [26] XIONG K, WEI C, LIU L. Robust extended Kalman filtering for nonlinear systems with stochastic uncertainties[J]. *IEEE Transactions on System Man & Cybernetics, Part A*, 2010, 40(2): 399-405.

作者简介:

熊凯(1976—),男,研究员,主要研究方向:航天器自主导航和非线性滤波。本文通信作者。

通信地址:北京市海淀区友谊路104号(100094)

电话:(010)68744843

E-mail:tobelove2001@vip.tom.com

Relativistic Navigation Method for Deep Space Probes

XIONG Kai, WEI Chunling, LI Liansheng, ZHOU Peng

(Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory, Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100094, China)

Abstract: An autonomous navigation method based on the observations of the relativistic perturbations for deep space probes is presented in this paper. The relativistic perturbations including the stellar aberration and the starlight gravitational deflection are new type of celestial navigation measurement, which can provide the kinematic state information of the deep space probes in the inertial frame. In the relativistic navigation system, the position and velocity vectors of the deep space probes, and the measurement bias of the optical sensor can be estimated through measuring the inter-star angle perturbed by the stellar aberration and the gravitational deflection of light with an optical sensor for LOS (line-of-sight) direction with extremely high accuracy. In this paper, the state equation and measurement equation for the design of the navigation filter and the navigation performance evaluation are established. The feasibility of the relativistic navigation method for deep space probes is investigated via the calculation of the Cramer-Rao Lower Bound (CRLB). In addition, the self-learning strategy of the navigation filter is designed to enhance the relativistic navigation performance. It is illustrated through the numerical simulation that, for a Mars-circling probe, the position error of the relativistic navigation method is on the order of 100 m with the inter-star angle measurement accuracy of 1 mas.

Keywords: deep space exploration; celestial navigation; relativistic perturbations; Q-learning extended Kalman filter

Highlights:

- An autonomous celestial navigation method based on the observations of the relativistic perturbations of starlight for deep space probes is presented.
- The feasibility of the presented method is investigated via the calculation of the Cramer-Rao Lower Bound (CRLB) of the relativistic navigation system.
- A novel Q-learning extended Kalman filter (QLEKF) is designed to optimize the navigation filtering parameters adaptively.

[责任编辑: 杨晓燕, 英文审校: 宋利辉]