

光压影响的日地平动点附近编队零相对径向加速度区域研究

李振宇¹, 李翔宇¹, 乔栋¹, 霍卓奎²

(1. 北京理工大学 宇航学院, 北京 100081; 2. 中国航天科技创新研究院, 北京 100094)

摘要: 针对太阳光压对探测器轨道产生的扰动, 给编队构型稳定性带来挑战, 提出一种基于零相对径向加速度区域编队构型设计及控制方法。推导了考虑光压影响的主星附近零相对径向加速度区域解析式, 分析了该区域随参考轨迹类型、振幅及相位变化的规律。将该区域应用于5星编队任务设计, 并定义了形状、尺寸及共面程度等编队构型评价指标。仿真结果表明, 70 d内编队构型有界, 前60天编队臂长变化率小于2%。研究可以为未来日地平动点干涉测量编队轨道设计提供参考。

关键词: 零相对径向加速度区域; 光压; 编队飞行; 平动点

中图分类号: V412.4+1

文献标识码: A

文章编号: 2096-9287(2023)06-0631-10

DOI: 10.15982/j.issn.2096-9287.2023.20220112

引用格式: 李振宇, 李翔宇, 乔栋, 等. 光压影响的日地平动点附近编队零相对径向加速度区域研究[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(6): 631-640.

Reference format: LI Z Y, LI X Y, QIAO D, et al. Study on zero relative radial acceleration region of formation near sun-earth libration points under solar radiation pressure[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2023, 10(6): 631-640.

引言

未来空间天文观测任务如寻找可居住的地外行星等对观测精度和灵敏度提出了极高要求, 目前单颗卫星受尺寸和质量的限制难以满足科学探测需求。而利用多颗卫星组成望远镜编队实现干涉测量, 是提高观测分辨率的重要途径, 成为未来空间天文观测任务的重要发展方向。日地三体系统L2平动点引力平衡, 易于探测器轨道维持, 附近空间较为洁净, 且观测范围广阔, 是部署空间望远镜的理想场所。目前已有多个单星天基望远镜运行在日地L1/L2点周期轨道, 如詹姆斯·韦伯太空望远镜(JWST)^[1], 盖亚(GAIA)^[2]和太阳和日光层观测卫星(SOHO)^[3]等。近20年来, 涌现了众多编队观测任务概念, 如达尔文(Darwin)^[4]、类地行星发现者计划(TPF)^[5]、觅音计划等。在日地L1/L2点任务轨道选择和转移轨道优化设计方面也开展了研究工作^[6-7]。

平动点附近编队飞行控制是实现高精度编队观测的关键, 针对该问题, Barden等^[8]研究了日地L2点附近

中心流形编队的自然演化, 并得到了构型松散的6探测器编队, 表明准周期轨道可用于编队飞行。此后, Howell^[9]使用连续和离散控制策略, 研究了平动点附近编队非自然构型的维持。Gómez等^[10]发现了环绕Halo轨道的低相对径向加速度区域, 其可理想地保持探测器之间的相互距离。Héritier等^[11-12]研究了共线平动点区域大尺度编队的相对运动动力学, 可用于探测器编队控制。Salazar等^[13-15]发现了三角平动点编队主星附近低漂移区, 并提出了编队维持在低漂移区的控制方法。

对于空间望远镜, 为维持传感器的低温环境, 通常需要安装大遮阳板(如JWST), 这将导致平动点附近探测器运动受到较大的太阳辐射压力, 光压对探测器的扰动作用不可忽略, 不仅影响单个探测器自身轨道, 也会破坏编队构型的稳定性。针对光压影响下三体编队动力学问题, Kutlu等^[16]分析了四边形编队在太阳光压下运动的特性, 发现光压增强会降低轨道稳定性。Farquhar^[17]在编队标称轨道设计考虑了太阳光压的影响, 但编队构型的保持需要施加主动控制。Li等^[18]在地月L2点附近双星编队的设计中同样考虑了光压影

收稿日期: 2022-12-22 修回日期: 2023-02-19

基金项目: 国家自然科学基金(12002028); 北京理工大学青年教师学术启动计划(XSQD-202101012); 北京理工大学科技创新计划(2022CX01008); “十四五”民用航天基金(D050105)

响,并提出了利用光压维持轨道的方法。以上研究虽然考虑了光压的影响,但编队均需要频繁地施加控制以维持构型稳定,给高精度测量造成了困难。因此,研究太阳光压扰动下平动点探测器编队长时间稳定构型具有重要的意义。

本文扩展了Gómez^[10]的工作,研究了光压影响下平动点附近编队运动的自然稳定区域,并提出稳定编队初始状态的设计方法。在日地旋转坐标系建立了考虑光压摄动的三体动力学模型,将动力学模型线性化,推导了编队零相对径向加速度区域的解析式,发现该区域沿参考轨迹为二次曲面。进一步选择日地L1和L2点附近不同类型的周期轨道作为任务参考轨道,研究了零相对径向加速度区域的演化特征。最后提出了基于零相对径向加速度区域的编队短期自然构型设计方法和长期有界构型控制策略,构建了评价多边形编队形状、尺寸及共面程度的性能因子,并应用于5星正方形编队设计中。

1 光压影响下三体动力学模型

本文基于光压影响下圆型限制性三体问题(Circular Restricted Three Body Problem, CRTBP)模型,在日地旋转坐标系研究探测器之间的相对运动,假定主星沿给定的参考轨迹运动,从星部署在主星附近。

日地旋转坐标系如图1所示,原点为日地系统质心, Ox 轴沿日地连线并指向地球, Oz 轴沿系统角动量方向, Oy 轴与 $O-xz$ 平面垂直。在日地旋转坐标系中探测器在光压摄动下的无量纲动力学方程^[19]为

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial \Omega}{\partial x} \\ \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial \Omega}{\partial y} \\ \ddot{z} = \frac{\partial \Omega}{\partial z} \end{cases} \quad (1)$$

其中: Ω 为等效势能函数。

$$\begin{cases} \Omega = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-\mu}{r_1} + \frac{\mu}{r_2} - \frac{KS}{r_1} \\ r_1 = \sqrt{(x+\mu)^2 + y^2 + z^2} \\ r_2 = \sqrt{(x-1+\mu)^2 + y^2 + z^2} \end{cases} \quad (2)$$

其中: K 为探测器表面的反射系数; $\mu = m_2/(m_1 + m_2)$, m_1 为太阳质量, m_2 为地球质量; S 为无量纲参数 $S = AS_0r_0^2/\text{cm}$, A 为探测器朝向太阳的横截面积, r_0 为太阳和地球之间的距离; m 为探测器的质量; c 为真空中的光速; S_0 为在地球处测量的太阳通量;本文假

设太阳光线始终与探测器截面法向垂直,且主从星的截面积 A 和反射率 K 相同。

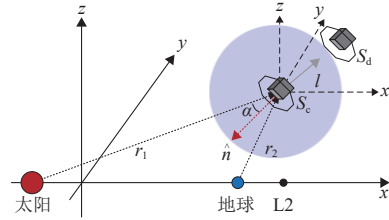


图1 日地三体旋转系

Fig. 1 Sun-Earth three-body rotation coordinate system

令 $X = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$,式(1)可改写为

$$\dot{X} = f(X) \quad (3)$$

对式(3)线性化,得到

$$\delta \dot{X} = (D_x f) \delta X = F \delta X \quad (4)$$

其中: F 为雅可比矩阵。

$$F = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \\ \Omega_{XX} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \Omega_{ij} = \begin{bmatrix} \Omega_{xx} & \Omega_{xy} & \Omega_{xz} \\ \Omega_{yx} & \Omega_{yy} & \Omega_{yz} \\ \Omega_{zx} & \Omega_{zy} & \Omega_{zz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: $\Omega_{ij} = \partial^2 \Omega / (\partial i \partial j)$, $(i, j = x, y, z)$

$$\Omega_{xx} = 1 - \frac{(1-\mu-KS)}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3} + \frac{3(1-\mu-KS)(x+\mu)^2}{r_1^5} + \frac{3\mu[x-(1-\mu)]^2}{r_2^5} \quad (7)$$

$$\Omega_{xy} = \Omega_{yx} = \frac{3(1-\mu-KS)(x+\mu)y}{r_1^5} + \frac{3\mu[x-(1-\mu)]y}{r_2^5} \quad (8)$$

$$\Omega_{xz} = \Omega_{zx} = \frac{3(1-\mu-KS)(x+\mu)z}{r_1^5} + \frac{3\mu[x-(1-\mu)]z}{r_2^5} \quad (9)$$

$$\Omega_{yy} = 1 - \frac{(1-\mu-KS)}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3} + \frac{3(1-\mu-KS)y^2}{r_1^5} + \frac{3\mu y^2}{r_2^5} \quad (10)$$

$$\Omega_{yz} = \Omega_{zy} = \frac{3(1-\mu-KS)yz}{r_1^5} + \frac{3\mu yz}{r_2^5} \quad (11)$$

$$\Omega_{zz} = -\frac{(1-\mu-KS)}{r_1^3} - \frac{\mu}{r_2^3} + \frac{3(1-\mu-KS)z^2}{r_1^5} + \frac{3\mu z^2}{r_2^5} \quad (12)$$

2 适合小编队构型的零相对径向加速度区域

2.1 零相对径向加速度区域的定义

从星相对于主星的运动可写为 $\delta \mathbf{X} = \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}_h(t)$, 其分量为 $\delta \mathbf{X} = (\delta \mathbf{r}, \delta \dot{\mathbf{r}})^\top$, 其中 $\delta \mathbf{r} = (\delta x, \delta y, \delta z)^\top$, 则线性化系统式 (4) 可改写为

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{\mathbf{r}} \\ \delta \ddot{\mathbf{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_3 \\ \boldsymbol{\Omega}_{ij} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{r} \\ \delta \dot{\mathbf{r}} \end{bmatrix} \quad (13)$$

在编队运动时间 $[t_0, t_d]$ 内, 假设其初始相对速度 $\delta \dot{\mathbf{r}}(t_0)$ 为 0, 式 (13) 的相对加速度表示为

$$\delta \ddot{\mathbf{r}}(t_0) = \boldsymbol{\Omega}_{ij}(t_0) \delta \mathbf{r}(t_0) \quad (14)$$

相对加速度的范数为

$$\|\delta \ddot{\mathbf{r}}(t_0)\|^2 = \delta \mathbf{r}^\top(t_0) \boldsymbol{\Omega}_{ij}^\top(t_0) \boldsymbol{\Omega}_{ij}(t_0) \delta \mathbf{r}(t_0) \quad (15)$$

将对称矩阵 $\boldsymbol{\Omega}_{ij}$ 对角化可得

$$\boldsymbol{\Omega}_{ij}(t_0) = \mathbf{P} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{P}^\top \quad (16)$$

其中: \mathbf{P} 为正交矩阵; $\boldsymbol{\Lambda}$ 为实对角矩阵。

$$\mathbf{P} = [\mathbf{V}_1 \ \mathbf{V}_2 \ \mathbf{V}_3], \ \boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \kappa_1 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_2 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中: κ_1 、 κ_2 、 κ_3 是矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}$ 的特征根, 特征向量 \mathbf{V}_1 、 \mathbf{V}_2 、 \mathbf{V}_3 可形成标识二次曲面主方向的正交基。

定义向量 $\delta \bar{\mathbf{r}}(t_0) = [\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}]$, 令 $\delta \bar{\mathbf{r}}(t_0) = \mathbf{P}^\top \delta \mathbf{r}(t_0)$, 其中式 (14) 可写为

$$\|\delta \ddot{\mathbf{r}}(t_0)\|^2 = \kappa_1^2 \bar{x}(t_0)^2 + \kappa_2^2 \bar{y}(t_0)^2 + \kappa_3^2 \bar{z}(t_0)^2 \quad (18)$$

式 (18) 表明, 若主从星之间存在相对距离 $\delta \mathbf{r}$, 则相对加速度不为 0, 定义相对加速度 $\|\delta \ddot{\mathbf{r}}\| \leq \varepsilon$ 的区域为低相对加速度区, 该区域的求解需要穷举, 计算时间长, 不利于星载自主构型设计。因此, 本文研究相对径向加速度为 0 的区域, 其满足的方程为

$$\delta \mathbf{r}^\top(t_0) \boldsymbol{\Omega}_{ij}(t_0) \delta \mathbf{r}(t_0) = 0 \quad (19)$$

将该区域定义为零相对径向加速度区 (Zero Relative Radial Acceleration Region, ZRRAR), 其中式 (14) 可写为

$$\kappa_1 \bar{x}(t_0)^2 + \kappa_2 \bar{y}(t_0)^2 + \kappa_3 \bar{z}(t_0)^2 = 0 \quad (20)$$

式 (19) 的解为 $\delta \mathbf{r}_a(t_0) = [x, y, z]$, $\delta \mathbf{r}_a \in \mathfrak{J}_a$ 。由式 (20) 形式可知, ZRRAR 区域可用二次曲面表示, 一般为椭圆锥, 如图 2 所示, 当特征根 $\kappa_2 < 0$ 时, ZRRAR 锥沿 \mathbf{V}_3 方向; 当特征根 $\kappa_2 > 0$ 时, ZRRAR 锥沿 \mathbf{V}_1 方向。

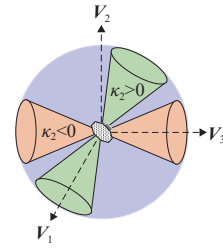


图 2 ZRRAR 指向的变化

Fig. 2 The change in ZRRAR's orientation

2.2 零相对径向加速度区域特性分析

选取日地共线平动点 L2 点和 L1 点附近的周期轨道作为编队参考的轨迹, 选取编队卫星的质量 m 为 1 000 kg, 横截面积 A 为 10 m², 日地距离 r_0 为 1.495 978 7 × 10⁸ km, 光速 c 为 2.998 × 10⁸ m/s, 地球处太阳通量 1 352.098 kg/s³, 由 3 阶近似解析解给出初始猜测, 经微分修正得到 Halo 轨道族如图 3 所示, 平面 Lyapunov 轨道族和垂直 Lyapunov 轨道族。

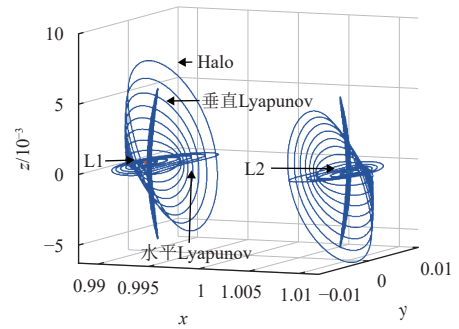


图 3 SEL2 附近不同尺寸归一化的周期轨道

Fig. 3 Normalized periodic orbits of different sizes near SEL2

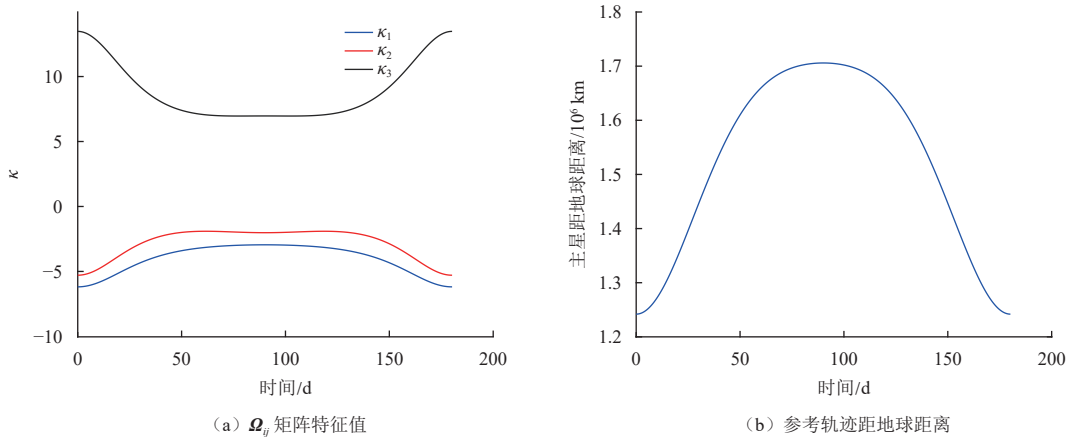
以 z 方向振幅 $A_z = 25$ 万 km 的 Halo 轨道为例, 沿参考 Halo 轨道 $\boldsymbol{\Omega}_{ij}$ 特征根的变化如图 4 (a) 所示。因为一个周期之内方向主导特征根 κ_2 为负值, 所以 ZRRAR 锥的主方向在这个周期沿特征方向 \mathbf{V}_3 。图 4 表明 $\boldsymbol{\Omega}_{ij}$ 矩阵特征根绝对值随参考轨迹与地球距离增大而增大。当限定从星与主星间的相对位置时, 从星可分布的区域为球面。

选取参考轨迹 $t = 0$ d 作为主星的初始位置, 编队初始臂长 l 为 100 m, 编队相对加速度的分布如图 5 (a) 所示, 其中 $\|\delta \ddot{\mathbf{r}}\| \leq 2.5 \times 10^{-11}$ m/s² 的低相对加速度区域如图 5 (b) 所示, 零相对径向加速度区域为图 5 (b) 中的红色区域, 为低相对加速度区的包络线, 由于特征根 $\kappa_2 < 0$, 则 ZRRAR 区域主方向为 \mathbf{V}_3 方向。式 (18) 的形式表明, 当主星在周期轨道的位置固定时, $\boldsymbol{\Omega}_{ij}$ 矩阵的特征根相同, 其得到的零相对径向加速度区 \mathfrak{J}_a 具有相同的分布趋势, 与主从星间的距离 l 无关, 仅与主

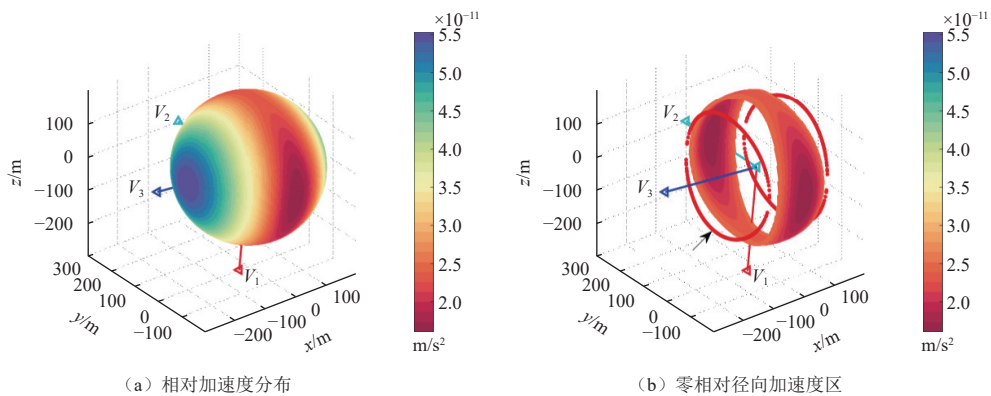
星运行的周期轨道相关。首先,研究周期轨道振幅对零相对径向加速度区分布的影响,L1点和L2点不同周期轨道振幅不同时,ZRRAR区域的演化如图6所示。仿真起始振幅 A_{z0} 为10万km,终止振幅 A_{zd} 为80万km,步长为10万km。结果表明,L1点Halo轨道和L2点Halo轨道在振幅较小时变化趋势相似,零相对径向加速度区域随振幅增大发生偏移。随着振幅继续增大,L1点Halo轨道特征根 κ_2 的符号正负发生变化,ZRRAR锥主方向由指向 V_3 变为指向 V_1 。当主星运行Planar

Lyapunov轨道时,ZRRAR区域的分布受 A_x 的影响不大,在对称的环状区域附近波动。对于Vertical Lyapunov轨道,L1点和L2点ZRRAR区域随振幅的演化趋势接近,与Halo轨道ZRRAR区域变化的趋势相同。

若周期轨道 A_z 为25万km,ZRRAR区随主星在其上不同相位的演化结果如图7所示,L1点和L2点不同类型周期轨道具有相似的演化特性,ZRRAR均处于对称环状的区域内,表明同一周期轨道上特征根 κ_2 的正负相同。

(a) Ω_{ij} 矩阵特征值

(b) 参考轨迹距地球距离

图4 Ω_{ij} 矩阵特征值及参考轨迹距地球距离在一个周期内演化Fig. 4 Evolution of Ω_{ij} matrix eigenvalues and reference trajectory distance to Earth in a period

(a) 相对加速度分布

(b) 零相对径向加速度区

图5 主星附近ZRRAR区域

Fig. 5 ZRRAR area near the chief satellite

2.3 零相对径向加速度区域运动特性

ZRRAR区域从星相对主星的径向加速度和速度均为0,其在短时间内的运动特性与主星接近,但由于三体系统的不稳定,主从星之间的相对距离将逐渐发散。运行在不同周期轨道ZRRAR区域编队臂长的自然演化特性如图8所示,初始臂长 l 为100 m,10 d内3类轨道的编队臂长变化趋势相近,臂长变化率在 $-0.8\% \sim 1.2\%$

波动。30 d时垂直Lyapunov轨道上编队臂长均增大,臂长变化率为 $10\% \sim 48\%$,但Halo轨道和平面Lyapunov轨道上的编队同样存在臂长减小的情况,臂长变化率分别为 $-10\% \sim 42\%$ 和 $-8\% \sim 46\%$ 。比较0~30 d这3种轨道编队臂长的自然演化特性发现,当时间较短时,臂长变化特性接近,随着时间增长,Halo轨道和平面Lyapunov轨道的变化趋势接近,垂直Lyapunov轨

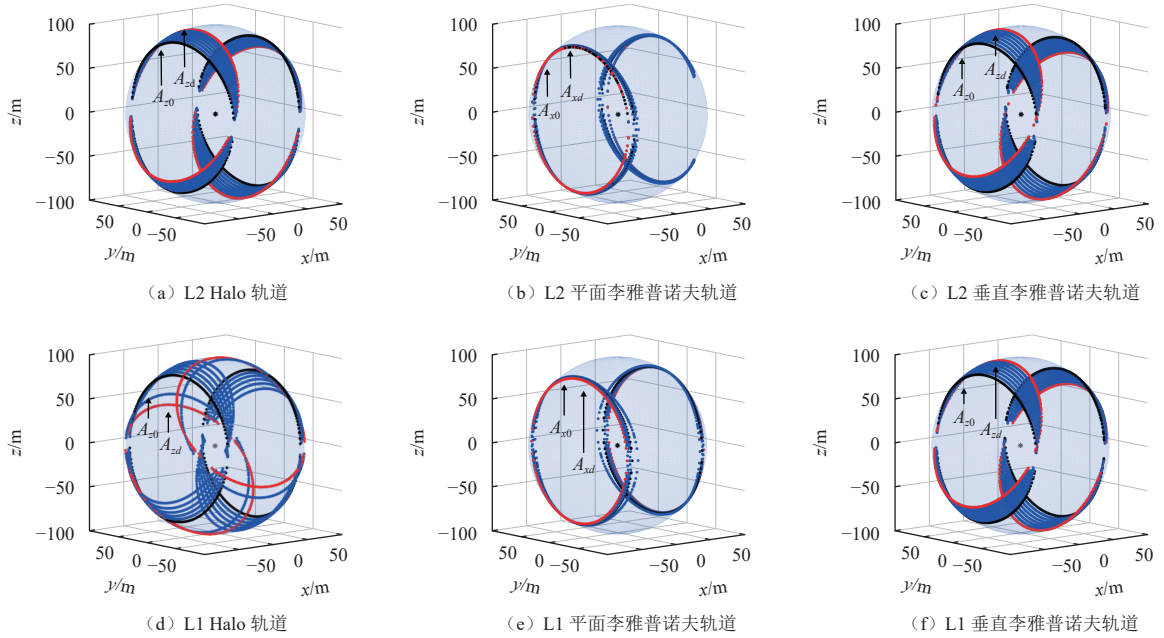


图 6 参考轨迹对零相对径向加速度区域的影响

Fig. 6 Influence of reference trajectory amplitude on ZRRAR

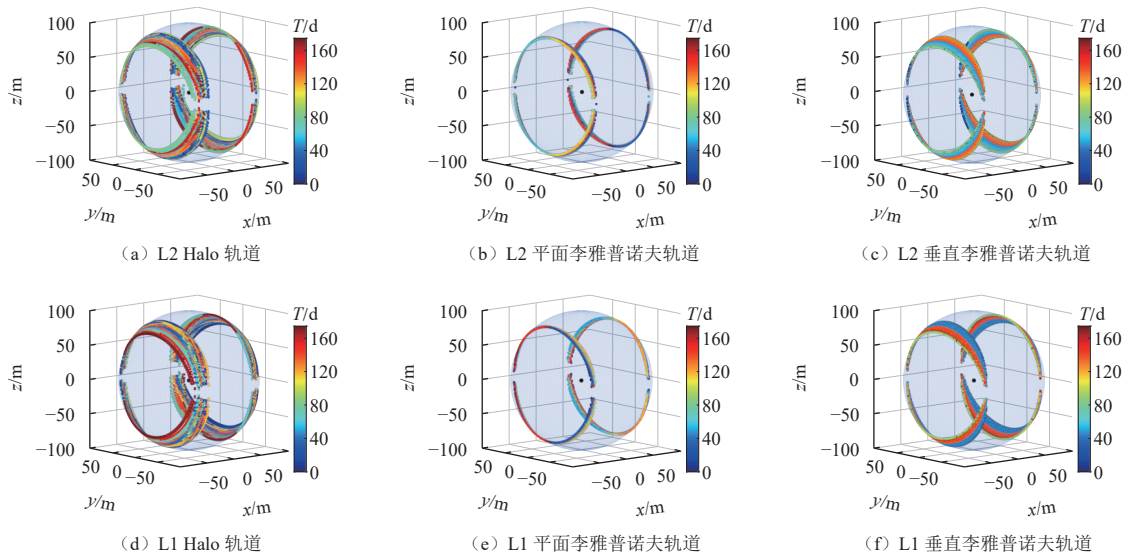


图 7 参考轨迹相位对零相对径向加速度区域影响

Fig. 7 Influence of reference trajectory phase on ZRRAR

道的演化特性变差。综上, Halo轨道比另两类周期轨道臂长自然变化率较小, 很适合作为编队部署的轨道。进一步研究光压力模型不确定性对编队自然运动的影响, 假设任务轨道设计阶段不考虑光压力不确定性, 仅在自然运动演化阶段考虑该影响, 干涉面积和等效反射系数满足的关系为

$$A = G_A A_0, K = G_K K_0 \quad (21)$$

其中: A_0 与 K_0 分别为初始的干涉面积和等效反射系数; G_A 和 G_K 分别为实际干涉面积 A 和实际等效反射系

数 K 的系数, 假设均满足高斯分布 $G_A \sim N(1, 0.0001^2)$, $G_K \sim N(1, 0.0001^2)$, 采用蒙特卡洛模拟分析光压力不确定性对初始距离为100 m编队自然运动的影响。仿真结果如表1所示, 表明未考虑不确定性时, 20 d后编队的相对距离100.002 8 m, 主从星运动均考虑了不确定性后, 20 d时的相对距离分布满足高斯分布, 均值100.300 6 m, 标准差5.167 5 m。由此可见, 光压力模型不确定性使短期稳定的相对运动轨道发散, 需要施加主动控制以维持主从星之间的相对距离。

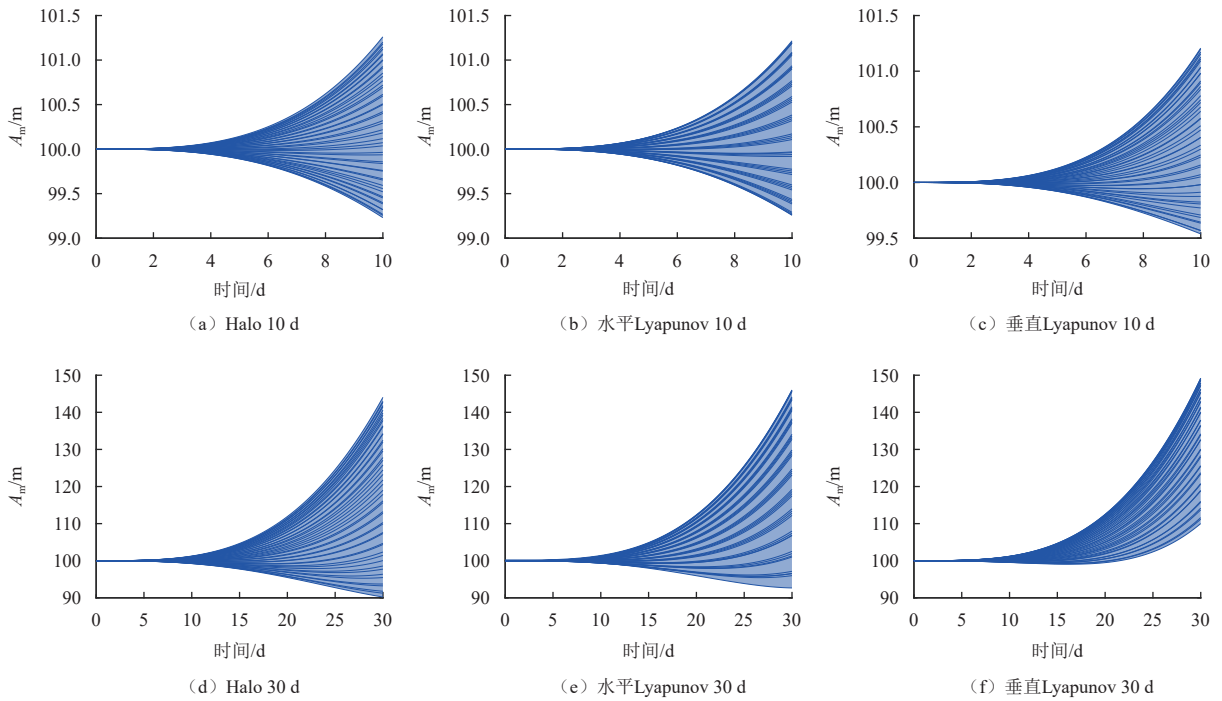


图8 L2点不同类型轨道ZRRAR区域自然运动演化

Fig. 8 Evolution of natural motion in ZRRAR region of different types of periodic orbits

表1 1万次蒙特卡洛模拟结果

Table 1 Results of 10 000 Monte Carlo simulations

考虑不确定性的情况	相对距离 均值/m	相对距离 标准差/m
不考虑	100.002 8	0
仅从星运动, 等效反射率及干涉面积	100.276 4	5.170 8
主从星运动, 等效反射率及干涉面积	100.300 6	5.167 5

3 基于零相对径向加速度区域的编队构型设计和控制

ZRRAR区域编队短期内臂长变化率较小, 且呈现对称分布, 适合用于编队短期自然构型设计。消除主从星之间的相对速度差异即可减缓编队相对距离的发散, 能够用于长期的构型有界控制。

3.1 短期自然构型设计方法

天基阵列望远镜可采用图9所示正方形构型, 编队由5颗探测器组成, 包括1颗位于几何中心的主星和4颗位于顶点的从星。主星初始位于L1或L2点附近周期轨道上相位为0, 若主从星间的臂长限定为100 m, 得到ZRRAR如图9中蓝色区域所示。由于ZRRAR区分布对称, 首先确定从星1的位置为ZRRAR区域内某点 δr_1 , 从星2位置为 $-\delta r_1$, l_{01} 为主星指向从星1的位置矢量, 过原点且与 l_{01} 垂直的面和从星分布球的交线为 S_{12} , S_{12} 与ZRRAR区的交点分别为从星3的位置 δr_3 , 从星4的位置 $-\delta r_3$, 由于从星相对主星的速度为0, 即可得到从星*i*的初始相对状态 $\delta x_i = [\delta r_i, \mathbf{0}_{3 \times 1}]^T$, $i = 1, 2, 3, 4$ 。

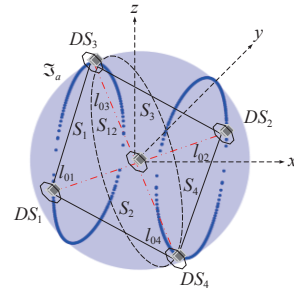


图9 5星正方形编队构型示意图

Fig. 9 Five satellites square formation configuration diagram

3.2 性能指标定义

l_{01} 、 l_{02} 、 l_{03} 和 l_{04} 表示主星与从星间的相对距离, l_{14} 、 l_{24} 、 l_{13} 和 l_{23} 表示从星间距离, 如图9所示, 三角形 S_1 的法向量记为 b_1 、三角形 S_2 的法向量记为 b_2 、三角形 S_3 的法向量记为 b_3 、三角形 S_4 的法向量记为 b_4 , 选定 b_1 为基准向量, b_2 、 b_3 和 b_4 分别与 b_1 的夹角可以表征其共面程度, 记夹角分别为 θ_{12} 、 θ_{13} 、 θ_{14} 。

为描述编队形状、尺寸和共面程度的变化, 参考文献[20], 定义形状因子 SF , 尺寸因子 DF , 共面因子 CF 。

$$SF = e^{-\sqrt{(\ln \varepsilon_{11})^2 + (\ln \varepsilon_{12})^2 + (\ln \varepsilon_{21})^2 + (\ln \varepsilon_{22})^2}} \quad (22)$$

其中

$$\varepsilon_{11} = \sqrt{2}l_{01}/l_{14}, \quad \varepsilon_{12} = \sqrt{2}l_{04}/l_{14}, \quad \varepsilon_{21} = \sqrt{2}l_{02}/l_{24},$$

$\varepsilon_{22} = \sqrt{2}l_{04}/l_{24}$, 形状因子 SF 为无量纲参数, 变化范围为 $[0,1]$, 越接近1表示与初始形状越相似。

$$DF = \frac{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4}{4} \quad (23)$$

其中: $\eta_1 = l_{14}/l_{140}$, $\eta_2 = l_{24}/l_{240}$, $\eta_3 = l_{01}/l_{010}$, $\eta_4 = l_{04}/l_{040}$, 下标“0”表示初始状态, DF 同样为无量纲参数, 越接近1表示与初始 c 尺寸越相似。

$$CF = \frac{\theta_{12} + \theta_{13} + \theta_{14}}{3} \quad (24)$$

共面因子 CF 的单位为度, 越接近0表示编队的共面程度越好。

3.3 编队构型控制策略

基于ZRRAR区域的短期运动稳定性, 研究了编队有界构型控制策略。初始时刻 t_0 时, 从星位于主星附近的ZRRAR(t_0)区域内, 相对距离为 $l(t_0)$, 相对状态为 $\Delta\mathbf{x}(t_0)$ 。经 Δt 自然演化后, 相对状态为 $\Delta\mathbf{x}(t_0 + \Delta t)$, 此时若不施加控制, 则由图8可知, 主从星的相对距离 $l(t_0 + \Delta t)$ 将迅速发散, 此时施加脉冲 $\Delta\mathbf{V}_1$ 消除主从星之间的相对速度即可减缓相对距离 l 发散, 维持编队构型有界, 如图10所示。

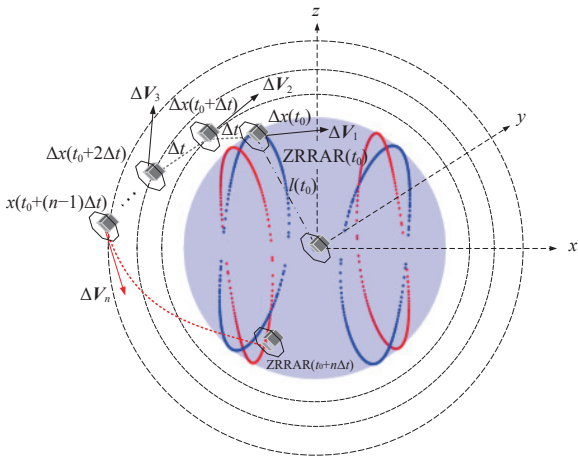


图10 编队控制示意图
Fig. 10 Formation control diagram

重复上述过程 $n-1$ 次后, 通过施加主动控制 $\Delta\mathbf{V}_n$ 使从星到达ZRRAR($t_0 + n\Delta t$)区域, 以上为一个控制周期。之后介绍 $\Delta\mathbf{V}_n$ 的求解过程, 对于给定的离散时间段 $T = [t_s, t_d]$, $\delta\mathbf{r}(t_s)$ 为转移起始时刻的编队相对位置矢量, $\delta\mathbf{r}(t_d)$ 编队转移的目标相对位置矢量, 对于转移任务, 两者皆为已知量。

根据式(3)离散时间段 T 内的动力学线性化表达式为

$$\begin{bmatrix} \delta\mathbf{r}_d \\ \delta\mathbf{v}_d \end{bmatrix} = \Phi(t_d, t_s) \begin{bmatrix} \delta\mathbf{r}_s \\ \delta\mathbf{v}_s \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中: $\Phi(t_d, t_s)$ 为系统的状态转移矩阵, 若在 t_s 时刻施加脉冲 $\Delta\mathbf{v}_s$, 则

$$\begin{bmatrix} \delta\mathbf{r}_d \\ \delta\mathbf{v}_d \end{bmatrix} = \Phi(t_d, t_s) \begin{bmatrix} \delta\mathbf{r}_s \\ \delta\mathbf{v}_s + \Delta\mathbf{v}_s \end{bmatrix} \quad (26)$$

分量形式为

$$\begin{bmatrix} \delta\mathbf{r}_d \\ \delta\mathbf{v}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{rr}(t_d, t_s) & \Phi_{rv}(t_d, t_s) \\ \Phi_{vr}(t_d, t_s) & \Phi_{vv}(t_d, t_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mathbf{r}_s \\ \delta\mathbf{v}_s + \Delta\mathbf{v}_s \end{bmatrix} \quad (27)$$

求解式(27)可得编队在 $\delta\mathbf{r}(t_s)$ 和 $\delta\mathbf{r}(t_d)$ 之间转换所需的脉冲 $\Delta\mathbf{v}_s$ 。

$$\Delta\mathbf{v}_s = \Phi_{rv}^{-1}(t_d, t_s) [\delta\mathbf{r}_d - \Phi_{rr}(t_d, t_s)\delta\mathbf{r}_s] - \delta\mathbf{v}_s \quad (28)$$

由于系统线性化误差的影响, 式(28)所得的脉冲在实际应用过程中需修正。由式(28)可求解使从星到达ZRRAR($t_0 + n\Delta t$)区域所需的速度增量 $\Delta\mathbf{V}_n$ 。

3.4 多边形编队任务设计

针对L2点Halo轨道附近的正方形5星编队设计, Halo轨道振幅 A_2 为25万km, 编队初始臂长100 m, 探测器物理参数设置与2.2节相同。主星位于Halo轨道相位0处, 从星位于主星附近的ZRRAR(t_0)区域, 通过3.1节所述方法求解从星相对主星的状态。编队前6次控制为消除从星与主星之间的相对速度, 单次控制时间间隔 Δt 设为10 d, 第7次控制施加脉冲 $\Delta\mathbf{V}_7$, 使从星到达主星附近ZRRAR(t_d)区域。图11(a)为控制过程中编队相对运动轨迹, 在前6次控制中, 从星与主星之间的相对距离不发散, 第7次控制使编队从星到达新的ZRRAR区域, 最终构型如图11(b)所示。

控制所需脉冲的大小如表2所示, 结果表明对称分布的从星控制所需的速度增量相近, 如从星1和从星2, 前6次控制单次脉冲量级 10^{-5} m/s, 从星1共需 9.31154×10^{-5} m/s, 从星2共需 1.000106×10^{-4} m/s。第7次控制终端约束了从星相对位置, 从星速度增量为 1.15416×10^{-4} m/s, 从星3为 1.121015×10^{-4} m/s。控制过程中编队性能指标的变化如图12所示, 结果表明形状因子 SF 在前6次控制的过程中逐渐变差, 形状因子 DF 较稳定, 图12(d)表明了相近的结果, 4颗从星的臂长变化率在2%以下, 共面因子 CF 很小, 可认为5星编队始终保持共面。第7次控制过程中, 编队形状, 尺寸及相对距离变化较大, 但共面因子 CF 波动很小, 编队保持共面。

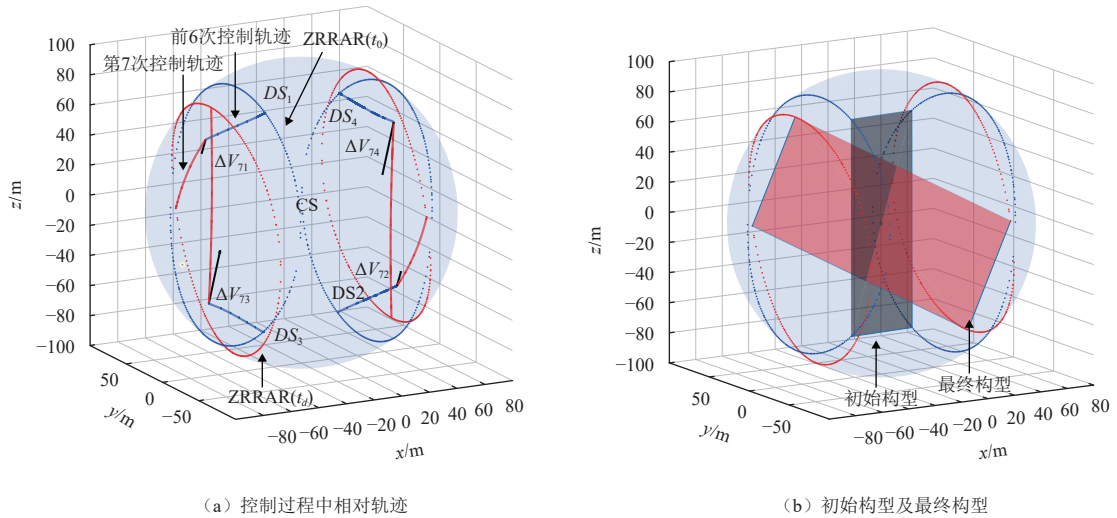


图 11 控制过程中编队轨道及构型
Fig. 11 Formation configuration and orbit in control process

表 2 从星机动脉冲

Table 2 Maneuver pulse of deputy satellites

从星编号	$\Delta V_1/10^{-5}$ m/s	$\Delta V_2/10^{-5}$ m/s	$\Delta V_3/10^{-5}$ m/s	$\Delta V_4/10^{-5}$ m/s	$\Delta V_5/10^{-5}$ m/s	$\Delta V_6/10^{-5}$ m/s	$\Delta V_7/10^{-4}$ m/s
1	1.416 985	1.395 837	1.400 828	1.464 320	1.636 080	1.997 490	1.154 160
2	1.416 986	1.395 839	1.400 829	1.464 320	1.636 079	1.997 489	1.154 160
3	1.507 148	1.527 183	1.555 608	1.618 797	1.757 608	2.034 716	1.121 015
4	1.507 148	1.527 186	1.555 613	1.618 805	1.757 617	2.034 729	1.121 016

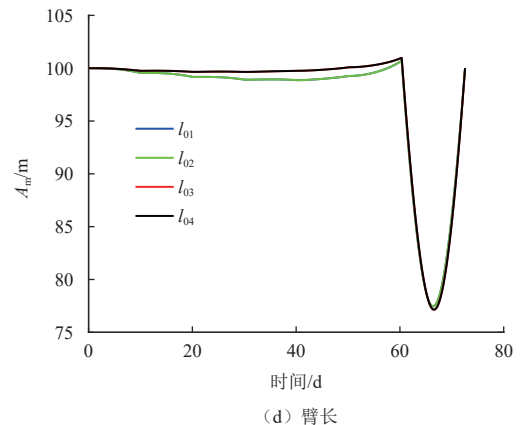
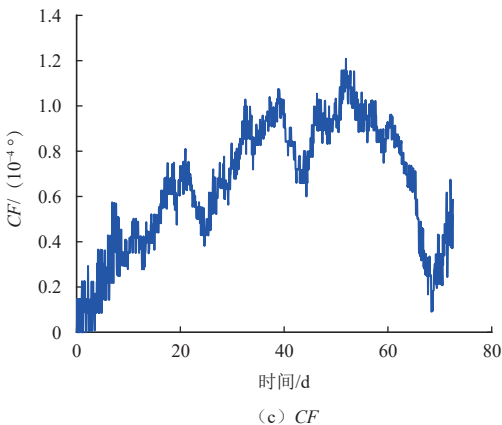
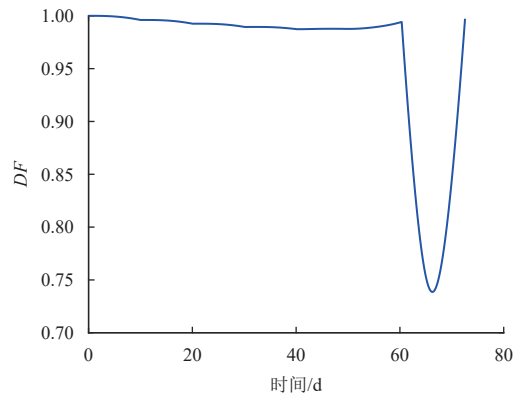
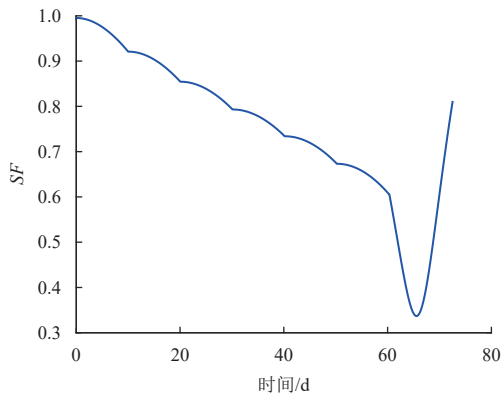


图 12 性能指标及臂长演化
Fig. 12 Performance index and evolution of arm length

4 结 论

本文研究了光压影响下日地平动点附近编队零相对径向加速度区域, 提出了基于该区域的编队构型设计与控制方法。该区域沿参考轨迹为二次曲面, 分析参考轨道类型、振幅及相位对该区域分布及自然运动的影响发现, Halo轨道稳定性较好, 适合作为编队的参考轨道。在此基础上, 设计了5星正方形编队短期自然构型, 采用基于零相对径向加速度区域的控制策略维持构型长期有界。仿真结果表明, 所设计编队构型稳定性较好, 在一个控制周期70 d内有界, 且前60天内臂长变化率小于2%。

参 考 文 献

- [1] BANNON E T, WEED K, KNIGHT J S, et al. Architectures to reduce heater power for large space telescopes[C]//Proceedings of AIAA SCITECH 2022 Forum. San Diego: AIAA, 2022.
- [2] PRUSTI T, DE BRUIJNE J H J, BROWN A G A, et al. The GAIA mission[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2016, 595: A1.
- [3] DOMINGO V, FLECK B, POLAND A I. The SOHO mission: an overview[J]. *Solar Physics*, 1995, 162(1): 1-37.
- [4] FRIDLUND C V M. Darwin-the infrared space interferometry mission[J]. *ESA Bulletin*, 2000, 103(3): 20-25.
- [5] BEICHMAN C A, WOOLF N J, LINDENSMITH C A. The Terrestrial Planet Finder(TPF): a NASA origins program to search for habitable planets[M]. Washington, DC: National Aeronautics and Space Administration, 1999.
- [6] 安然, 王敏, 梁新刚. 基于不变流形的地-月L2点转移轨道优化设计[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2017, 4(3): 252-257.
AN R, WANG M, LIANG X G. Transfer trajectory optimal design for Earth-Moon L2 based on invariant manifolds[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2017, 4(3): 252-257.
- [7] 乔栋, 黄江川, 崔平远, 等. 嫦娥二号卫星飞越Toutatis小行星转移轨道设计[J]. *中国科学: 技术科学*, 2013, 43(5): 487-492.
QIAO D, HUANG J C, CUI P Y, et al. Transfer orbit design of Chang'e-2 satellite overflight Toutatis asteroid[J]. *Scientia Sinica(Technologica)*, 2013, 43(5): 487-492.
- [8] BARDEN B T, HOWELL K C. Fundamental motions near collinear libration points and their transitions[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 1998, 46(4): 361-378.
- [9] HOWELL K C, MARCHAND B G. Natural and non-natural spacecraft formations near the L1 and L2 libration points in the Sun-Earth/Moon ephemeris system[J]. *Dynamical Systems*, 2005, 20(1): 149-173.
- [10] GOMEZ G, MARCOTE M, MASDEMONT J J, et al. Zero relative radial acceleration cones and controlled motions suitable for formation flying[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2005, 53(4): 413-431.
- [11] HÉRITIER A, HOWELL K C. Natural regions near the Sun-Earth libration points suitable for space observations with large formations[J]. *The Journal of the Astronautical Sciences*, 2011, 60: 87-108.
- [12] HÉRITIER A, HOWELL K C. Dynamical evolution of natural formations in libration point orbits in a multi-body regime[J]. *Acta Astronautica*, 2014, 102: 332-340.
- [13] SALAZAR F J T, MASDEMONT J J, GÓMEZ G, et al. Zero, minimum and maximum relative radial acceleration for planar formation flight dynamics near triangular libration points in the Earth-Moon system[J]. *Advances in Space Research*, 2014, 54(9): 1838-1857.
- [14] SALAZAR F J T, WINTER O C, MACAU E E, et al. Zero drift regions and control strategies to keep satellite in formation around triangular libration point in the restricted Sun-Earth-Moon scenario[J]. *Advances in Space Research*, 2015, 56(7): 1502-1518.
- [15] SALAZAR F J T, WINTER O C, MAACU E E, et al. Natural formations at the Earth-Moon triangular point in perturbed restricted problems[J]. *Advances in Space Research*, 2015, 56(1): 144-162.
- [16] KUTLU A, TEKINALP O. Formation flight design near Sun-Earth collinear libration points under the effect of disturbances[C]//Proceedings of 2019 9th International Conference on Recent Advances in Space Technologies(RAST). Istanbul: IEEE, 2019.
- [17] FARQUHAR R W. The control and use of libration-point satellites[M]. Stanford: Stanford University, 1969.
- [18] LI H, WILLIAMS T. Formation design and control with solar radiation pressure for translunar libration point[J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 2006, 123: 1427-1446.
- [19] GORDON S C. Orbit determination error analysis and station-keeping for libration point trajectories[D]. West Lafayette: Purdue University, 1991.
- [20] FERRARI F, LAVAGNA M. Suitable configurations for triangular formation flying about collinear libration points under the circular and elliptic restricted three-body problems[J]. *Acta Astronautica*, 2018, 147: 374-382.

作者简介:

李振宇(2000-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 深空多体系统编队动力学与控制。

通信地址: 北京理工大学宇航学院(100081)

E-mail: 3120220071@bit.edu.cn

李翔宇(1991-), 男, 副教授, 博士生导师, 主要研究方向: 深空多体系统轨道动力学与控制。**本文通信作者。**

通信地址: 北京理工大学宇航学院(100081)

E-mail: lixiangy@bit.edu.cn

Study on Zero Relative Radial Acceleration Region of Formation near Sun-Earth Libration Points under Solar Radiation Pressure

LI Zhenyu¹, LI Xiangyu¹, QIAO Dong¹, HUO Zhuoxi²

(1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100094, China)

Abstract: Formation interferometry near the Sun-Earth libration point is an essential direction for developing high-precision astronomical observation. Keeping the formation configuration stable for a long time is the premise of achieving high-precision measurement. However, the solar radiation pressure will disturb the satellite's orbit, which challenges the formation configuration's stability. This paper studies the stable region of formation motion near the libration point under the influence of solar radiation pressure. Based on the Sun-Earth three-body model considering solar radiation pressure, then linearizing the dynamic equation near the reference trajectory of the formation, the analytical expression of the zero relative radial acceleration region near the chief satellite is derived. It is found that the zero relative radial acceleration region is a quadric surface passing through the reference trajectory. The evolution characteristics of zero relative radial acceleration region are further analyzed, and the variation law of region distribution with reference trajectory type, amplitude, and phase is given. Finally, the formation configuration evaluation indexes such as shape, size, and coplanarity are defined. The formation configuration design and control method based on zero relative radial acceleration region is proposed and applied to the design of the five-satellite formation mission. The simulation results show that the formation configuration is bounded within 70 days, and the change rate of the relative distance between the chief satellite and deputy satellite is less than 2% in the first 60 days. In this paper, the study of zero relative radial acceleration region under the influence of solar radiation pressure can provide a basis for designing future Sun-Earth libration point interferometry formation orbits.

Keywords: zero relative radial acceleration region; solar radiation pressure; formation flight; libration point

Highlights:

- Analytical expression of the zero relative radial acceleration region near the chief satellite under the influence of light pressure is given.
- The periodic orbit near Sun-Earth libration points under the influence of solar radiation pressure is obtained, and the evolution characteristics of the zero relative radial acceleration region along reference orbits are analyzed.
- A short-term natural formation design method and a long-term bounded formation control method based on zero relative radial acceleration region are proposed.

[责任编辑: 杨晓燕, 英文审校: 宋利辉]