

# 空间惯性传感器数据驱动自适应非对称约束控制

孙笑云<sup>1,2</sup>, 吴树范<sup>1,2</sup>, 沈强<sup>1,2</sup>

(1. 上海交通大学 航空航天学院, 上海 200240; 2. 上海市引力波探测前沿科学研究基地, 上海 200240)

**摘要:** 在空间引力波探测航天器平台系统控制框架下, 针对空间惯性传感器这一关键载荷具备非线性未建模动态且存在性能约束的高精度控制问题, 提出一种基于数据驱动理论的数据驱动自适应控制方案, 实现空间惯性传感器动力学系统作为一类非仿射非全局Lipstchiz连续系统时的精确稳定控制目标。基于模糊规则建立系统附加不确定性估计器, 利用其通用逼近特性保证估计误差的有界性。基于控制障碍函数(Control Barrier Function, BLF)构建非对称性能约束, 利用BLF设计的控制器实现闭环信号的非对称约束控制。根据收缩映射原理及离散时间系统Lyapunov理论分析各闭环信号及自适应估计的有界性, 数值仿真验证了该数据驱动自适应非对称约束控制方案的可行性和有效性。

**关键词:** 控制障碍函数; 自适应控制; 数据驱动; 空间引力波探测; 非对称约束

**中图分类号:** V448.2

**文献标识码:** A

**文章编号:** 2096-9287(2023)03-0322-12

**DOI:** 10.15982/j.issn.2096-9287.2023.20220094

**引用格式:** 孙笑云, 吴树范, 沈强. 空间惯性传感器数据驱动自适应非对称约束控制[J]. 深空探测学报(中英文), 2023, 10(3): 322-333.

**Reference format:** SUN X Y, WU S F, SHEN Q. Data driven-based asymmetric constrained control for space inertia sensor[J]. Journal of Deep Space Exploration, 2023, 10(3): 322-333.

## 引言

空间惯性传感器是一类航天器系统关键载荷, 广泛应用于空间探测领域。其工作原理为悬浮在航天器外壳内, 为在轨航天器提供惯性基准<sup>[1]</sup>。低频段空间引力波探测是以航天器平台超静、超稳为前提开展的深空探测任务, 利用空间惯性传感器提供高精度惯性基准, 是探测工程实施的重要保障<sup>[2-3]</sup>。近年来, 随着低频段空间引力波探测任务的发展及探测水平的提高, 航天器平台中用于探测引力波信号的敏感轴在mHz频段的残余扰动加速度需优于 $10^{-15} \text{ m/s}^2 / \sqrt{\text{Hz}}$ , 同时对于航天器平台的位移控制精度需优于 $1 \text{ nm} / \sqrt{\text{Hz}}$ <sup>[4]</sup>。针对低频段空间引力波探测这一特殊背景, 研究空间惯性传感器在复杂干扰下的控制问题也是任务实施的一项重要研究内容。

当前, 针对空间惯性传感器控制方法的独立研究还较少, 多数研究内容将该载荷的航天器系统平台作为一个研究整体, 并认为空间惯性传感器的控制方法设计应包含在航天器系统平台的无拖曳控制系统(Drag-Free and Attitude Control System, DFACS)中, 即将空间惯性传感器中仅用于内部稳定的自由度

作为非敏感轴, 在控制方案的设计中予以考虑由航天器外部扰动及机械接口形变、传感器刚度形变及敏感轴交叉等作用等引起的耦合现象<sup>[5]</sup>。在既往研究中, 静电悬浮控制技术的发展往往依托于性能指标而展开, 在无拖曳控制系统的设计中进行统一讨论, 如文献<sup>[6~8]</sup>提出的基于定量反馈理论及混合灵敏度 $H_\infty$ 的控制器设计方法, 将性能指标直接转化成设计准则, 用于满足不同的性能规范并实现科学探测模式下全频段能量消耗降低。

然而, 随着高精度空间惯性传感器研制进度及建模理论的进一步推进, 实际惯性传感器系统中的强烈非线性及未建模动态难以忽略, 基于线性方法的上述控制方案均具有一定的局限性。尽管现有线性控制方法能够实现空间引力波探测任务中空间惯性传感器非敏感轴的指标要求, 但随着空间惯性传感器系统允许的残余扰动性能指标要求逐渐提高, 现有线性控制方法均以默认解耦的单输入单输出系统为设计基础, 实际系统中存在的刚度耦合及电压驱动耦合关系在未达到解耦或抑制前惯性传感器系统难以满足新的性能约束, 因此寻求一种可实现对复杂非线性、未知动态得以实现良好估计及抑制作用的非线性控制方案是当前

收稿日期: 2022-10-25 修回日期: 2023-05-16

基金项目: 科技部国家重点研发计划(2020YFC2200800, 2021YFC2202600, 2022YFC2204800); 青年科学基金项目(62103275); 上海市自然科学基金面上项目(20ZR1427000)

空间惯性传感器闭环控制器设计的前沿研究方向。

在惯性传感器这一特殊的高精度载荷控制问题研究中,硬件内部的电回路数据链传输实际为固定采样频率的离散时间系统形式,因此在连续时间系统内实现的控制方法,如文献[9~10]中提出的自适应控制方案,即使其考虑了非线性动态的影响,也仍然难以在实际的惯性传感器系统中实现转化和运用。考虑最坏的情况,即由于电压驱动耦合作用及位移传感、交流执行等诸多现象的叠加,惯性传感器的动力学模型是非仿射且未知的,此时一类基于离散采样数据的数据驱动控制方案对该系统的有效性值得探讨和研究。

数据驱动控制方案是考虑实际采样数字系统(如硬件在环)仅能获取离散量测输出信息时,利用量测数据的迭代实现闭环系统反馈控制的应用方案。目前,数据驱动控制方案已在随机衰减系统、卫星姿态动力学系统中获得相应的应用,因控制器设计仅需相邻已知的离散量测数据进一步迭代,不涉及积分、微分器的引入,针对实际硬件系统拥有较好的可行性及简易性。文献[11~13]提出一种基于自抗扰控制的数据驱动控制方案,运用扩张状态观测器实现外连续扰动的抑制,该方案针对惯性传感器控制系统的设计具有一定的启发作用,但仍需扩展至任意连续甚至非连续干扰存在的情况。

性能指标是衡量空间惯性传感器作为惯性基准的重要尺度,在低频段空间引力波探测任务中,针对位移响应的性能指标要求也提升至较为精密的程度<sup>[2,14-15]</sup>。然而,在全过程控制中,仍然希望空间惯性传感器的静电悬浮控制系统能对被控对象的位移响应起到主动约束的作用,且该约束可以是非对称的、时变的。控制障碍函数(Control Barrier Function, BLF)是解决这一类约束控制需求的有效方法,文献[16~17]提出的各类障碍函数控制方案解决了一类具有延迟、忽略初值的非对称时变约束控制问题,而上述方案在空间惯性传感器控制问题中也尚未得到考察和应用。

为实现惯性传感器静电悬浮控制系统中仅能获得离散量测数据时的高精度控制问题,考虑性能约束要求及由静电驱动引起的非线性任意连续扰动抑制,利用数据驱动自适应控制方法,本文提出一种基于模糊规则及BLF的空间惯性传感器数据驱动约束控制方案,保证惯性传感器系统静电悬浮控制全过程满足性能约束。文章创新点如下:

1) 提出一种基于模糊规则的数据驱动自适应模型估计方法,用于解决空间惯性传感器任意连续未建动力学模型的估计与抑制,相比现有成果将数据驱动估计方法自Lipstschiz连续目标估计推导到非Lipstschiz连续的

情况;

2) 考虑空间惯性传感器实际任务需求下的性能约束问题,基于BLF设计一种非对称约束控制方案,基于BLF的输入补偿使得闭环系统控制全过程位移响应位于性能约束内;

3) 考虑惯性传感器实际控制对象的离散时间系统形式,基于数据驱动方案设计的离散时间系统自适应控制方案是在空间惯性传感器控制问题中的首次应用。

文章章节安排如下:第1节对空间惯性传感器静电悬浮控制问题进行描述,给出静电力驱动关系和基于三体动力学的建模过程,并基于I/O量测数据对连续时间系统模型进行本地离散线性化;第2节给出控制系统设计结果,描述基于性能指标建立的非对称时变性能约束及BLF建立过程,设计基于模糊规则的自适应未知动态估计器及数据驱动自适应控制器;第3节数值仿真,对比验证该控制方案效果与控制系统性能,第4节给出结论。

## 1 问题描述

本节将对双质量块空间惯性传感器进行动力学建模,给出相应模型假设并实现本地动力学线性化。

### 1.1 静电力驱动关系

本文的任务背景参考LISA Pathfinder空间引力波探测试验验证任务<sup>[4]</sup>。在空间引力波探测航天器系统进行无拖曳控制的过程中,文献[18~20]指出空间惯性传感器的电压驱动模式随DFACS的工作模式发生变化,本文进行的研究则是在DFACS执行科学模式时,空间惯性传感器随之执行的高分辨率模式(High Resolution Mode, HR)下进行,此时的惯性传感器动力学系统已随达到临界稳定<sup>[8]</sup>,对HR模式下惯性传感器的控制系统设计则旨在提高各非敏感轴位移精度。

作为空间惯性传感器动力学模型建立的初步,首先需描述HR模式下传感器各极板广义静电力及由控制输入决定的理想驱动力的转换关系。根据文献[18~19],在给定的极板广义静电力解算描述下,忽略电场边缘效应和驱动电子器件输出阻抗,给出由对置极板电压决定的一对平动及转动自由度 $x, \varphi$ 上的实际静电力表达形式

$$\begin{cases} F_x = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A_x}{d_x^2} (2V_{1x}^2 - 2V_{2x}^2 + U_{\text{couple}_1}) + \\ \quad \frac{\varepsilon_0 A_x}{d_x^3} (2V_{1x}^2 + 2V_{2x}^2 + 2V_{1\varphi}^2 + 2V_{2\varphi}^2 + U_{\text{couple}_2}) \\ F_\varphi = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A_x}{d_x^2} (2V_{1\varphi}^2 - 2V_{2\varphi}^2 + U_{\text{couple}_3}) + \\ \quad \frac{\varepsilon_0 A_x}{d_x^3} (2V_{1x}^2 + 2V_{2x}^2 + 2V_{1\varphi}^2 + 2V_{2\varphi}^2 + U_{\text{couple}_4}) \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $F_x$ 、 $F_\varphi$ 为各自由度对应的极板静电力;  $\varepsilon_0$ 、 $A_x$ 、 $d_x$ 分别为真空介电常数、极板面积及极板间距;  $V_{1,2x,\varphi}$ 为对置的各极板在平动及转动自由度的电势;  $U_{\text{couple}}$ 为平动与转动自由度间电势贡献的耦合项, 可利用  $V_{1,2x,\varphi}$  表达为

$$\begin{cases} U_{\text{couple}_1} = 2(V_{1x} + V_{2x})(V_{1\varphi} - V_{2\varphi}) \\ U_{\text{couple}_2} = U_{\text{couple}_4} = 2(V_{1x} - V_{2x})(V_{1\varphi} - V_{2\varphi}) \\ U_{\text{couple}_3} = 2(V_{1x} - V_{2x})(V_{1\varphi} + V_{2\varphi}) \end{cases}$$

其次需描述惯性传感器内部电压驱动关系, 即理想输入力向各极板电压  $V_{1,2x,\varphi}$  的解算。仍以  $x, \varphi$  方向为例, 在高分辨率模式下, 规定极板电压驱动刚度为特定的需求刚度, 即定义为  $K_{xx} = K_{xx,\text{req}}$ ,  $K_{\varphi\varphi} = K_{\varphi\varphi,\text{req}}$ 。在传感器接受输入力  $f_x$ 、 $f_\varphi$  时, 给出各极板上平动及转动自由度反馈电压  $V_{1x}$ 、 $V_{2x}$ 、 $V_{1\varphi}$ 、 $V_{2\varphi}$  的表达形式

$$\begin{cases} V_{1x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d_x}{\varepsilon_0 A_x}} \sqrt{2f_x + d_x |K_{xx,\text{req}}|} \\ V_{2x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d_x}{\varepsilon_0 A_x}} \sqrt{-2f_x + d_x |K_{xx,\text{req}}|} \\ V_{1\varphi} = \sqrt{\frac{1}{2R_{x(\varphi)}} \frac{d_x}{\varepsilon_0 A_x}} \sqrt{f_\varphi + \frac{d_x R_{x(\varphi)}}{2R_{2x(\varphi)}^2} |K_{\varphi\varphi,\text{req}}|} \\ V_{2\varphi} = \sqrt{\frac{1}{2R_{x(\varphi)}} \frac{d_x}{\varepsilon_0 A_x}} \sqrt{-f_\varphi + \frac{d_x R_{x(\varphi)}}{2R_{2x(\varphi)}^2} |K_{\varphi\varphi,\text{req}}|} \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $R_{x(\varphi)}$ 、 $R_{2x(\varphi)}^2$  是各极板电容与线位移  $x$ 、角位移  $\varphi$  的一、二阶偏导数的对应系数。

上述反馈电压加载在各极板后, 其产生的静电力将作用于惯性传感器的检验质量上, 用于补偿检验质量因附加干扰产生的运动学偏差, 从而实现检验质量的稳定惯性基准作用<sup>[20]</sup>。注意到理想驱动力与实际静电力之间, 由于电压驱动算法的引入将具有如下的转换关系

$$\begin{cases} F_x = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A_x}{d_x^2} \left[ \frac{2d_x f_x}{\varepsilon_0 A_x} + U_{\text{couple}_1}(V_\varphi, V_x) \right] + \\ \frac{\varepsilon_0 A_x}{d_x^3} \left[ \frac{2d_x^2 |K_{xx,\text{req}}|}{\varepsilon_0 A_x} + U_{\text{couple}_2}(V_\varphi, V_x) \right] x \\ F_\varphi = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A_x}{d_x^2} \left[ \frac{2d_x f_\varphi}{\varepsilon_0 R_{x(\varphi)} A_x} + U_{\text{couple}_3}(V_\varphi, V_x) \right] + \\ \frac{\varepsilon_0 A_x}{d_x^3} \left[ \frac{2d_x^2 |K_{\varphi\varphi,\text{req}}|}{\varepsilon_0 R_{2x(\varphi)}^2 A_x} + U_{\text{couple}_4}(V_\varphi, V_x) \right] \varphi \end{cases} \quad (3)$$

这也构成了传感器动力学模型建立过程中主要的非线性来源之一。在动力学模型建立中, 由于控制输入与理想驱动力  $f_{x,\varphi}$  等价, 上述过程也将直接引入动力学模型输入部分的建立中。

## 1.2 空间惯性传感器动力学模型

在研究空间惯性传感器动力学模型建立前, 由于需考虑双质量块与航天器外壳的运动耦合作用, 将首先以LISA Pathfinder空间引力波探测任务为样例<sup>[1,21-22]</sup>建立以三体动力学为基础的无拖曳控制系统动力学模型。执行探测任务的航天器构造如图1所示, 由两个对置的惯性质量块TM1、TM2及航天器自身构成3个相互关联的物理实体。根据文献[21]中的分析, 该多体动力学方程可以描述为下述近似二阶形式

$$\mathbf{M}_q \ddot{\mathbf{q}}^* = \mathbf{K}_{\text{LTP}} \mathbf{q}^* + \mathbf{K}_h \mathbf{q} + \mathbf{f}_{\text{stray}} + \mathbf{f}_{\text{actuation}} + \mathbf{M}_u \ddot{\mathbf{u}}_{\text{sc}} \quad (4)$$

其中:  $\mathbf{f}_{\text{actuation}}$  为低频悬浮执行器作用力;  $\mathbf{f}_{\text{stray}}$  为其它外部或内部来源构成的总噪声力;  $\mathbf{K}_h$ 、 $\mathbf{K}_{\text{LTP}}$  为惯性传感器耦合刚度;  $\mathbf{q}^*$  是检验质量块相对航天器的真实位移, 需考虑每个检验质量外壳、航天器接口等构建的机械形变;  $\mathbf{q}$  则为相对位移的标称值;  $\mathbf{M}_q$ 、 $\mathbf{M}_u$  均为敏感度矩阵, 用于衡量检验质量内部及检验质量对航天器的绝对运动;  $\mathbf{u}_{\text{sc}}$  为航天器的绝对运动。

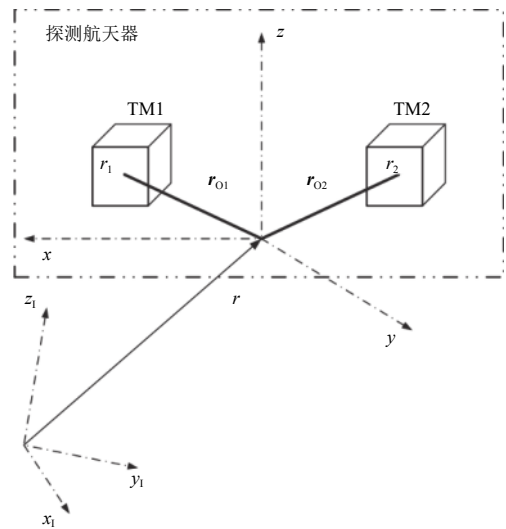


图1 LISA Pathfinder航天器多体动力学模型<sup>[18]</sup>

Fig. 1 Diagram of multi-bodies dynamics for LISA Pathfinder spacecraft<sup>[18]</sup>

将质量块相对位移  $\mathbf{q}$  及航天器绝对运动  $\mathbf{u}_{\text{sc}}$  描述为

$$\mathbf{q} = [\mathbf{r}_1^T, \boldsymbol{\varphi}_1^T, \mathbf{r}_2^T, \boldsymbol{\varphi}_2^T]^T, \quad \mathbf{u}_{\text{sc}} = [\mathbf{r}^T, \boldsymbol{\varphi}^T]^T$$

同时给出敏感度矩阵  $\mathbf{M}_q$ 、 $\mathbf{M}_u$  的表达形式

$$\begin{cases} \mathbf{M}_q = \begin{bmatrix} m_1 \mathbf{E}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_1 & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & m_2 \mathbf{E}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{M}_u = \begin{bmatrix} -m_1 \mathbf{E}_{3 \times 3} & m_1 \tilde{\mathbf{r}}_{o1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{I}_1 \\ -m_1 \mathbf{E}_{3 \times 3} & m_2 \tilde{\mathbf{r}}_{o1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

其中:  $m_1$ 、 $m_2$ 、 $I_1$ 、 $I_2$ 为惯性质量块质量及转动惯量;  
 $\tilde{r}_{o1}$ 、 $\tilde{r}_{o2}$ 为斜对称交叉矩阵, 由标称位置矢量 $r_{o1} = [r_{o1,x},$   
 $r_{o1,y}, r_{o1,z}]^T$ 及 $r_{o2} = [r_{o2,x}, r_{o2,y}, r_{o2,z}]^T$ 给出

$$\tilde{r}_{o1} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{o1,z} & r_{o1,y} \\ r_{o1,z} & 0 & -r_{o1,x} \\ -r_{o1,y} & r_{o1,x} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{r}_{o2} = \begin{bmatrix} 0 & -r_{o2,z} & r_{o2,y} \\ r_{o2,z} & 0 & -r_{o2,x} \\ -r_{o2,y} & r_{o2,x} & 0 \end{bmatrix}$$

忽略各接口及构件机械形变, 认为 $q^* = q$ , 同时假设系统动力学仅存在小角度旋转, 给出系统动力学的简化形式

$$\begin{pmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{T}_{1B} & \mathbf{T}_{1B}\tilde{r}_{o1} & \mathbf{E}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{T}_{1B} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{T}_{2B} & \mathbf{T}_{2B}\tilde{r}_{o2} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{T}_{2B} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ \alpha \\ a_1 \\ a_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$$

其中:  $\mathbf{T}_{1B}$ 、 $\mathbf{T}_{2B}$ 为在标称位置下, 航天器到检验质量块的位置变换矩阵。定义航天器和检验质量加速度

$$\alpha = \mathbf{I}^{-1}t, \quad \alpha_1 = \mathbf{I}_1^{-1}t_1, \quad \alpha_2 = \mathbf{I}_2^{-1}t_2$$

$$a = \frac{1}{m}f, \quad a_1 = \frac{1}{m_1}f_1, \quad a_2 = \frac{1}{m_2}f_2$$

其中:  $m$ 、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $\mathbf{I}$ 、 $\mathbf{I}_1$ 、 $\mathbf{I}_2$ 分别为航天器及检验质量块的质量及转动惯量;  $t$ 、 $t_1$ 、 $t_2$ 、 $f$ 、 $f_1$ 、 $f_2$ 为合外力矩和合外力。

本文针对空间惯性传感器静电悬浮控制问题的研究建立在科学模式下, 在LISA Pathfinder任务规则中, 将这种模式称为科学探测模式1或测试模式M3<sup>[23]</sup>。敏感轴及非敏感轴选取的原则为选取检验质量1的3个平动自由度、1个转动自由度及检验质量2的两个平动自由度施行无拖曳控制, 其余6个自由度施行静电悬浮控制<sup>[10]</sup>。引入实现上述选取规则的坐标选择矩阵 $\mathbf{D}_{DF}$ 、 $\mathbf{D}_{SUS}$ , 将三体动力学系统重新表述为

$$\begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{q}_{DF} \\ \ddot{q}_{SUS} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{ATT} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{D}_{DF}\mathbf{B}_1 & \mathbf{D}_{DF}\mathbf{B}_2 \\ \mathbf{D}_{SUS}\mathbf{B}_1 & \mathbf{D}_{SUS}\mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_{SC} \\ a_{TM} \end{pmatrix} \quad (5)$$

其中:  $q_{DF}$ 、 $q_{SUS}$ 分别为无拖曳控制与静电悬浮控制坐标。  $\mathbf{B}_1$ 、 $\mathbf{B}_2$ 、 $\mathbf{B}_{ATT}$ 为参数矩阵, 定义为

$$\mathbf{B}_{ATT} = [\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{E}_{3 \times 3}], \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{T}_{1B} & \mathbf{T}_{1B}\tilde{r}_{o1} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{T}_{1B} \\ -\mathbf{T}_{2B} & \mathbf{T}_{2B}\tilde{r}_{o2} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{T}_{2B} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \mathbf{E}_{3 \times 3},$$

$a_{SC}$ 、 $a_{TM}$ 则用于描述航天器平台与检验质量所受合外力及力矩,  $a_{SC} = (a^T, \alpha^T)^T$ ,  $a_{TM} = (a_1^T, \alpha_1^T, a_2^T, \alpha_2^T)^T$ 。认为合外力及力矩由控制器输入 $u_T$ 、 $u_S$ , 外界干扰

$d_{SC}$ 、 $d_{TM}$ , 及检验质量刚度变形构成, 将式(5)中的动力学模型整理为

$$\begin{pmatrix} \ddot{\varphi} \\ \ddot{q}_{DF} \\ \ddot{q}_{SUS} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{ATT} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{B}_{DF} & \mathbf{E}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{B}_{SUS} & \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{E}_{6 \times 6} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_T \\ u_{S1} \\ u_{S2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_{SC} \\ d_{TM1} \\ d_{TM2} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & -\mathbf{\Omega}_{DF}^2 & \mathbf{0}_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & -\mathbf{\Omega}_C^2 & -\mathbf{\Omega}_{SUS}^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi \\ q_{DF} \\ q_{SUS} \end{pmatrix} \quad (6)$$

其中:  $\mathbf{B}_{DF} = \mathbf{D}_{DF}\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{B}_{SUS} = \mathbf{D}_{SUS}\mathbf{B}_1$ ; 悬浮控制输入 $u_{S1} = \mathbf{D}_{DF}\mathbf{B}_2u_S$ ,  $u_{S2} = \mathbf{D}_{SUS}\mathbf{B}_2u_S$ ;  $d_{TM1}$ 、 $d_{TM2}$ 为系统输入噪声; 对角矩阵 $\mathbf{\Omega}_{DF}^2$ 、 $\mathbf{\Omega}_{SUS}^2$ 与交叉耦合矩阵 $\mathbf{\Omega}_C^2$ 为刚度矩阵。仅针对静电悬浮控制通道进行分析, 对式(6)中描述的运动学模型进行简化, 表达为

$$\ddot{q}_{SUS} = [\mathbf{D}_{SUS}\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{D}_{SUS}\mathbf{B}_2] \cdot [a_{SC} \quad a_{TM}]^T \quad (7)$$

其中:  $q_{SUS} = [\eta_1, \varphi_1, x_2, \theta_1, \eta_1, \varphi_2]^T$ 。根据式(6)将 $a_{SC}$ 、 $a_{TM}$ 表达为

$$a_{SC} = u_T + d_{SC}, \quad a_{TM} = u_S + d_T + \begin{bmatrix} -\mathbf{\Omega}_{DF}^2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{\Omega}_{SUS}^2 \end{bmatrix} q$$

其中:  $d_{SC}$ 、 $d_T$ 为外界干扰;  $u_T$ 、 $u_S$ 分别为微推力器控制力及悬浮控制自由度极板静电力。定义状态量 $x = [q_{SUS}, \dot{q}_{SUS}]^T$ , 则计及干扰及静电力输入驱动关系式(3)的静电悬浮控制回路标准形式可表述为

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}(f(u_S, q_{SUS}) + d_{TM}) \quad (8)$$

其中:  $d_{TM}$ 为系统总噪声;  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$ 为系统状态参数矩阵,  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{6 \times 6} \\ -\mathbf{\Omega}_{SUS}^2 & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{6 \times 6} \end{bmatrix}$ 。在该简化的动力学模型中, 状态矩阵 $\mathbf{A}$ 中的交叉耦合刚度矩阵存在有界的慢时变余项, 电压驱动关系及外源性扰动也将对原有的线性状态空间模型引入较为强烈的非线性动态。

### 1.3 非仿射离散时间动力学模型及局部线性化

在实际的空间惯性传感器静电悬浮控制实现中, 精确的连续时间动力学模型由于电回路信号采集等因素不能准确获得, 实际的控制系统设计过程也将基于离散的I/O量测输出数据。在空间关键载荷乃至航天器姿态系统的控制问题中, 根据文献[17], 为便于控制系统的分析设计, 也可利用量测数据将动力学模型式(8)转换为如下的非仿射离散时间系统表达形式

$$x(k+1) = f(x(k), \dots, x(k-n_x), u_S(k), \dots, u_S(k-n_u)) + h(d(k-1), \dots, d(k-n_d)) \quad (9)$$

其中:  $h(d(k-1), \dots, d(k-n_d))$ 为非线性系统干扰;

$f(\mathbf{x}(k), \dots, \mathbf{x}(k-n_x), \mathbf{u}_S(k), \dots, \mathbf{u}_S(k-n_u))$  则为包含不确定性的非线性动力学标称模型。为便于问题研究, 需对模型式 (8) 进行如下假设。

**假设1** 输入的变化率存在如下约束

$$|\mathbf{u}_{S_i}(k) - \mathbf{u}_{S_i}(k-1)| \leq \rho_u$$

其中:  $\mathbf{u}_S(k) = [\mathbf{u}_{S_1}(k), \mathbf{u}_{S_2}(k), \dots, \mathbf{u}_{S_n}(k)]^T$ ,  $\rho_{u_i} > 0$  为第  $i$  个输入变化率绝对值的上界,  $i = 1, 2, \dots, n$ 。

**假设2** 在该未知的非线性系统中, 标称状态方程  $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \dots, \mathbf{x}(k-n_x))$  满足全局 Lipschitz 条件, 即对任意两个采样点  $k_1, k_2$ , 都有

$$\|\mathbf{f}(\mathbf{x}_1(k_1), \dots, \mathbf{x}_N(k_1)) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_1(k_2), \dots, \mathbf{x}_N(k_2))\| \leq L_1 \|\mathbf{x}_1(k_1) - \mathbf{x}_1(k_2)\| + \dots + L_N \|\mathbf{x}_N(k_1) - \mathbf{x}_N(k_2)\| \quad (10)$$

其中:  $L_m$  为假设存在的 Lipschitz 常数,  $m \in \{1, \dots, N\}$ ,  $N = n_x + n_d + n_u + 3$ 。同时,  $\mathbf{f}(\cdot)$  对控制输入的偏导数存在, 不为零, 符号不变。

**假设3** 有界的系统干扰  $\mathbf{h}(\mathbf{d}(k-1), \dots, \mathbf{d}(k-n_d))$  非 Lipschitz 连续, 即任意连续。在实际问题中,  $\mathbf{h}(\cdot)$  存在因电压驱动耦合引起的与状态相关的非 Lipschitz 连续扰动  $\mathbf{h}_1(\cdot)$  及自相关的有界外界扰动  $\mathbf{h}_2(\cdot)$ , 即

$$\mathbf{h}(\mathbf{d}(k-1), \dots, \mathbf{d}(k-n_d)) = \mathbf{h}_1(\mathbf{x}(k), \dots, \mathbf{x}(k-n_x)) + \mathbf{h}_2(\mathbf{d}_0(k-1), \dots, \mathbf{d}_0(k-n_{d_0})) \quad (11)$$

同时应满足  $\|\mathbf{h}_2(\mathbf{d}_0(k-1), \dots, \mathbf{d}_0(k-n_{d_0}))\| \leq \bar{E}_h$ 。

根据上述假设, 将非仿射离散时间空间惯性传感器动力学模型式 (9) 改写为下述差分形式

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{f}(\boldsymbol{\chi}(k), \mathbf{u}_S(k)) - \mathbf{f}(\boldsymbol{\chi}(k-1), \mathbf{u}_S(k-1)) - \\ &\quad \mathbf{f}(\boldsymbol{\chi}(k), \mathbf{u}_S(k-1)) + \mathbf{f}(\boldsymbol{\chi}(k), \mathbf{u}_S(k-1)) + \\ \mathbf{h}(\boldsymbol{\delta}(k)) - \mathbf{h}(\boldsymbol{\delta}(k-1)) &= \frac{\partial \mathbf{f}(\cdot)}{\partial \mathbf{u}_S(k)} \Delta \mathbf{u}_S(k) + \boldsymbol{\zeta}(k) \end{aligned} \quad (12)$$

其中:  $\boldsymbol{\chi}(k) = [\mathbf{x}(k), \dots, \mathbf{x}(k-n_x), \mathbf{u}_S(k), \dots, \mathbf{u}_S(k-n_u)]$ ;  $\boldsymbol{\delta}(k) = [\mathbf{d}(k-1), \dots, \mathbf{d}(k-n_d)]$ ;  $\boldsymbol{\zeta}(k) = -\mathbf{f}(\boldsymbol{\chi}(k-1), \mathbf{u}_S(k-1)) + \mathbf{f}(\boldsymbol{\chi}(k), \mathbf{u}_S(k-1)) + \mathbf{h}(\boldsymbol{\delta}(k)) - \mathbf{h}(\boldsymbol{\delta}(k-1))$ ;  $\Delta$  为差分算子, 满足  $\Delta x(k+1) \triangleq x(k+1) - x(k)$ 。定义  $\boldsymbol{\theta}^T(k) = \frac{\partial \mathbf{f}(\cdot)}{\partial \mathbf{u}_S(k)}$ , 认为  $\boldsymbol{\theta}^T(k)$  有界, 且存在上界  $\rho_\theta$ , 则系统转换为如下的动力学局部线性形式

$$\Delta \mathbf{x}(k+1) = \boldsymbol{\theta}^T(k) \Delta \mathbf{u}_S(k) + \boldsymbol{\zeta}(k) \quad (13)$$

为实现上述模型的稳定控制, 控制器的设计需同时实现①未知增益  $\boldsymbol{\theta}^T(k)$  的估计和②任意连续未知动态  $\boldsymbol{\zeta}(k)$  的逼近, 从而使各闭环信号有界。考虑到标称动力学模型分量  $\mathbf{f}(\cdot)$  的全局 Lipschitz 连续性, 标称控制输

入基于引入数据驱动理论的自适应控制方案, 而任意连续未知动态  $\boldsymbol{\zeta}(k)$  则基于模糊规则进行逼近。同时, 控制过程需根据性能指标要求设计非对称约束, 运用 BLF 确保控制全过程位移响应位于约束内。

## 2 基于数据驱动的模糊自适应约束控制方案设计

本节将首先给出任意连续未知动态  $\boldsymbol{\zeta}(k)$  的模糊估计器, 其次设计  $\boldsymbol{\theta}^T(k)$  的估计自适应律, 给出闭环控制器, 验证各闭环信号的有界性。

### 2.1 基于模糊规则的自适应未知动态估计器

注意到连续未知动态  $\boldsymbol{\zeta}(k)$  由任意连续扰动分量  $\boldsymbol{\zeta}_1(\boldsymbol{\chi}(k))$  及有界外界扰动分量  $\boldsymbol{\zeta}_2(k)$  构成

$$\boldsymbol{\zeta}(k) = \boldsymbol{\zeta}_1(\boldsymbol{\chi}(k)) + \boldsymbol{\zeta}_2(k) \quad (14)$$

根据式 (12),  $\|\boldsymbol{\zeta}_2(k)\| \leq 2\bar{E}_h$ 。对于  $\boldsymbol{\zeta}_1(\boldsymbol{\chi}(k))$ , 由于其由 Lipschitz 连续的标称模型差分项及代表耦合作用的有界任意连续扰动项构成,  $\boldsymbol{\zeta}_1(\boldsymbol{\chi}(k))$  仍然有界。考虑模糊系统的通用逼近特性, 设计如下 IF-THEN 模糊规则:

$$\text{If } x_1 \in \mathcal{F}_1^l, x_2 \in \mathcal{F}_2^l, \dots, x_n \in \mathcal{F}_n^l, \text{ then } y \in \mathcal{G}^l.$$

其中:  $\mathbf{x}_0 = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}$  分别为模糊系统输入及输出;  $l = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为模糊规则数;  $\mathcal{F}_n^l$ 、 $\mathcal{G}^l$  为模糊集。令  $h_{\mathcal{F}_n^l}(x_i)$ 、 $h_{\mathcal{G}^l}(y)$  分别为模糊集  $\mathcal{F}_n^l$ 、 $\mathcal{G}^l$  的对应隶属度函数, 那么模糊系统输出可以表达为

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^N \Phi_l \prod_{i=1}^n h_{\mathcal{F}_n^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \left[ \prod_{i=1}^n h_{\mathcal{F}_n^l}(x_i) \right]} \quad (15)$$

其中: 中心值  $\Phi_l = \max_{y \in \mathbb{R}} h_{\mathcal{G}^l}(y)$ , 由此定义模糊基函数

$$\varphi_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n h_{\mathcal{F}_n^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \left[ \prod_{i=1}^n h_{\mathcal{F}_n^l}(x_i) \right]}, l = 1, 2, \dots, N \quad (16)$$

令  $\boldsymbol{\theta}^T = [\boldsymbol{\theta}_1, \dots, \boldsymbol{\theta}_N] = [\Phi_1, \dots, \Phi_N]$ ,  $\boldsymbol{\varphi}(x) = [\varphi_1, \dots, \varphi_N]^T$ , 将任意连续扰动分量  $\boldsymbol{\zeta}_1(\boldsymbol{\chi}(k))$  基于上述模糊规则改写为如下形式

$$\boldsymbol{\zeta}_1(\boldsymbol{\chi}(k)) = \boldsymbol{\theta}^T(k) \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k)) \quad (17)$$

根据模糊基函数的定义, 容易得到  $0 < \|\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k))\| \leq 1$ 。假设输入变量  $\boldsymbol{\chi}(k)$  处于  $\mathbb{R}^n$  内的紧集  $\Omega$  中, 对于任意  $\epsilon^* > 0$ , 存在模糊规则式 (17) 及最优权值  $\boldsymbol{\theta}^*$ , 使得

$$\sup_{\chi(k) \in \Omega} \|\zeta_1(\chi(k)) - \theta^{*T} \varphi(\chi(k))\| \leq \epsilon^* \quad (18)$$

由此将本地动力学线性化模型式(13)改写为

$$\Delta \mathbf{x}(k+1) = \boldsymbol{\theta}^T(k) \Delta \mathbf{u}_s(k) + \boldsymbol{\theta}^T(k) \varphi(\chi(k)) \quad (19)$$

其中:  $\boldsymbol{\theta}^T(k)$ 、 $\boldsymbol{\theta}^T(k)$ 均未知。运用自适应律对 $\boldsymbol{\theta}^T(k)$ 、 $\boldsymbol{\theta}^T(k)$ 进行估计。对于 $\boldsymbol{\theta}^T(k)$ , 首先给出如下目标函数

$$J_1(\boldsymbol{\theta}^T(k)) = \|\Delta \mathbf{x}(k) - \boldsymbol{\theta}^T(k) \Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2 + \mu_1 \|\boldsymbol{\theta}^T(k) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k-1)\| \quad (20)$$

其中:  $\mu_1 > 0$ 代表 $\|\boldsymbol{\theta}^T(k) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k-1)\|$ 的权重系数;  $\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k)$ 为 $\boldsymbol{\theta}^T(k)$ 的自适应估计。最小化 $J_1(\boldsymbol{\theta}^T(k))$ 并推导得出

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k-1) + \frac{\gamma_1 (\Delta \mathbf{x}(k) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k-1) \Delta \mathbf{u}_s(k-1)) \Delta \mathbf{u}_s^T(k-1)}{\mu_1 + \|\Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2} \quad (21)$$

其中:  $\gamma_1 > 0$ 为自适应增益。类似的, 为估计得到 $\boldsymbol{\theta}^T(k)$ , 给出如下目标函数

$$J_2(\boldsymbol{\theta}^T(k)) = \|\Delta \mathbf{x}(k) - \boldsymbol{\theta}^T(k) \varphi(\chi(k-1))\|^2 + \mu_2 \|\boldsymbol{\theta}^T(k) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k-1)\| \quad (22)$$

其中:  $\mu_2 > 0$ 代表 $\|\boldsymbol{\theta}^T(k) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k-1)\|$ 的权重系数,  $\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k)$ 为 $\boldsymbol{\theta}^T(k)$ 的自适应估计。最小化 $J_2(\boldsymbol{\theta}^T(k))$ 并推导得出

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k-1) + \frac{\gamma_2 (\Delta \mathbf{x}(k) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k-1) \varphi(\chi(k-1))) \varphi^T(\chi(k-1))}{\mu_2 + \|\varphi(\chi(k-1))\|^2} \quad (23)$$

其中:  $\gamma_2 > 0$ 为自适应增益。为分析自适应估计式(20)与式(22)的有界性, 首先给出如下引理:

**引理1 (收缩映射原理)** 考虑如下迭代状态 $\mathbf{v}(k)$

$$\mathbf{v}(k+1) = \boldsymbol{\alpha}(k) \mathbf{v}(k) + \boldsymbol{\kappa}(k) \quad (24)$$

其中:  $\boldsymbol{\alpha}(k) \in \mathbb{R}^{M \times M}$ 为映射矩阵;  $\boldsymbol{\kappa}(k) \in \mathbb{R}^M$ 为外界输入。如果 $\|\boldsymbol{\alpha}(k)\| < 1$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} \boldsymbol{\kappa}(k) = 0$ , 那么 $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{v}(k) = 0$ 。

根据上述引理给出自适应估计式(21)与式(23)的稳定性分析过程。给出如下定理。

**定理1** 对于式(13)表达的非仿射非线性离散时间系统模型, 当未知参数的自适应估计按式(21)及式(23)表达时, 给定自适应增益 $0 < \gamma_1$ ,  $\gamma_2 < 2$ , 各自适应估计误差有界, 并给定误差上界

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k)\| = \frac{b_1}{1-a_1}, \quad \lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(k)\| = \frac{b_2}{1-a_2}$$

其中

$$\begin{cases} a_1 = \left\| \mathbf{I} - \frac{\gamma_1 \Delta \mathbf{u}_s(k-1) \Delta \mathbf{u}_s^T(k-1)}{\mu_1 + \|\Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2} \right\| \\ b_1 = \frac{\gamma_1 (\|\boldsymbol{\theta}_i^*\| + 2\bar{E}_h)}{2\sqrt{\mu_1}} + 2\rho_\Theta \\ a_2 = \left\| \mathbf{I} - \frac{\gamma_2 \varphi(\chi(k-1)) \varphi^T(\chi(k-1))}{\mu_2 + \|\varphi(\chi(k-1))\|^2} \right\| \\ b_2 = \frac{\gamma_2 (\rho_\Theta \rho_u + 2\bar{E}_h)}{2\sqrt{\mu_2}} \end{cases}$$

$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k)$ 代表 $\boldsymbol{\theta}^T(k)$ 第 $i$ 行的估计误差;  $\boldsymbol{\theta}_i^*$ 为最优权值 $\boldsymbol{\theta}^*$ 的第 $i$ 行向量。

**证明** 首先证明 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k)$ 的有界性。回顾自适应律式(21), 将估计误差推导为如下表达形式

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k) &= \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k-1) + \Delta \boldsymbol{\theta}_i^T(k) - \frac{\gamma_1}{\mu_1 + \|\Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2} \left( \zeta_i(k-1) \right. \\ &\quad \left. \boldsymbol{\theta}_i^T(k-1) \Delta \mathbf{u}_s(k-1) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k-1) \Delta \mathbf{u}_s(k-1) \right) \Delta \mathbf{u}_s^T(k-1) = \\ &\quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k-1) \left( \mathbf{I} - \frac{\gamma_1 \Delta \mathbf{u}_s(k-1) \Delta \mathbf{u}_s^T(k-1)}{\mu_1 + \|\Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2} \right) - \\ &\quad \frac{\gamma_1 \zeta_i(k-1) \Delta \mathbf{u}_s^T(k-1)}{\mu_1 + \|\Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2} + \Delta \boldsymbol{\theta}_i^T(k) \end{aligned} \quad (25)$$

其中:  $\zeta_i(k-1)$ 为 $\zeta$ 第 $i$ 行的第 $k-1$ 次迭代,  $\Delta \boldsymbol{\theta}_i^T(k) = \boldsymbol{\theta}_i^T(k) - \boldsymbol{\theta}_i^T(k-1)$ 。根据 $\boldsymbol{\theta}_i^T(k)$ 的有界性,

$$\begin{aligned} &\left\| -\frac{\gamma_1 \zeta_i(k-1) \Delta \mathbf{u}_s^T(k-1)}{\mu_1 + \|\Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2} + \Delta \boldsymbol{\theta}_i^T(k) \right\| \leq \\ &\left\| -\frac{\gamma_1 (\zeta_{i_1}(\chi(k)) + \zeta_{i_2}(k))}{2\sqrt{\mu_1}} \right\| + 2\rho_\Theta \leq \frac{\gamma_1 (\|\boldsymbol{\theta}_i^*\| + 2\bar{E}_h)}{2\sqrt{\mu_1}} + 2\rho_\Theta \end{aligned} \quad (26)$$

其中:  $\zeta_{i_1}, \zeta_{i_2}$ 代表 $\zeta_i$ 的第 $i$ 行。注意到

$$\begin{aligned} &\left\| \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k-1) \left( \mathbf{I} - \frac{\gamma_1 \Delta \mathbf{u}_s(k-1) \Delta \mathbf{u}_s^T(k-1)}{\mu_1 + \|\Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2} \right) \right\| \leq \\ &\left\| \tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k-1) \right\| \left\| \mathbf{I} - \frac{\gamma_1 \Delta \mathbf{u}_s(k-1) \Delta \mathbf{u}_s^T(k-1)}{\mu_1 + \|\Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2} \right\| \end{aligned} \quad (27)$$

令

$$\begin{cases} a_1 = \left\| \mathbf{I} - \frac{\gamma_1 \Delta \mathbf{u}_s(k-1) \Delta \mathbf{u}_s^T(k-1)}{\mu_1 + \|\Delta \mathbf{u}_s(k-1)\|^2} \right\| \\ b_1 = \frac{\gamma_1 (\|\boldsymbol{\theta}_i^*\| + 2\bar{E}_h)}{2\sqrt{\mu_1}} + 2\rho_\Theta \end{cases}$$

考虑到 $0 < \gamma_1 < 2$ ,  $\mu_1 > 0$ , 满足 $0 < a_1 < 1$ , 从而根据引理1可以得到 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k)$ 的有界性, 其收敛上界可表达为 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_i^T(k)\| = \frac{b_1}{1-a_1}$ 。

类似的, 也可得到模糊权值估计误差 $\tilde{\theta}^T(k)$ 的有界性。根据自适应律式(23)得出

$$\tilde{\theta}^T(k) = \tilde{\theta}^T(k-1) \left( \mathbf{I} - \frac{\gamma_2 \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k-1)) \boldsymbol{\varphi}^T(\boldsymbol{\chi}(k-1))}{\mu_2 + \|\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k-1))\|^2} \right) - \frac{\gamma_2 (\boldsymbol{\theta}^T(k-1) \Delta \mathbf{u}_s(k-1) + \zeta_2(k)) \boldsymbol{\varphi}^T(\boldsymbol{\chi}(k-1))}{\mu_2 + \|\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k-1))\|^2} \quad (28)$$

式(28)用到了 $\boldsymbol{\theta}^*(k)$ 的不变性, 即 $\boldsymbol{\theta}^*(k) = \boldsymbol{\theta}^*(k-1)$ 。类比式(26), 对式(28)中部分项进一步推导得出

$$\left\| -\frac{\gamma_2 (\boldsymbol{\theta}^T(k-1) \Delta \mathbf{u}_s(k-1) + \zeta_2(k)) \boldsymbol{\varphi}^T(\boldsymbol{\chi}(k-1))}{\mu_2 + \|\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k-1))\|^2} \right\| \leq \frac{\gamma_2 (\rho_\Theta \rho_u + 2\bar{E}_h)}{2\sqrt{\mu_2}} = b_2 \quad (29)$$

令

$$a_2 = \left\| \mathbf{I} - \frac{\gamma_2 \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k-1)) \boldsymbol{\varphi}^T(\boldsymbol{\chi}(k-1))}{\mu_2 + \|\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k-1))\|^2} \right\|$$

考虑到 $0 < \gamma_2 < 2$ ,  $\mu_1 > 0$ , 满足 $0 < a_2 < 1$ , 从而根据引理1可以得到 $\tilde{\theta}^T(k)$ 的有界性, 其收敛上界可表达为 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\tilde{\theta}^T(k)\| = \frac{b_2}{1-a_2}$ 。

## 2.2 非对称约束控制器

为确保空间惯性传感器各非敏感轴在控制过程中其响应处于性能指标要求的约束范围内, 引入BLF结合前节引入的模糊自适应估计完成闭环控制器的设计。给出下述Lyapunov函数 $V(k)$

$$V_1(k) = \frac{\mathbf{e}^T(k) \mathbf{e}(k)}{2(\mathbf{H}_1(k) + \mathbf{e}(k))^T (\mathbf{H}_2(k) - \mathbf{e}(k))} \quad (30)$$

其中: 跟踪误差 $\mathbf{e}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_d(k)$ ,  $\mathbf{x}_d(k)$ 为响应指令。在空间惯性传感器静电悬浮控制问题中, 惯性传感器需对外壳保持相对静止, 在以航天器外壳为原点的相对坐标系中,  $\mathbf{x}_d = 0$ 。为确保 $V_1(k)$ 非负定, 需保证跟踪误差 $\mathbf{e}(k) \in (-\mathbf{H}_1(k), \mathbf{H}_2(k))$ 。对式(30)两边微分得到

$$\Delta V_1(k) = \bar{M}_1 \mathbf{e}^T(k) (\Delta \mathbf{e}(k+1) + \eta_1 \mathbf{e}(k)) \quad (31)$$

其中:

$$\bar{M}_1(k) = \frac{2\mathbf{H}_1^T(k) \mathbf{H}_2(k) - (\mathbf{H}_1^T(k) - \mathbf{H}_2^T(k)) \mathbf{e}(k)}{((\mathbf{H}_1(k) + \mathbf{e}(k))^T (\mathbf{H}_2(k) - \mathbf{e}(k)))^2},$$

$$\eta_1(k) = \frac{-\Delta \mathbf{H}_{12}(k) + (\Delta \mathbf{H}_1^T(k) - \Delta \mathbf{H}_2^T(k)) \mathbf{e}(k)}{2\mathbf{H}_1^T(k) \mathbf{H}_2(k) - (\mathbf{H}_1^T(k) - \mathbf{H}_2^T(k)) \mathbf{e}(k)},$$

$$\Delta \mathbf{H}_{12}(k) = \Delta \mathbf{H}_1^T(k) \mathbf{H}_2(k) + \Delta \mathbf{H}_2^T(k) \mathbf{H}_1(k),$$

$$\Delta \mathbf{H}_1(k) = \mathbf{H}_1(k+1) - \mathbf{H}_1(k), \Delta \mathbf{H}_2(k) = \mathbf{H}_2(k+1) - \mathbf{H}_2(k).$$

代入(13)及式(14)及 $\mathbf{x}_d = 0$ , 将(31)整理为

$$\Delta V_1(k) = \bar{M}_1 \mathbf{x}^T(k) (\boldsymbol{\theta}^T(k) \Delta \mathbf{u}_s(k) + \zeta_1(k) + \zeta_2(k) + \eta_1 \mathbf{x}(k)) \quad (32)$$

利用Young's不等式对式(32)中部分项转化, 得到

$$\begin{aligned} \eta_1 \bar{M}_1 \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) &\leq \sigma_1 \eta_1^2 \bar{M}_1^2 (\mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k))^2 + 1/4\sigma_1, \\ \bar{M}_1 \mathbf{x}^T(k) \zeta_2(k) &\leq \sigma_2 \bar{M}_1^2 (\mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k))^2 + \bar{E}_h^2/4\sigma_2, \end{aligned} \quad (33)$$

其中:  $\sigma_1, \sigma_2 > 0$ 。将式(33)代入式(32)并推导出

$$\begin{aligned} \Delta V_1(k) &\leq \bar{M}_1 \mathbf{x}^T(k) (\boldsymbol{\theta}^T(k) \Delta \mathbf{u}_s(k) + \zeta_1(k) + \\ &\sigma_1 \eta_1^2 \bar{M}_1 \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) \mathbf{x}(k) + \sigma_2 \bar{M}_1 \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) \mathbf{x}(k)) + \Xi_1 \end{aligned} \quad (34)$$

其中:  $\Xi_1 = 1/4\sigma_1 + \bar{E}_h^2/4\sigma_2$ 。给出下述控制器

$$\begin{cases} \mathbf{v}(k) = \frac{-\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k)) + \phi \mathbf{x}(k) - \bar{\mathbf{H}}(k)}{\lambda + \|\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k)\|} \\ \mathbf{u}_{s_i}(k) = \begin{cases} \mathbf{u}_{s_i}(k-1) + \rho_u \text{sgn}(\mathbf{v}_i(k)), |\mathbf{v}_i(k)| > \rho_u \\ \mathbf{u}_{s_i}(k-1) + \mathbf{v}_i(k), |\mathbf{v}_i(k)| \leq \rho_u \end{cases} \end{cases} \quad (35)$$

其中:  $\bar{\mathbf{H}}(k) = \sigma_1 \eta_1^2 \bar{M}_1 \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) \mathbf{x}(k) + \sigma_2 \bar{M}_1 \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) \mathbf{x}(k)$ ;  $\mathbf{u}_{s_i}(k)$ 、 $\mathbf{v}_i(k)$ 为第 $i$ 个输入及输入变化率的取值;  $\phi$ 为反馈增益, 满足 $\phi < 0$ 。注意到 $|\Delta \mathbf{u}_{s_i}(k)| \leq |\mathbf{v}(k)|$ , 令 $\mathbf{u}_s(k) = \mathbf{G}(k) \mathbf{v}(k)$ , 则 $0 < \|\mathbf{G}(k)\| \leq 1$ 。将控制器(35)代入(34)得到

$$\begin{aligned} \Delta V_1(k) &\leq \bar{M}_1 \phi \boldsymbol{\gamma} \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) + \bar{M}_1 (\mathbf{I} - \boldsymbol{\gamma}_1) \mathbf{x}^T(k) (\bar{\mathbf{H}}(k) + \\ &\zeta_1(k)) + \bar{M}_1 \boldsymbol{\gamma}_1 \mathbf{x}^T(k) (\zeta_1(k) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k) \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k))) + \Xi_1 \leq \\ &\bar{M}_1 \left( \phi \|\boldsymbol{\gamma}_1\| + \frac{1}{2} \right) \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) + \bar{M}_1 \|\boldsymbol{\gamma}_1\|^2 \times \\ &\left( \left\| \frac{b_2}{1-a_2} \boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k)) \right\| + * \right)^2 + \bar{M}_1 \|\mathbf{I} - \boldsymbol{\gamma}_1\|^2 (\|\bar{\mathbf{H}}(k)\| + \\ &\|\boldsymbol{\theta}^*\| \|\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k))\| + *)^2 + \Xi_1 \leq \bar{M}_1 \left( \phi \|\boldsymbol{\gamma}_1\| + \frac{1}{2} \right) \times \\ &\mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) + \bar{M}_1 \left( \frac{b_2}{1-a_2} \right)^2 + \\ &4\bar{M}_1 (\|\bar{\mathbf{H}}(k)\| + \|\boldsymbol{\theta}^*\|)^2 + \Xi_1 \end{aligned} \quad (36)$$

其中:  $\boldsymbol{\gamma}_1 = \frac{\boldsymbol{\theta}^T(k) \mathbf{G}(k)}{\lambda + \|\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(k)\|}$ , 显然 $\|\boldsymbol{\gamma}_1\| < 1$ , 从而 $\|\mathbf{I} - \boldsymbol{\gamma}_1\| < 2$ 。

式(36)的推导还利用了定理1的结论及 $0 < \|\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{\chi}(k))\| \leq 1$ 。考虑 $\|\bar{\mathbf{H}}(k)\| \leq \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_d)$ , 注意到 $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_d)$ 为一标量连续

函数, 考虑存在一紧集  $\psi := \{(\mathbf{x}, \mathbf{x}_d) : V < p, p > 0\}$ , 在紧集  $\psi$  上, 存在  $\varpi(\mathbf{x}, \mathbf{x}_d)$  的最大值  $\varrho$ , 从而式 (36) 可转化为

$$\Delta V_1(k) \leq \bar{M}_1 \left( \phi \|\gamma_1\| + \frac{1}{2} \right) \mathbf{x}^T(k) \mathbf{x}(k) + \bar{M}_1 \left( \frac{b_2}{1-a_2} \right)^2 + 4\bar{M}_1 (\varrho + \|\theta^*\|)^2 + \Xi_1 \quad (37)$$

在  $\phi < -1/2 \|\gamma_1\|$  时, 在  $V < p$  上,  $\Delta V_1(k)$  满足

$$\Delta V_1(k) \leq -\gamma_0 p + \beta_0 \quad (38)$$

其中:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= -\bar{M}_1 \left( \phi \|\gamma_1\| + \frac{1}{2} \right), \\ \beta_0 &= \bar{M}_1 \left( \frac{b_2}{1-a_2} \right)^2 + 4\bar{M}_1 (\varrho + \|\theta^*\|)^2 + \Xi_1. \end{aligned}$$

对式 (38) 两边积分, 得到

$$0 \leq V(k) \leq \frac{\beta_0}{\gamma_0} + \left( V(0) - \frac{\beta_0}{\gamma_0} \right) e^{-\gamma_0 k} \quad (39)$$

由此得到  $V(k) \in L_\infty$ . 由于  $V < p$  为一不变集, 系统各闭环信号半全局一致有界. 由于已得到BLF的有界

性, 表明系统跟踪误差  $\mathbf{e}(k)$  满足  $\mathbf{e}(k) \in (-\mathbf{H}_1(k), \mathbf{H}_2(k))$ , 而  $-\mathbf{H}_1(k), \mathbf{H}_2(k)$  代表可任意选取的时变非对称性能边界. 根据 (39) 可进一步得到

$$\frac{\mathbf{e}^T(k) \mathbf{e}(k)}{2(\mathbf{H}_1(k) + \mathbf{e}(k))^T (\mathbf{H}_2(k) - \mathbf{e}(k))} \leq \frac{\beta_0}{\gamma_0} + \left( V(0) - \frac{\beta_0}{\gamma_0} \right) e^{-\gamma_0 k} \quad (40)$$

根据 Young's 不等式, 在紧集  $\mathbf{e}(k) \in (-\mathbf{H}_1(k), \mathbf{H}_2(k))$  上

$$\|\mathbf{e}(k)\| \leq \frac{1}{2} (\mathbf{H}_1(k) + \mathbf{H}_2(k)) \sqrt{\frac{\beta_0}{\gamma_0} + \left( V(0) - \frac{\beta_0}{\gamma_0} \right) e^{-\gamma_0 k}} \quad (41)$$

随着采样步数  $k \rightarrow \infty$ , 可推导出

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(k)\| \leq \frac{1}{2} (\mathbf{H}_1(k) + \mathbf{H}_2(k)) \sqrt{\frac{\beta_0}{\gamma_0}} \quad (42)$$

式 (42) 进一步表明了跟踪误差信号的一致有界性, 且随着  $\gamma_0$  的合理选取, 跟踪误差信号的稳态误差也将减小.

根据本节所述闭环控制器的设计结果与描述, 给出该数据驱动约束控制方案结构框图, 如图2所示.

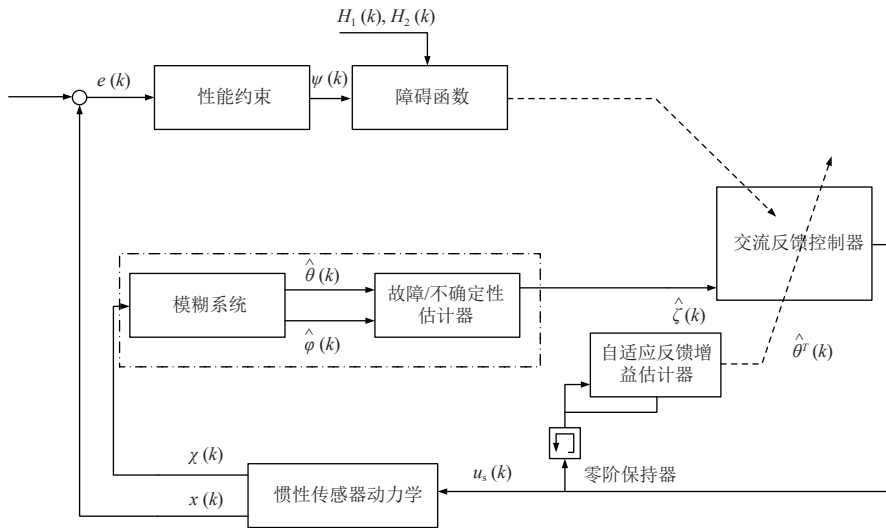


图2 控制结构  
Fig. 2 Control framework

### 3 仿真结果与分析

#### 3.1 仿真参数设置

数值仿真验证基于样例空间引力波探测任务给出的空间惯性传感器非线性动力学模型<sup>[7,20]</sup>. 由于需考察闭环系统各状态响应的性能指标, 部分数值仿真结果展示为频域形式. 数值仿真通过与QFT控制方案<sup>[7]</sup>的对

比验证了该数据驱动自适应约束控制方案在2个分别代表平动和转动的非敏感轴静电悬浮自由度上针对位移噪声抑制的控制效果, 设置仿真时间为3 000 s, 步长为0.1 s. 数值仿真结果如图3~5所示.

在空间惯性传感器动力学系统中, 存在以如下成型滤波器表达的随机过程噪声

$$L = K_1 \frac{s+z_1}{s+p_1} + \frac{K_2}{(s+p_2)(s+p_3)(s+p_4)(s+p_5)} \quad (43)$$

其中: 作用于 $x_2, \eta_1$ 两敏感坐标轴上的噪声相关参数 $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, z_1, K_1, K_2$ 的取值由文献[23]给出。在动力学模型有关的参数中, 选取带有摄动的刚度矩阵

$$\Omega_{DF}^2 = \Omega_{SUS}^2 = 10^{-7} \times (1 + 5\%) \times$$

$$\begin{bmatrix} 11.19 & 1.35 & 1.35 & 0.00425 & 0 & 0 \\ 1.35 & 9.55 & 1.35 & 0.00425 & 0 & 0 \\ 1.35 & 1.35 & 24.12 & 0.00425 & 0 & 0 \\ 26.087 & 26.087 & 26.087 & 30.64 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.55 & 1.35 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.35 & 24.12 \end{bmatrix}$$

在控制器参数的选取中, 选取模糊集数量 $N = 3$ , 并将模糊基函数按下式表述

$$\varphi_i(x) = H_{\mathcal{F}_i}(x) / \sum_{l=1}^N [H_{\mathcal{F}_l}(x)] \quad (44)$$

其中

$$h_{\mathcal{F}_i}(x_i(k)) = \exp\left[-\left(x_i + 7 \times 10^{-12} \frac{l-3}{2}\right)^2\right]$$

在 $x_2, \eta_1$ 两通道上的其它控制器参数整定为 $\lambda = 0.01, \sigma_1 = \sigma_2 = 1 \times 10^{-5}, \gamma_1 = \gamma_2 = 0.001, \mu_1 = 10^{-14}, \mu_2 = 10^{-10}, \phi_{x_2} = -10, \phi_{\eta_1} = -5.5$ 。两通道预设的非对称时变性能边界函数选取为

$$\begin{cases} H_{1_{x_2}}(k) = (0.22 \exp(-0.01k) + 0.02 \cos(0.003k) + 1.9) \times 10^{-12} \\ H_{2_{x_2}}(k) = (0.52 \exp(-0.003k) + 0.02 \cos(0.003k) - 0.4) \times 10^{-12} \\ H_{1_{\eta_1}}(k) = (5 \exp(-0.001k) + 0.8 \cos(0.001k) + 1) \times 10^{-14} \\ H_{2_{\eta_1}}(k) = (0.2 \exp(-0.003k) + 0.07 \cos(0.0005k) + 1.45) \times 10^{-13} \end{cases}$$

### 3.2 仿真结果

根据数值仿真结果, 展开如下分析:

1) 图3~5展示了该数据驱动模糊自适应约束控制方案的性能及与常规线性控制方法的控制效果对比。其中, 图3展示了该方案下两自由度位移响应的频域幅值谱密度响应, 在预设的干扰及动力学参数下, 该方案的位移响应优于样例空间引力波探测任务给出的 $1 \text{ nm}/\sqrt{\text{Hz}}$ 性能指标。图4则展示了两自由度内该方案与QFT方案的时域控制效果对比, 仿真结果表明, 本文提出的方案对于扰动及非线性不确定性具有明显的抑制作用, 但针对 $x_d = 0$ 的跟踪目标, 两种方案均具有

一定的稳态误差, 这一结果也与理论分析相对应。图5表明了两通道的位移响应位于时变且非对阵的性能约束内, 满足预设的性能指标要求。

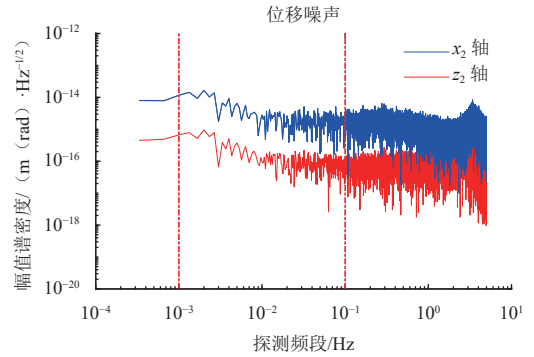


图3 非敏感轴频域位移响应

Fig. 3 Response of frequency domain on non-sensitive axis

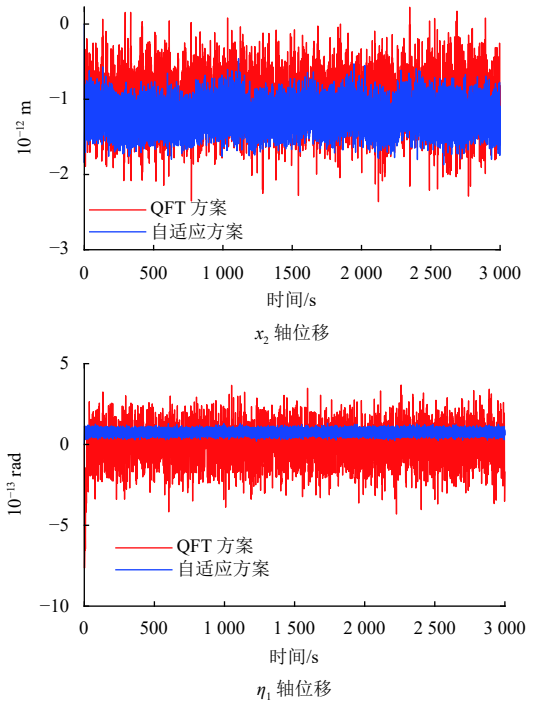
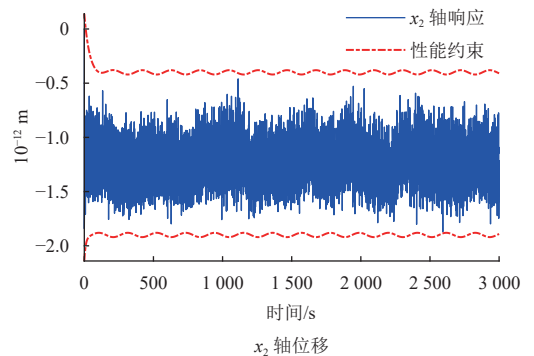


图4 与QFT方案的位移响应效果对比

Fig. 4 Displacement response compared with QFT-based scheme



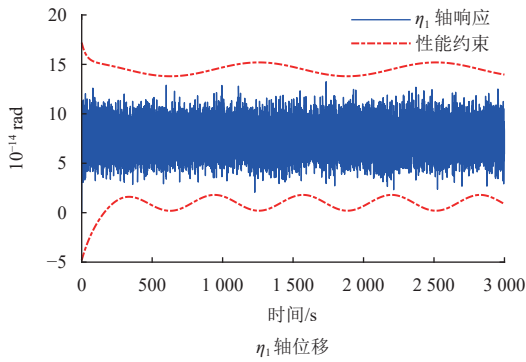


图5 性能约束的验证

Fig. 5 Verification of performance constraints

2) 图6给出了基于自适应方案得到的模糊权值及Lipschitz常数的估计结果。在两个非敏感轴通道,仿真曲线可表明各项自适应估计的有界性,即随着控制过程的递进,各估计有自适应趋稳的趋势。结合与线性方案对比的数值仿真结果,可以得出,在该静电悬浮控制问题中,系统中存在较为明显的未建模Lipschitz连续及任意连续分量,也表明针对非线性项及未建模动态的估计及反馈对控制效果的整体提升作用是显著的。

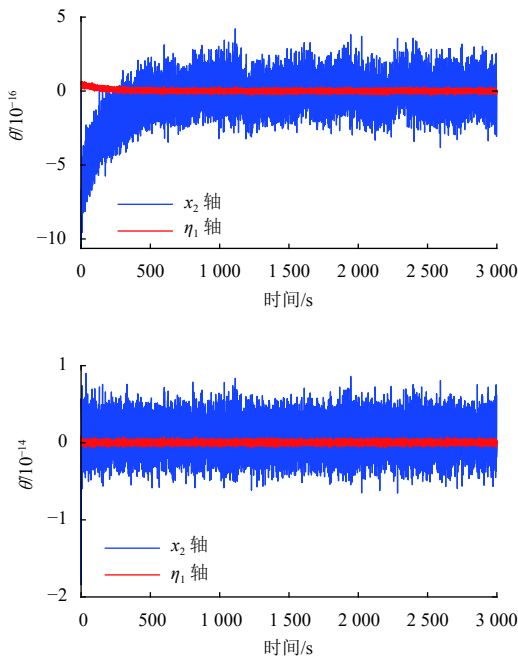


图6 各自适应变量估计结果

Fig. 6 Result of each adaptive estimation

## 4 结论

在考虑硬件数据传输、实际系统运行在离散时间系统内的前提下,本文提出了一种数据驱动离散时间模糊自适应约束控制方案,用于解决空间引力波探测任务中惯性传感器静电悬浮高精度控制问题,运用数

据驱动方案及模糊系统实现系统内任意连续未知分量的估计与反馈,同时基于控制障碍函数未系统位移响应设计非对称时变性能约束,使闭环控制响应满足预设的控制性能。理论分析和数值仿真结果均验证了各闭环响应的有界性,数值仿真表明了该方案对预设性能指标的满足。

## 参 考 文 献

- [1] FICHTER W, GATH P, VITALE S, et al. LISA Pathfinder drag-free control and system implications[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 22(10): S139.
- [2] MOBLEY F, FOUNTAIN G, SADILEK A, et al. Electromagnetic suspension for the tip-II satellite[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1975, 11(6): 1712-1716.
- [3] 刘伟,高扬. 空间引力波探测中无拖曳控制方法研究[J]. *中国科学:物理学 力学 天文学*, 2020, 50(7): 112-122.  
LIU W, GAO Y. Drag-free control methods for space-based gravitational-wave detection[J]. *SCIENTIA SINICA Physica, Mechanics & Astronomica*, 2020, 50(7): 112-122.
- [4] 吴树范,王楠,龚德仁. 引力波探测科学任务关键技术[J]. *深空探测学报(中英文)*, 2020, 7(2): 118-127.  
WU S F, WANG N, GONG D R. Key technologies for space science gravitational wave detection[J]. *Journal of Deep Space Exploration*, 2020, 7(2): 118-127.
- [5] 邓剑峰,蔡志鸣,陈琨,等. 无拖曳控制技术及其在我国空间引力波探测中的应用[J]. *中国光学*, 2019, 12(3): 503-514.  
DENG J, CAI Z, CHEN K, et al. Drag-free control and its application in China's space gravitational wave detection[J]. *Chinese Optics*, 2019, 12(3): 503-514.
- [6] FICHTER W, SCHLEICHER A, BENNANI S, et al. Closed loop performance and limitations of the LISA Pathfinder drag-free control system[C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit. [S. l.]: AIAA, 2007.
- [7] LIAN X. Frequency separation control for drag free satellite with frequency domain constraints[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. (2021).
- [8] WU S F, FERTIN D. Spacecraft drag-free attitude control system design with quantitative feedback theory[J]. *Acta Astronautica*, 2008, 62(12): 668-682.
- [9] GUO J, TAO G, LIU Y. A multivariable MRAC scheme with application to a nonlinear aircraft model[J]. *Automatica*, 2011, 47(4): 804-812.
- [10] ROY S B, BHASIN S, KAR I N. Combined MRAC for unknown MIMO LTI systems with parameter convergence[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 63(1): 283-290.
- [11] HOU Z, XIONG S. On model-free adaptive control and its stability analysis[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2019, 64(11): 4555-4569.
- [12] CHI R, HUI Y, HUANG B, et al. Active disturbance rejection control for nonaffined globally lipschitz nonlinear discrete-time systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2021, 66(12): 5955-5967.
- [13] CHI R, LI H, SHEN D, et al. Enhanced P-type control: indirect adaptive learning from set-point updates[J]. *IEEE Transactions on*

- Automatic Control, 2023, 168(3): 1600-1613.
- [14] WU S. Attitude stabilization of LISA Pathfinder spacecraft using colloidal micro-newton thrusters[C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. [S. l. ]: AIAA, 2011.
- [15] WU S. Attitude control of LISA Pathfinder spacecraft with micro-newton FEFP thrusters under multiple failures[C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. [S. l. ]: AIAA, 2010.
- [16] 张锦绣,董晓光,曹喜滨. 基于无速度测量的无拖曳卫星自适应控制方法[J]. 宇航学报, 2014, 35(4): 447-453.  
ZHANG J X, DONG X G, CAO X B. An adaptive controller for drag-free satellites without velocity measurement[J]. Journal of Astronautics, 2014, 35(4): 447-453.
- [17] LIU Z, YUE C, WU F, et al. Data-driven prescribed performance control for satellite with large rotational component[J]. *Advances in Space Research*, 2023, 71(1): 744-755.
- [18] MONTEMURRO F. Test mass actuation algorithm for DFACS: S2-ASD-TN-2011 Iss. 21[R]. German: Astrium GmbH, 2005.
- [19] MONTEMURRO F, FICHTER W, SCHLOTTERER M. Sliding mode technique applied to test mass suspension control[J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2007, 40(7): 627-632.
- [20] 付海清, 吴树范, 刘梅林, 等. 基于干扰观测器的空间惯性传感器自适应控制[EB/OL]. 北京航空航天大学学报. [2022-07-15]. <https://www.cnki.com.cn/Article/CJFDTotal-BJHK20220514000.htm>.  
FU H, WU S, LIU M, et al. Disturbance-observer based adaptive control for space inertial sensor[EB/OL]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics. [2022-07-15]. <https://www.cnki.com.cn/Article/CJFDTotal-BJHK20220514000.htm>.
- [21] MCNAMARA P. LISA Pathfinder[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2008, 25(11): 114034.
- [22] 马浩君, 韩鹏, 高东, 等. 深空双质量块无拖曳卫星  $H_\infty$  鲁棒控制器设计[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2021, 53(2): 1-13.  
MA H, HAN P, GAO D, et al.  $H_\infty$  robust controller design for deep space drag-free satellite[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2021, 53(2): 1-13.
- [23] FICHTER W. DFACS requirement specifications: S2-ASD-RS-2001[R]. German: Astrium GmbH, 2005.
- 作者简介:  
孙笑云(1995-), 男, 博士研究生, 主要研究方向: 无拖曳控制、航天器姿态轨道控制。  
通信地址: 上海交通大学航空航天学院(200240)  
电话: (021)34208255  
E-mail: sunxiaoyun@sjtu.edu.cn  
吴树范(1964-), 男, 讲席教授, 主要研究方向: 卫星总体设计、无拖曳控制、航天器导航制导与控制。本文通信作者。  
通信地址: 上海交通大学航空航天学院(200240)  
电话: (021)34208597  
E-mail: shufan.wu@sjtu.edu.cn  
沈强(1988-), 男, 副教授, 主要研究方向: 无拖曳控制、航天器姿态轨道控制、航天器容错控制。  
通信地址: 上海交通大学航空航天学院(200240)  
电话: (021)34207704  
E-mail: qiangshen@sjtu.edu.cn

## Data Driven-Based Asymmetric Constrained Control for Space Inertia Sensor

SUN Xiaoyun<sup>1,2</sup>, WU Shufan<sup>1,2</sup>, SHEN Qiang<sup>1,2</sup>

(1. School of Aeronautics and Astronautics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. Shanghai Gravitational Wave Detection Frontier Scientific Research Base, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** Under the control framework of space gravitational wave detection spacecraft platform system, aiming at the high-precision control of nonlinear unmodeled dynamics and performance constraints of space inertial sensor, in this paper, a data-based adaptive control scheme based on data-driven theory was proposed to realize accurate and stable control target of non-affine non-global Lipschitz space inertial sensor dynamic system. Based on the fuzzy rule, an additional uncertainty estimator is established, and its general approximation characteristics are used to ensure the bounded estimation error. Based on the Control Barrier Function (BLF), an asymmetric performance constraint is constructed, and the BLF-based controller is used to realize the asymmetric constraint control of the closed-loop signal. According to the principle of contraction mapping and the Lyapunov theory of discrete-time system, the boundedness of each closed-loop signal and adaptive estimation is analyzed, and numerical simulation verifies the feasibility and effectiveness of the data-driven adaptive asymmetric constraint control scheme.

**Keywords:** control barrier function; adaptive control; data-driven; space gravitational wave detection; asymmetric constraints

### Highlights:

- A data-sampling control scheme is proposed for the discrete-time system for space inertia sensor via data-driven approach.
- The discrete-time data-driven controller is enhanced by the fuzzy rule, which extends the approximate capacity for non-Lipschitz partial terms.
- An asymmetric control barrier function is proposed to the closed-loop data driven-based system, to satisfy performance requirements of the inertia sensor.

[责任编辑: 宋宏, 英文审校: 宋利辉]